Задание 1.

Написать уравнение параболы, проходящей через точки (x, y): $(1,2)$, $(3,10)$, $(5,1)$

$$\begin{cases} 2 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \\ 10 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c \\ 1 = a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c \end{cases}$$

$a = 2 - b - c$

$10 = 9(2 - b - c) + 3b + c$

$1 = 25(2 - b - c) + 5b + c$

$$\begin{cases} 8 = 6b + 8c \quad \times(-3)+ \\ 49 = 20b + 24c \end{cases} \Rightarrow 25 = 2b$$

$b = \dfrac{25}{2}$; $c = \dfrac{8 - 6 \times \frac{25}{2}}{8} = -\dfrac{67}{8}$; $a = 2 - \dfrac{25}{2} + \dfrac{67}{8} = -\dfrac{17}{8}$

ответ: $y = -\dfrac{17}{8}x^2 + \dfrac{25}{2}x - \dfrac{67}{8}$

Задание 2 (про огурцы)

Сухая масса в свежих огурцах составляет 1кг (имеет 1% от общего веса)

После усушки 1кг сухой массы составляет 2% от общего веса.

$\dfrac{x}{100} = \dfrac{100 - 99}{100 - 98}$ $\qquad X = 50$

ответ: огурцы весят 50 кг.

Задание 3.
Решить уравнения.

1) $2^x = 256$

$x = \log_2 256$

$x = 8$

2) $2^x = 300$

$x = \log_2 300$

3) $\log_8 2^{8x-4} = 4$

$(8x-4) \cdot \log_2 32 = 4$

$(8x-4) \cdot \frac{1}{3} = 4$

$\frac{8}{3}x = 4 + \frac{4}{3}$

$x = \frac{16}{3} \times \frac{3}{8}$

$x = 2$

4) $3^{\log_9(5x-5)} = 5$

$3^{\log_{3^2}(5x-5)} = 5$

$(5x-5)^{\frac{1}{2}} = 5$

$5x - 5 = 25$

$5x = 30$

$x = 6$

5) $x^{\log_3 x + 1} = 9$

$\log_3 x^{\log_3 x + 1} = \log_3 9$

$(\log_3 x + 1) \cdot \log_3 x = 2$

пусть $\log_3 x = t$

$(t+1) \cdot t = 2$

$t^2 + t - 2 = 0$

$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9$

$t_1 = \dfrac{1+3}{2 \times (-2)} = -1$; $t_2 = \dfrac{1-3}{2 \times (-2)} = \dfrac{1}{2}$

$\log_3 x = -1$; $x_1 = \dfrac{1}{3}$

$\log_3 x = \dfrac{1}{2}$; $x_2 = \sqrt{3}$

Задание 4:

6) $\log_4 16 = 2$

7) $\log_5 \dfrac{1}{25} = -2$

8) $\log_{25} 5 = \dfrac{1}{2}$

9) $\log_3 \sqrt{27} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \dfrac{3}{2} \log_3 3 = \dfrac{3}{2}$

10) $\log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 \left(\dfrac{12}{3}\right) = \log_2 4 = 2$

11) $\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 (12 \times 3) = \log_6 36 = 2$

12) $e^{\ln 5} = e^{\log_e 5} = 5$

13) $\dfrac{\log_2 225}{\log_2 15} = \log_{15} 225 = 2$

14) $\log_4 32 + \log_{0,1} 10 = \log_{2^2} 2^5 + \log_{10^{-1}} 10 = \dfrac{5}{2} \cdot \log_2 2 - 1 \cdot \log_{10} 10 = \dfrac{5}{2} - 1 = \dfrac{3}{2}$

15) $9^{\log_3 \sqrt{5}} = 9^{\log_{9^{\frac{1}{2}}} \sqrt{5}} = 9^{2 \cdot \log_9 \sqrt{5}} = \sqrt{5}^2 = 5$