

Môn thi: Giải tích 1

Mã môn học: MAT2302

Số tín chỉ: 5

Đề số: 1

Dành cho sinh viên khoá: K65

Ngành học: Toán học, Toán tin

Thời gian làm bài 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Phát biểu và chứng minh định lý về mối quan hệ giữa giới hạn lặp và giới hạn kép.

Câu 2. Phát biểu và chứng minh định lý Schwarz về mối quan hệ giữa các đạo hàm riêng.

Câu 3. Tìm các hằng số a, b để hàm f khả vi trên \mathbb{R} , trong đó

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{4x}-1}{x} & \text{nếu } x > 0, \\ ax + b & \text{nếu } x \leq 0. \end{cases}$$

Câu 4. a. Tìm các giới hạn sau $\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} f(x, y)$, $\lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} f(x, y)$, $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} f(x, y)$, trong đó

$$f(x, y) = 2 + \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (2x + 5y)^2}$$

b. Tính đạo hàm của hàm f theo hướng vectơ $v(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ tại điểm $(2, -3, 1)$, trong đó $f(x, y, z) = x^3 + x^2 y^2 + xyz$.

Câu 5. a. Tính đạo hàm riêng cấp cao sau $\frac{\partial^{80} f(x, y, z)}{\partial x^{20} \partial y^{35} \partial z^{25}}$ trong đó $f(x, y, z) = y^2 e^{2y+3z} \sin(2x)$.

b. Phát biểu công thức Taylor đối với hàm số nhiều biến. Khai triển Taylor hàm số f tại điểm $(1, -2, 3)$, trong đó

$$f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + z^2 - xy - xz - 3y.$$

c. Tìm cực trị địa phương của hàm số

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - x^2 + 2xy - y^2.$$

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng bất cứ tài liệu nào.

Handwritten signature