

Môn thi: GIẢI TÍCH 1 (phần tự luận)

Mã môn học: **MAT2302**

Số tín chỉ: **5**

Đề số: **4**

Dành cho sinh viên khóa: K66

Ngành: Toán học, Toán tin và SP toán

Thời gian làm bài: **60 phút** (không kể thời gian phát đề)

1. (2.0 điểm) Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+3x} - \sqrt[3]{1-x^3}}{3x - x^3}$; b) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln(\sin x)}$.

2. (1.5 điểm) Xét sự hội tụ của dãy số sau

$$a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{3a_n + 4}{5}, \quad n = 1, 2, \dots$$

3. (1.5 điểm) Cho hàm số

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2y^2 + |2x + y|} & \text{nếu } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{nếu } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- a) Hãy tính các giới hạn lặp $\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} f(x, y)$ và $\lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} f(x, y)$.

- b) Hàm số có liên tục tại (0,0) không, tại sao?

4. (2.0 điểm) Cho hàm số

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2 + y^2} & \text{nếu } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{nếu } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Hãy tính các đạo hàm riêng $f'_x(0, 0)$, $f'_y(0, 0)$ và $f''_{x^2}(0, 0)$.

5. (Cộng điểm) Chứng minh rằng nếu hàm số f liên tục đều trên khoảng mở hữu hạn (a, b) thì f bị chặn trên đó.

—————Hết—————

Ghi chú: Thí sinh không được sử dụng bất cứ tài liệu nào.