

Môn thi: Giải tích 1

Mã môn học: **MAT2302**

Số tín chỉ:

Đề số:

Dành cho sinh viên khoá: **K66**

Ngành học: **Toán Tin**

Thời gian làm bài **110 phút** (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Phát biểu và chứng minh định lý về sự hội tụ của dãy đơn điệu. Chứng minh dãy số sau hội tụ:

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{3^n}\right).$$

Câu 2. Phát biểu và chứng minh định lý Cantor về tính liên tục đều của hàm số trên một đoạn.

Câu 3. Tìm giới hạn riêng của dãy số sau:

$$a_n = \left(\cos \frac{n\pi}{6}\right)^n, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Câu 4. Tính các giới hạn hàm số sau:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \ln x}{1 - \cos 2\pi x}; \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - (\cos x)^{\sqrt{2021}}}{x^2}$$

Câu 5. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x^2} \cos(3x) - 1}{x^2}, & \text{nếu } x \neq 0, \\ A, & \text{nếu } x = 0 \end{cases}.$$

(a) Tìm A để hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} ;

(b) Với giá trị A tìm được, chứng minh rằng phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm.

Câu 6. Xét tính liên tục đều của hàm số $f(x) = \frac{|\sin x|}{x}$ trên:

$$(a) (0, 1); \quad (b) (-1, 0); \quad (c) (-1, 0) \cup (0, 1).$$

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng bất cứ tài liệu nào.