

**Môn thi: GIẢI TÍCH 1**

Mã môn học: MAT2302

Số tín chỉ: 5

Đề số: 1

Dành cho sinh viên khóa: K69

Ngành: Toán học, Toán tin

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

- (2.0 điểm) Nêu định nghĩa cực trị địa phương. Phát biểu và chứng minh định lý Fermat đối với điều kiện cần của cực trị địa phương.
- (2.0 điểm) Nêu định nghĩa chuẩn Euclid trong  $\mathbb{R}^n$ . Chứng minh rằng sự hội tụ trong  $\mathbb{R}^n$  là hội tụ theo tọa độ.
- (1.0 điểm) Xét sự hội tụ của dãy số sau

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = \sqrt{3 + a_n} \quad \text{với } n \geq 1.$$

- (1.5 điểm) Tính các giới hạn sau đây:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-3x^2}}{\ln(1+2x^2)}; \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} e^x - \sin x \frac{1}{x^2}.$$

- (1.5 điểm) Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x} - \ln(1+x) - 1}{x} & \text{nếu } x > 0; \\ ax + b & \text{nếu } x \leq 0. \end{cases}$$

Hãy tìm  $a$  và  $b$  sao cho  $f$  khả vi tại 0.

- (1.5 điểm) Cho hàm số  $f(x, y) = \sqrt[3]{3x^3 + y^3}$ .

a) Hãy tính các đạo hàm riêng  $f'_x(0, 0)$  và  $f'_y(0, 0)$

b) Hàm số  $f$  có khả vi tại điểm  $(0, 0)$  không, tại sao?

- (0.5 điểm) Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[a, b]$ , khả vi trên khoảng  $(a, b)$ . Chứng minh rằng nếu  $\lim_{x \rightarrow b-} f'(x) = \alpha \in \mathbb{R}$  thì đạo hàm trái của  $f$  tại  $b$  tồn tại và bằng  $\alpha$ .

Hết

Ghi chú: Thí sinh không được sử dụng bất cứ tài liệu nào.