

Môn thi: GIẢI TÍCH 1 (phần tự luận)

Mã môn học: **MAT2302**

Số tín chỉ: **5**

Đề số: **1**

Dành cho sinh viên khóa: K66

Ngành: Toán học, Toán tin và SP toán

Thời gian làm bài: **60 phút** (không kể thời gian phát đề)

1. (2.0 điểm) Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-2x} - 1};$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x}\right)^x.$

2. (1.5 điểm) Khai triển hàm số

$$f(x) = e^{x^2} \cos x.$$

theo lũy thừa nguyên dương của x đến số hạng chứa x^4 .

3. (1.5 điểm) Cho hàm số

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + x \sin y + y^2}{x - y} & \text{nếu } x - y \neq 0, \\ 0 & \text{nếu } x - y = 0. \end{cases}$$

- a) Hãy tính các giới hạn lặp $\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} f(x, y)$ và $\lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} f(x, y)$.

- b) Hàm số có liên tục tại $(0,0)$ không, tại sao?

4. (2.0 điểm) Cho hàm số

$$f(x, y) = \sqrt[3]{3x^3 - y^3}.$$

- a) Tính các đạo hàm riêng $f'_x(0,0)$ và $f'_y(0,0)$.

- b) Xét tính khả vi của f tại điểm $(0,0)$.

5. (Cộng điểm) Chứng minh rằng nếu hàm số f liên tục đều trên khoảng mở hữu hạn (a, b) thì f bị chặn trên đó.

—————Hết—————

Ghi chú: Thí sinh không được sử dụng bất cứ tài liệu nào.