Derivalas

Derivalas keplete

$$\boxed{f(x) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}}$$

Derivalasi szabalyok

$$(f \pm g)'(x_0) = f'(x_0) \pm g'(x_0)$$

$$[\lambda \cdot f(x)]' = \lambda \cdot f'(x)$$

$$(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0) \cdot g(x_0) + f(x_0) \cdot g'(x_0) \quad \text{stb}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0) \cdot g(x_0) - f(x_0) \cdot g'(x_0)}{[g(x_0)]^2}$$

Erinto egyenletek

$$e: y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

[[Legyenesek meroleggesseg parhuzamossag]]

$$d \perp e \iff m_d \cdot m_e = -1$$

$$d \parallel e \iff m_d - m_e = 0$$

Szogpontok

f folytonos x_0-ban

$f'_b(x_0) \neq f'_j(x_0) \Rightarrow$ legalább egyik véges $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow x_0 =$ szögpont

Visszateropont

$f'_b(x_0) = -\infty$ és $f'_j(x_0) = +\infty$ (fordítva)

$\Rightarrow x_0 =$ visszatérési pont

Osszetett fugvenyek derivalasa

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(u_0) \cdot g'(x_0)$$

$$\left[\frac{1}{g(x)}\right]' = -\frac{g'(x)}{g(x)^2}$$

ggvények deriváltjai

A függvény	A derivált	A függvény deriválhatósági tartománya
$f(x) = c$ (állandó)	$f'(x) = 0$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n,\ n \in \mathbb{N}$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \sqrt{x},\ a > 0,\ a \neq 1$	$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$(0, +\infty)$
$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \dfrac{1}{x}$	$(0, +\infty)$
$f(x) = \log_a x$	$f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$	$(0, +\infty)$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = a^x,\ a > 0,\ a \neq 1$	$f'(x) = a^x \ln a$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \mathrm{tg}\, x$	$f'(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	$\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$
$f(x) = \mathrm{ctg}\, x$	$f'(x) = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$\mathbb{R} \setminus \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$
$f(x) = \arcsin x$	$f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(-1, 1)$
$f(x) = \arccos x$	$f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(-1, 1)$
$f(x) = \mathrm{arctg}\, x$	$f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \mathrm{arcctg}\, x$	$f'(x) = -\dfrac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$

Összetett fü

+ kepletek

$$\left(x^{\sin x}\right)' = \left(e^{\ln x^{\sin x}}\right)' = \ldots$$