Analízis

Kepletek

- analizis
-

Тригонометрические тождества

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin^2\frac{\alpha}{2} + \cos^2\frac{\alpha}{2} = 1$$
$$tg\,\alpha \cdot ctg\,\alpha = 1$$
$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$
$$1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

Синус, косинус, тангенс и котангенс углов α и -α

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$
$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$
$$tg(-\alpha) = -tg\,\alpha$$
$$ctg(-\alpha) = -ctg\,\alpha$$

Формулы сложения

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$
$$tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\,\alpha \pm tg\,\beta}{1 \mp tg\,\alpha\, tg\,\beta}$$

Синус, косинус, тангенс и котангенс двойного угла

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$tg\,2\alpha = \frac{2\,tg\,\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$

Синус, косинус, тангенс и котангенс половинного угла

$$\cos\alpha = \cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}$$
$$1 + \cos\alpha = 2\cos^2\frac{\alpha}{2}$$
$$1 - \cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

Формулы понижения степени

$$\sin^2\alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$
$$\cos^2\alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$
$$tg^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{1 + \cos\alpha}$$

$$\sin\alpha = \frac{2\,tg\frac{\alpha}{2}}{1 + tg^2\frac{\alpha}{2}} \qquad \cos\alpha = \frac{1 - tg^2\frac{\alpha}{2}}{1 + tg^2\frac{\alpha}{2}} \qquad tg\,\alpha = \frac{2\,tg\frac{\alpha}{2}}{1 - tg^2\frac{\alpha}{2}}$$

Сумма и разность синусов и косинусов

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha \pm \beta}{2}\cos\frac{\alpha \mp \beta}{2}$$
$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$
$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\sin\frac{\alpha - \beta}{2}$$

Произведение синусов и косинусов

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$
$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$
$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

Формулы приведения

β	$\sin\beta$	$\cos\beta$	$tg\,\beta$	$ctg\,\beta$
$\pi/2 + \alpha$	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$-ctg\,\alpha$	$-tg\,\alpha$
$\pi/2 - \alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$ctg\,\alpha$	$tg\,\alpha$
$\pi + \alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$tg\,\alpha$	$ctg\,\alpha$
$\pi - \alpha$	$\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-tg\,\alpha$	$-ctg\,\alpha$
$2\pi + \alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\,\alpha$	$ctg\,\alpha$
$2\pi - \alpha$	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$-tg\,\alpha$	$-ctg\,\alpha$
$3\pi/2 + \alpha$	$-\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-ctg\,\alpha$	$-tg\,\alpha$
$3\pi/2 - \alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$ctg\,\alpha$	$tg\,\alpha$
$-\alpha$	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$-tg\,\alpha$	$-ctg\,\alpha$

-

...ggvények deriváltjai

A függvény	*A derivált*	*A függvény deriválhatósági tartománya*
$f(x) = c$ (állandó)	$f'(x) = 0$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \sqrt{x}$, $a > 0$, $a \neq 1$	$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$(0, +\infty)$
$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \dfrac{1}{x}$	$(0, +\infty)$
$f(x) = \log_a x$	$f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$	$(0, +\infty)$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = a^x, a > 0, a \neq 1$	$f'(x) = a^x \ln a$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \operatorname{tg} x$	$f'(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	$\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
$f(x) = \operatorname{ctg} x$	$f'(x) = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
$f(x) = \arcsin x$	$f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(-1, 1)$
$f(x) = \arccos x$	$f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(-1, 1)$
$f(x) = \operatorname{arctg} x$	$f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \operatorname{arcctg} x$	$f'(x) = -\dfrac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$

Összetett fü...

Tantargyak/Math/Analizis/Derivalas

Derivalas

Derivalas keplete

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Derivalasi szabalyok

$$(f \pm g)'(x_0) = f'(x_0) \pm g'(x_0)$$

$$[\lambda \cdot f(x)]' = \lambda \cdot f'(x)$$

$$(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0) \cdot g(x_0) + f(x_0) \cdot g'(x_0)$$ [illegible]

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0) \cdot g(x_0) - f(x_0) \cdot g'(x_0)}{[g(x_0)]^2}$$

Erinto egyenletek

$$e: y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

[[egyenesek merolegesseg parhuzamossag]]

$d \perp e \iff m_d \cdot m_e = -1$

$d \parallel e \iff m_d - m_e = 0$

Szegpontok

f folytonos x_0-ban
$f'_b(x_0) \neq f'_j(x_0) \Rightarrow$ legalább egyik véges $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow x_0 =$ a szögpont

Visszateropont

$f'_b(x_1) = \infty$ és $f'_j(x_0) = -\infty$ (fordítva)

$\Rightarrow x_1 =$ visszatérő pont

Osszetett fugvenyek derivalasa

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(u_0) \cdot f'(x_0)$$

$$\left[\frac{1}{g(x)}\right]' = -\frac{g'(x)}{g(x)^2}$$

…ggvények deriváltjai

A függvény	*A derivált*	*A függvény deriválhatósági tartománya*
$f(x) = c$ (állandó)	$f'(x) = 0$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n,\ n \in \mathbb{N}$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \sqrt{x}$, $a > 0$, $a \neq 1$	$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$(0, +\infty)$
$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \dfrac{1}{x}$	$(0, +\infty)$
$f(x) = \log_a x$	$f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$	$(0, +\infty)$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = a^x,\ a > 0,\ a \neq 1$	$f'(x) = a^x \ln a$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \operatorname{tg} x$	$f'(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	$\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$
$f(x) = \operatorname{ctg} x$	$f'(x) = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$\mathbb{R} \setminus \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$
$f(x) = \arcsin x$	$f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(-1, 1)$
$f(x) = \arccos x$	$f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(-1, 1)$
$f(x) = \operatorname{arctg} x$	$f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \operatorname{arcctg} x$	$f'(x) = -\dfrac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$

Összetett füg…

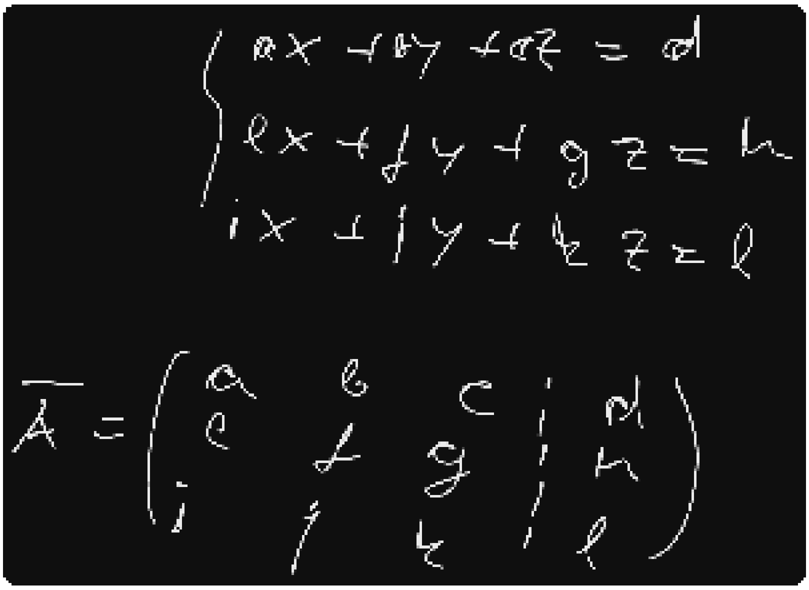
+ kepletek

$$\left(x^{\sin x}\right)' = \left(e^{\ln x^{\sin x}}\right)' = \dots$$

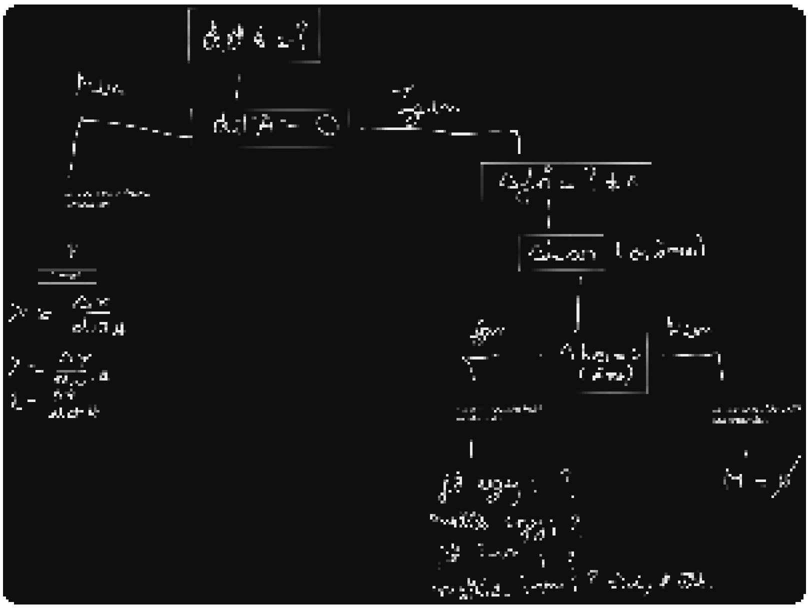
Matrix

Lineáris egyenletrendszerek

1. Felirjuk a bovitett matrixot:



1. kovetjuk az abrat



1. Megoldjuk a feladatot

matrix rangja

1. Ha a matrix negyzetes matrix akkor eloszor $detA$ -t szamolunk, ha az nem 0 akkor az lesz a matrix rangja (negyzetes matrix sor/oszlop)
2. Ha a matrix nem negyzetes akkor a matrixnak eloszor keresunk egy eloszor olyan 2 es determinanst amelyik nem 0, ammenyiben van legalabb 1 ami nem 0, akkor az azt jelenti hogy a matrix rangja $>= 2$. Ezutan szegelyezzuk ezt a 2 es determinanst hogy 3 as negyzetes matrixot kapjunk, amennyiben kapunk legalabb egy olyant amelynek erteke nem 0, abban az esetben a matrixnak a rangja novekedett 3 ra.

Megjegyzes

A fő determinans az amelyiknek a legnagyobb rangja van.

---

inverz matrix

$$A * B = B * A = I_n$$

Tetel:

$$detA \neq 0$$

Jeloles:

$A^-1 =$ az inverz matrix

Az inverz matrix felirasa

1. Det A kiszamolasa
2. A^t felirasa

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

$$A^t = \begin{pmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{pmatrix}$$

3. A^* felirasa

$$A^* = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}$$

$$A^{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} A_{22} & A_{23} \\ A_{32} & A_{33} \end{vmatrix} = ?$$

Jel.;

4. Inveerz matrix meghatarozasa

$$A^-1 = \frac{1}{detA} * A^*$$

matrix egyenletek

$A * X = B$
$A^-1|A * X = B$
$A^-1 * A * X = A^-1 * B$
$I_n * X = A^-1 * B$
$X = A^-1 * B$