Instrukcja do laboratorium nr 2
Przetwarzanie Sygnałów Diagnostycznych

Parametry sygnałów w dziedzinie czasu.

1. Parametry sygnałów deterministycznych (dla sygnału *x(t)* będącego ciągłą funkcją czasu):
   a) pochodna sygnału: $x_p = \frac{dx(t)}{dt}$
   b) całka sygnału: $x_c = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)dt$
   c) wartość średnia sygnału:

      dla sygnałów ograniczonych w przedziale <t_1,t_2>: $x_{śr} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} x(t)dt}{t_2 - t_1}$ lub $x_{śr} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} |x(t)|dt}{t_2 - t_1}$

      dla sygnałów o nieskończonym czasie trwania: $x_{śr} = \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} x(t)dt$

      lub $x_{śr} = \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} |x(t)|dt$

      dla sygnałów okresowych o okresie T: $x_{śr} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t)dt$ lub $x_{śr} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |x(t)|dt$

   d) energia sygnału: $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)dt$
   e) moc średnia sygnału:

      dla sygnałów ograniczonych w przedziale <t_1,t_2>: $P_x(t_1,t_2) = \frac{\int_{t_1}^{t_2} x^2(t)dt}{t_2 - t_1}$

      dla sygnałów o nieskończonym czasie trwania: $P_x = \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} x^2(t)dt$

      dla sygnałów okresowych o okresie T: $P_x = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)dt$

   f) wartość skuteczna sygnału (**R**oot **M**ean **S**quare): $P_{sk} = P_{RMS} = \sqrt{P_x}$
   g) funkcja autokorelacji sygnału: $R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x^*(t-\tau)dt$
   h) funkcja korelacji wzajemnej sygnału *x(t)* i *y(t)*: $R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y(t-\tau)dt$

2. Parametry sygnałów deterministycznych (dla sygnału dyskretnego *x*, $x \in \langle 0, N-1 \rangle$ o częstotliwości próbkowania f_p):

a) pochodna sygnału: $x_p = \frac{x_{n+1} - x_n}{\Delta t}$, $\Delta t = \frac{1}{f_p}$

b) całka sygnału: $x_c = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x_n$, $\Delta t = \frac{1}{f_p}$

c) wartość średnia sygnału:

dla sygnałów ograniczonych w przedziale <n_1,n_2>: $x_{śr} = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} x_n$

lub $x_{śr} = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} |x_n|$

dla sygnałów o nieskończonym czasie trwania: $x_{śr} = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} x_n$

lub $x_{śr} = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x_n|$

dla sygnałów okresowych o okresie N: $x_{śr} = \frac{1}{N} \sum_{n=n_0}^{n_0+(N-1)} x_n$ lub $x_{śr} = \frac{1}{N} \sum_{n=n_0}^{n_0+(N-1)} |x_n|$

d) energia sygnału: $E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2{}_n$

e) moc średnia sygnału:

dla sygnałów ograniczonych w przedziale <n_1,n_2>: $P_x = \frac{1}{n_2 - n_2 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} x^2{}_n$

dla sygnałów o nieskończonym czasie trwania: $P_x = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} x^2{}_n$

dla sygnałów okresowych o okresie N: $P_x = \frac{1}{N} \sum_{n=n_0}^{n_0+(N-1)} x^2{}_n$

f) wartość skuteczna sygnału (**R**oot **M**ean **S**quare): $P_{sk} = P_{RMS} = \sqrt{P_x}$

g) funkcja autokorelacji sygnału (estymator nieobciążony):

$$R_{xx}(k) = \frac{1}{N - |k|} \sum_{n=0}^{N-1-|k|} x_n \cdot x^*_{n-k}\text{ , } -N+1 \le k \le N-1$$

h) funkcja korelacji wzajemnej sygnału x_n i y_n (estymator nieobciążony):

$$R_{xy}(k) = \frac{1}{N - |k|} \sum_{n=0}^{N-1-|k|} x_n \cdot y^*_{n-k}\text{ , } -N+1 \le k \le N-1$$

Wartość funkcji korelacji staje się maksymalna, gdy dwa sygnały mają identyczny kształt i nie są względem siebie przesunięte w fazie (n=0). Dlatego stosuje się ją jako miarę podobieństwa dwóch sygnałów. Zarówno w funkcji korelacji wzajemnej, jak i autokorelacji przed znakiem sumy stosuje się czynnik normalizacyjny 1/N (estymator obciążony) lub 1/(N-k) (estymator nieobciążony).
Funkcja autokorelacji sygnału szumu losowego jest z matematycznego punktu widzenia deltą Diraca, gdyż idealny szum losowy jest podobny do siebie wyłącznie wtedy, gdy nie jest przesunięty w fazie względem siebie. W przypadku sygnałów periodycznych (np. funkcja sinus), autokorelacja staje się również funkcją okresową. Jeżeli funkcja okresowa zostanie zakłócona szumem losowym, to jej funkcja autokorelacji będzie nadal funkcją okresową z jednym małym wyjątkiem – dla przesunięcia n=0 pojawi się pojedynczy pik

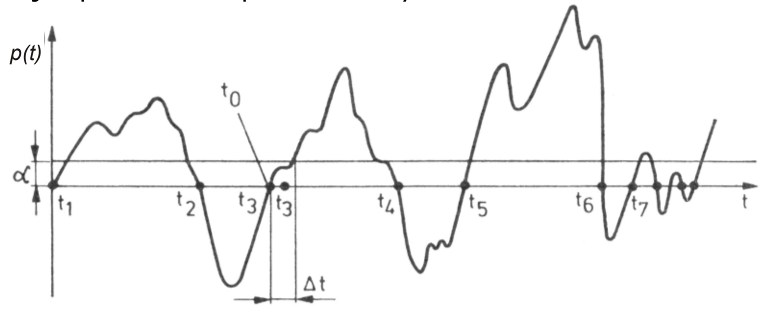
akumulujący całą moc sygnału zakłócającego. Jak zatem widać, można użyć funkcji autokorelacji jako prostej metody usuwania szumu z badanego sygnału.
Korelowanie ze sobą dwóch różnych sygnałów może służyć do detekcji i lokalizacji znanego sygnału odniesienia w szumie losowym. Wysoka wartość funkcji korelacji wzajemnej wskazuje na obecność w złożonym, zakłóconym sygnale próbki o kształcie sygnału odniesienia. Dla przykładu emitowany przez radar impuls typu „chirp" (sygnał zmieniający się nieliniowo w czasie $y(t)=sin(t^2)$) po odbiciu od namierzonego celu ulega silnemu zakłóceniu i wraca do radaru w niemal nieczytelnej postaci. Dopiero przeprowadzenie korelacji wzajemnej tego zakłócanego sygnału z emitowanym „czystym' sygnałem (jako sygnał odniesienia) dokładnie pokazuje w funkcji korelacji wzajemnej, po jakim czasie od wysłania sygnału nastąpił jego powrót, a przez to umożliwia ustalenie odległości namierzonego obiektu.

i) analiza przejść przez zero

Analiza przejść przez zero (*Zero Crossing Analysis* - ZCA) jest wykonywana w dziedzinie czasu, na podstawie wyznaczenia punktów przecięcia się przebiegu wartości sygnału $p(t)$ z osią czasu t, czyli punktów t_j, dla których $p(t_j)=0$.
Dla przebiegu czasowego $x(t)$ sygnał, funkcję przejść przez zero $\rho_0(x,t)$ wyrażamy wg zależności:

$$\rho_0(x,t) = \begin{cases} 1 & \text{jeśli istniej x(t) spełniające warunki:} \\ & p(t)\cdot p(t-\tau) < 0 \\ & \left|p(t) \geq \alpha \wedge \left|p(t-\Delta t)\right|\right| < \alpha \\ & \left|p(t)\right| < \alpha \ \text{dla } t_0<t<t_0+\Delta t \\ 0 & \text{w przeciwnym wypadku} \end{cases}$$

α – oznacza pewien poziom progowy ($\alpha \neq 0$) zabezpieczający przed pomiarem dodatkowych przejść przez zero spowodowany zakłóceniami.



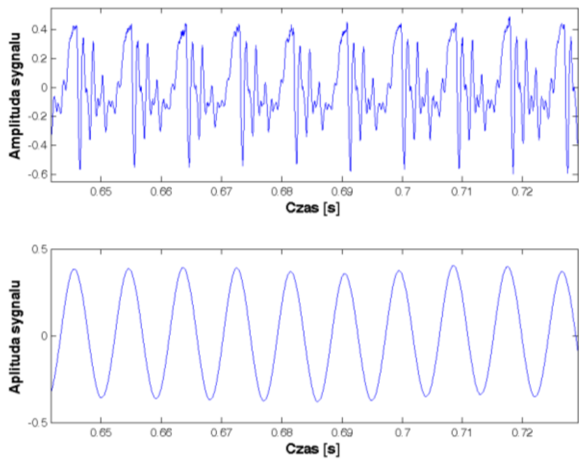
Rys. 1 Graficzna interpretacja przejścia przez zero sygnału [wg. 1]

W praktyce, z punktu widzenia cyfrowego przetwarzania sygnału ZCA opiera się na wyznaczeniu wartości funkcji signum kolejno po sobie występujących próbek (n) badanego sygnału $p(n)$, zgodnie z zależnością:

$$\rho_0(x,n) = \frac{\left|\operatorname{sgn}(p(n)) - \operatorname{sgn}(p(n-1))\right|}{2}$$

gdzie: $\operatorname{sgn}(p(n)) = \begin{cases} +1 \ gdy \ p(n) \geq 0 \\ -1 \ gdy \ p(n) < 0 \end{cases}$

Głównymi kierunkami analizy ZCA, jest ocena gęstości przejść przez zero ρ_0 oraz analiza rozkładów interwałów czasowych między kolejnymi przejściami przejść przez zero.



Rys. 2. Czasowy przebieg sygnału mowy *p(t)* – dźwięk /*a*/ o przedłużonej fonacja przed i po filtracji dolnoprzepustowej. Głos męski.

Na przykład w celu wyznaczenia tonu krtaniowego[1] F_0, dokonujemy na czasowym sygnale mowy *p(t)* filtracji dolnoprzepustowej, a następnie wykonujemy analizę przejść przez zero uzyskując ρ_0. Na rysunku 2 pokazano czasowy sygnał mowy *p(t)*. W górnej części tego rysunku pokazano „surowy" sygnał mowy *p(t)*, natomiast w dolnej jego części ten sam sygnał mowy po zastosowaniu filtracji dolnoprzepustowej. Znajomość statystycznych właściwości tych rozkładów interwałów w czasie pozwala wyznaczyć średnią częstotliwość tonu krtaniowego oraz jej wartości z okresu na okres.

3. Pomocne funkcje programu MATLAB:

sqrt – pierwiastek,
sum – obliczenie suma elementów macierzy,
mean – obliczenie wartości średniej,
xcorr – obliczenie współczyników korelacji (estymator obciążony 'biased' i estymator nieobciążony 'unbiased').

4. Zadania do wykonania:

a) dla wygenerowanego sygnału o dowolnej ilości okresów
$$x(t) = \begin{cases} A\sin(2\pi f_0 t) & dla \quad 0 \le t < T/2 \\ 0 & dla \quad T/2 \le t < T \end{cases}$$
gdzie f_0 = 1 Hz wyliczyć parametry zdefiniowane w pkt 2a-f),
b) wczytać sygnał testowy z pliku „1hz.wav", wyliczyć parametry zdefiniowane w pkt 2a-f) Porównać wyniki z punktem 4a),
c) wczytać sygnał testowy z plików „1khz_and_white.wav" i „1khz.wav". Wyliczyć i przedstawić graficznie funkcję korelacji wzajemnej tych sygnałów (wykorzystać funkcje xcorr, wyniki dla dwóch różnych estymatorów),
d) wyliczyć i przedstawić graficznie funkcję autokorelacji sygnału „pink.wav" i „white.wav" (wykorzystać funkcje xcorr, wyniki dla dwóch różnych estymatorów),
e) opracować algorytm funkcji korelacji (własnej oraz wzajemnej). Porównać działanie algorytmu z wynikami otrzymanymi w punkcie c),
f) opracować algorytm realizujący analizę przejść przez zero dla dowolnego sygnału okresowego, przedstawić działanie w postaci estymacji częstotliwości podstawowej sygnałów typu: „1Hz.wav", „1kHz.wav".

[1] ton krtaniowy (F_0) – nazywany również tonem podstawowym, częstotliwością podstawą

5. Sprawozdanie
Sprawozdanie z laboratorium obejmuje kod źródłowy oraz wykresy z wykonanych zadań z punktu 4. Sprawozdanie (jedno na osobę) wyłącznie w wersji PDF przesłanej przez stronę kursu Platformy e-Learningowej AGH.

Odniesienia:

[1] Basztura Cz.: *Źródła, sygnały i obrazy akustyczne.* WKiŁ Warszawa 1988.