Instrukcja do laboratorium nr 3
Przetwarzanie Sygnałów Diagnostycznych

Analiza widmowa (częstotliwościowa) sygnałów – dyskretna transformata Fouriera.

1. Wiadomości wstępne.

Transformata Fouriera ciągłego sygnału x(t) definiuje zależność:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft}dt$$

Odwrotną transformatę Fouriera określa zależność:

$$X(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(f)e^{j2\pi ft}df$$

gdzie: $e^{j\phi} = \cos(\phi) + j\sin(\phi)$ (zależność Eulera)

2. Dyskretna transformata Fouriera (**D**iscrete **F**ourier **T**ransform)

Sygnał dyskretny jest to ciąg $x_0, x_1, ..., x_{N-1}$ o skończonej długości N próbek.

Czas trwania sygnału wynosi $t = N\Delta t$, gdzie $\Delta t = \frac{1}{f_p}$, f_p - częstotliwość próbkowania.

Widmo częstotliwościowe określa się dla dyskretnych wartości częstotliwości $f_{analizy}(m) = \frac{mf_p}{N}$, gdzie $m = 0,1,...,N-1$.

Wzór na dyskretne przekształcenie Fouriera ciągu $x(n)$ o skończonej długości *N* próbek określa zależność:

$$X(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}mn}, \text{ gdzie } 0 \le m \le N-1$$

Ponieważ $e^{-j\frac{2\pi}{N}(m+N)n} = e^{-j2\pi n}e^{-j\frac{2\pi}{N}mn} = e^{-j\frac{2\pi}{N}mn}$, zatem funkcje bazowe przekształcenia Fouriera są okresowe względem *m* i okres ten wynosi *N*.
Dlatego w dyskretnej transformacji Fouriera wyznacza się *N* prążków.
Charakterystyka amplitudowa (widmo), tj. $|X(m)|$ jest symetryczna dla połowy częstotliwości próbkowania. Symetria ta wynika z właściwości zespolonej funkcji bazowej:

$$e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-m)n} = e^{-j2\pi n}e^{j\frac{2\pi}{N}mn} = e^{j\frac{2\pi}{N}mn}, \text{ gdzie } 0 \le m \le N-1.$$

Oznacza to, że:

$$\mathrm{Re}\left(e^{j\frac{2\pi}{N}mn}\right) = \mathrm{Re}\left(e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-m)n}\right)$$

$$\arg\left(e^{j\frac{2\pi}{N}mn}\right) = -\arg\left(e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-m)n}\right)$$

Zatem, prążek $X(m = N/2)$ leży na osi symetrii.

2. Pomocne funkcje programu MATLAB:

fft – dyskretna transformata Fouriera (DFT) liczona przy wykorzystaniu algorytmu szybkiej transformaty Fouriera (FFT),
ifft – odwrotna dyskretna transformata Fouriera (iDFT) liczona przy wykorzystaniu algorytmu odwrotnej szybkiej transformaty Fouriera (iFFT),
tic, toc – stoper, funkcja zliczająca czas wykonywanych obliczeń,
bar – rysowanie wykresów słupkowych,
real – część rzeczywista liczby zespolonej,
imag – część urojona liczby zespolonej,
abs – wartość bezwzględna (moduł) liczby.

3. Zadania do wykonania:

a) wczytać sygnał testowy z pliku „1khz.wav”:
- obliczyć współczynniki zespolonego szeregu Fouriera a następnie wykreślić (poprawnie skalując oś częstotliwości) ich część rzeczywistą, urojoną i moduł metodą FFT[1],

UWAGA: odpowiednio dobrać rozdzielczość transformaty, tak aby zminimalizować zjawisko przecieku.

b) stworzyć m-plik funkcyjny realizujący algorytm Dyskretnej transformaty Fouriera (DFT)

b) wczytać sygnał testowy z plików „mix.wav”:
- obliczyć współczynniki zespolonego szeregu Fouriera a następnie wykreślić (poprawnie skalując oś częstotliwości) ich część rzeczywistą, urojoną i moduł metodą FFT,
- obliczyć współczynniki zespolonego szeregu Fouriera a następnie wykreślić (poprawnie skalując oś częstotliwości) ich część rzeczywistą, urojoną i moduł metodą DFT,
- porównać czas obliczeń algorytmu FFT z DFT,
- wypisać częstotliwości harmoniczne sygnału „mix.wav”,

UWAGA: odpowiednio dobrać rozdzielczość transformaty, tak aby zminimalizować zjawisko przecieku.

4. Sprawozdanie

Sprawozdanie z laboratorium obejmuje kod źródłowy oraz wykresy z wykonanych zadań z punktu 3. Sprawozdanie (jedno na osobę) wyłącznie w wersji PDF przesłanej przez stronę kursu Platformy e-Learningowej AGH.

[1] proszę wykorzystać funkcję MATLAB’a