

Московский физико-технический институт

Лабораторная работа № 3.2.2
Резонанс напряжений.



Осипов Егор. Б03-005
07.09.2021
г. Долгопрудный

Содержание

| | | |
|----------|--|----------|
| 1 | Предстоит сделать. | 2 |
| 1.1 | Цель работы и оборудование. | 2 |
| 2 | Теоритические сведения. | 2 |
| 2.1 | Теория, как она есть. | 2 |
| 2.2 | Свободные колебания | 2 |
| 2.3 | Свободные колебания. Метод комплексных амплитуд. | 3 |
| 2.4 | Свободные колебания. Резонанс. | 3 |
| 2.5 | Формулы и зависимости. | 4 |
| 2.6 | Экспериментальная установка | 5 |
| 3 | Экспериментальные данные и их обработка. | 6 |
| 4 | Вывод. | 8 |

1 Предстоит сделать.

1.1 Цель работы и оборудование.

Цель работы: Изучение последовательной цепи переменного тока, наблюдение резонанса напряжений. Определение добротности и сопротивления контура, а так же параметров катушки.

В работе используется: Регулировочный трансформатор, катушка индуктивности с выдвижным сердечником, магазин емкостей, реостат, резистор, амперметр, три вольтметра, ваттметр, осциллограф, универсальный мост.

2 Теоритические сведения.

2.1 Теория, как она есть.

Все колебания рассматриваются в условиях **квазистационарности**. Это означает, что мгновенные значения тока I практически одинаковы во всех проводниках, соединяющих элементы цепи, а изменения во времени происходят настолько медленно, что распространение электродинамических взаимодействий можно считать мгновенным.

Это позволяет нам пользоваться ЗСЗ и законом Ома для замкнутой цепи для цепей переменного тока. Отсюда следуют и **правила Кирхгофа**. Первое: алгебраическая сумма токов в узле равна нулю. Второе: для любого замкнутого контура сумма падений напряжений на отдельных участках контура равна алгебраической сумме ЭДС в этом контуре.

Используя правила Кирхгофа для цепей переменного тока, мы получаем систему линейных дифференциальных уравнений, которые позволяют найти *временную* зависимость токов в данной цепи.

2.2 Свободные колебания

Сумма падений напряжений в цепи равна ЭДС самоиндукции катушки:

$$RI + U_C = -L \frac{dI}{dt}; \quad L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C} \quad (1)$$

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = 0 \quad (2)$$

Разделим уравнение на L и введем обозначения:

$$\gamma = \frac{R}{2L}; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad (3)$$

Таким образом получаем γ - **коэффициент затухания** и ω_0 - **собственная частота** контура.

Подобными уравнениями описывают целый ряд колебательных систем. Проще всего их представить в виде уравнения:

$$I = A \cdot e^{\lambda t} \quad (4)$$

От этого вида уравнения можно простой подстановкой перейти в **характеристическому** виду уравнения:

$$\lambda^2 + 2\gamma\lambda + \omega_0^2 = 0 \quad (5)$$

Величина $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ называется *частотой свободных колебаний*.

2.3 Свободные колебания. Метод комплексных амплитуд.

Так называют контур, в котором ЭДС изменяется по гармоническому закону:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cos(\Omega t) \quad (6)$$

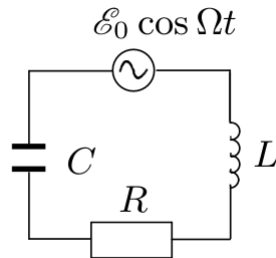


Рис. 1: Последовательный контур с внешним ЭДС.

2.4 Свободные колебания. Резонанс.

Снова рассмотрим процессы протекающие в последовательном контуре (1) подсоединенном к внешней ЭДС. Продифференцируем уравнение (2.34) по времени:

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = -\varepsilon_0 \Omega \sin(\Omega t) \quad (7)$$

Находя общее решение однородного уравнения I_1 и любое частное решение I_2 найдем решение дифференциального уравнения, полученного заменой $\sin(\Omega t)$ на $e^{i\Omega t}$ и разделением уравнения (7) на L .

2.5 Формулы и зависимости.

Выражение для напряжения на резисторе, катушке и суммарного напряжения.

$$U_R = IR, \quad U_L = I(r_L + i\Omega L), \quad U_{R+L} = I(R + r_L + i\Omega L) \quad (8)$$

Где r_L - активное сопротивление катушки.

Переходя к модулям и фазам токов и напряжений, найдем из (8).

$$U_R = IR, \quad tg\varphi_1 = 0 \quad (9)$$

$$U_L = I\sqrt{r_L^2 + (\Omega L)^2}, \quad tg\varphi_2 = \frac{\Omega L}{r_L} \quad (10)$$

$$U_{R+L} = I\sqrt{(R + r_L)^2 + (\Omega L)^2}, \quad tg\varphi_3 = \frac{\Omega L}{R + r_L} \quad (11)$$

В этих формулах U и I - эффективные значения напряжения и тока. Мощность переменного тока, выделяемая в катушке

$$P_L = U_L I \cos\varphi = I^2 r_L \quad (12)$$

В контуре, настроенном в резонанс на частоту Ω внешнего источника (собственная частота контура и внешняя совпадают $\omega_0 = \Omega$), реактивные сопротивления индуктивности и емкости одинаковы.

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad (13)$$

Определив добротность контура Q , можно рассчитать полное сопротивление контура R_Σ в резонансе, поскольку

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R_\Sigma} = \frac{1}{\omega_0 C R_\Sigma} \quad (14)$$

$$R_\Sigma = R + r_L \quad (15)$$

Резонансные напряжения на контуре и на емкости равны

$$U_{\Sigma \text{рез}} = I_{\text{рез}} R_\Sigma, \quad U_{C \text{рез}} = \frac{I_{\text{рез}}}{\Omega C} \quad (16)$$

Из (14) и (16) получим

$$Q = \frac{U_{C \text{рез}}}{U_{\Sigma \text{рез}}} \quad (17)$$

2.6 Экспериментальная установка

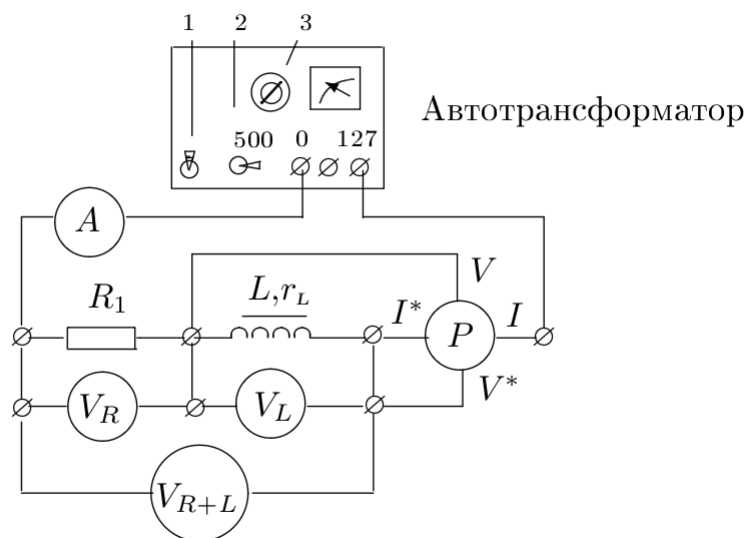


Рис. 2: Схема установки для изучения закона Ома в цепи переменного тока.

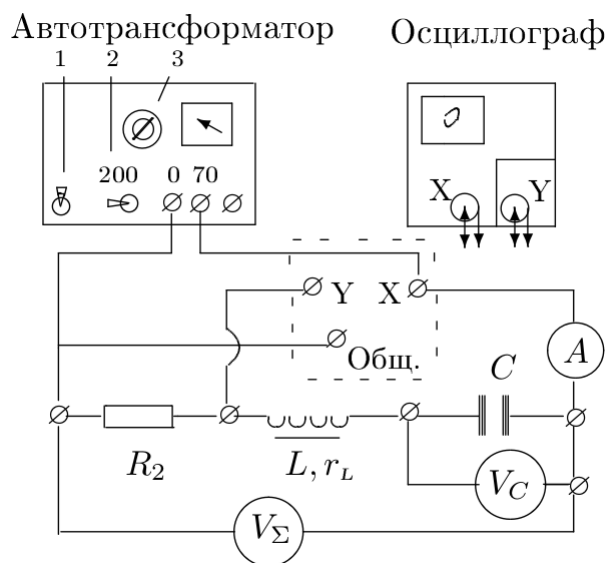


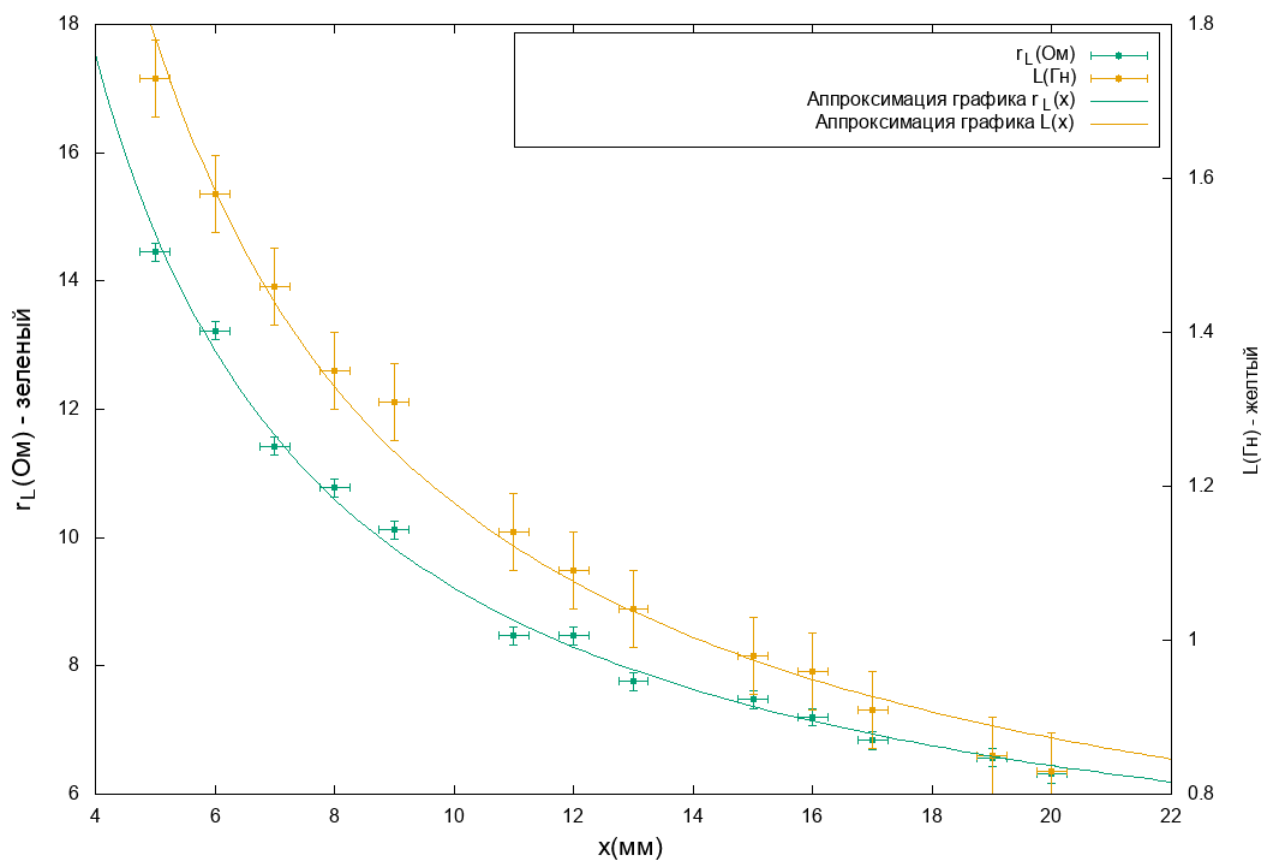
Рис. 3: Схема установки для наблюдения резонанса напряжений.

3 Экспериментальные данные и их обработка.

Таблица 1: Данные эксперимента и расчетные r_l и L .

| $x(\text{мм})$ | $I(\text{А})$ | $V_R(\text{В})$ | $V_{R+L}(\text{В})$ | $V_L(\text{В})$ | $P(\text{Вт})$ | $r_l(\text{Ом})$ | $L(\text{Гн})$ |
|----------------|---------------|-----------------|---------------------|-----------------|----------------|------------------|----------------|
| 5 | 0.80 | 70 | 106 | 70 | 9.25 | 14.45 | 1.73 |
| 7 | 0.85 | 74 | 104 | 63 | 8.25 | 11.42 | 1.46 |
| 9 | 0.88 | 78 | 104 | 58 | 7.75 | 10.12 | 1.31 |
| 11 | 0.93 | 81 | 103 | 53.5 | 7.25 | 8.47 | 1.14 |
| 13 | 0.95 | 83 | 103 | 50 | 7.00 | 7.76 | 1.04 |
| 15 | 0.95 | 84 | 103 | 47 | 6.75 | 7.48 | 0.98 |
| 17 | 0.98 | 85 | 102 | 45 | 6.50 | 6.84 | 0.91 |
| 19 | 0.98 | 86 | 102 | 42 | 6.25 | 6.57 | 0.85 |
| 20 | 0.98 | 86 | 102 | 41 | 6.00 | 6.31 | 0.83 |
| 16 | 0.95 | 84 | 102 | 46 | 6.50 | 7.20 | 0.96 |
| 12 | 0.93 | 82 | 103 | 51 | 7.25 | 8.47 | 1.09 |
| 8 | 0.88 | 76 | 105 | 60 | 8.25 | 10.78 | 1.35 |
| 6 | 0.83 | 72 | 106 | 66 | 9.00 | 13.22 | 1.58 |

По данным таблицы построим график зависимости сопротивления катушки r_L и ее индуктивности L от величины смещения сердечника x .



Из графика для среднего положения найдем $r_L = 7.37 \pm 0.14 \text{ Ом}$ и $L = 0.98 \pm 0.05 \text{ Гн}$

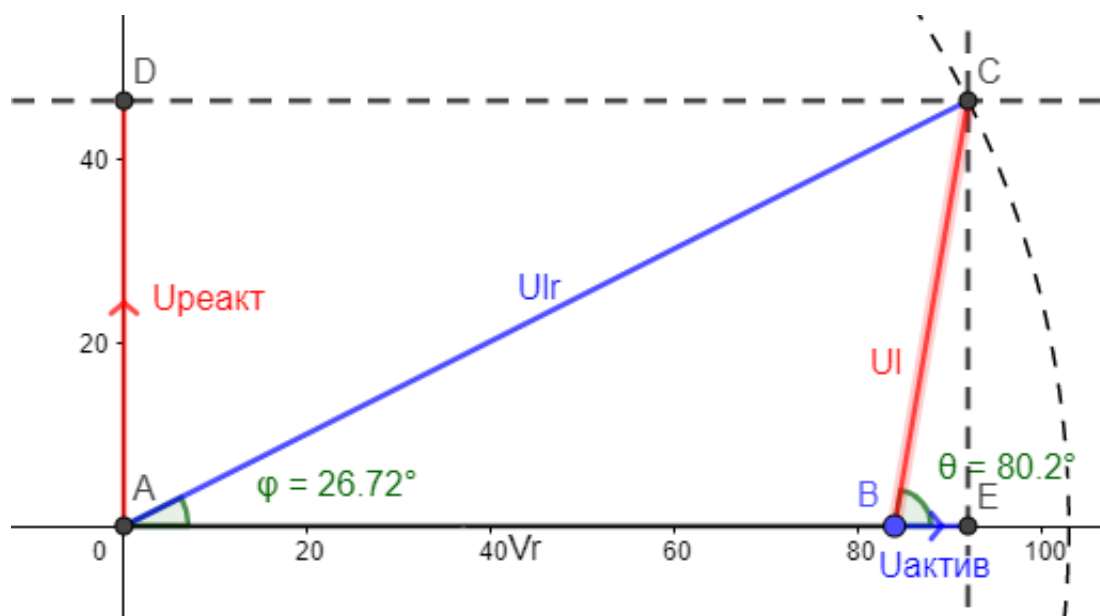


Рис. 4: Векторная диаграмма напряжений.

Из векторной диаграммы найдем (3): $U_{L,акт} = 8 \pm 0.5 \text{ (В)}$ и $U_{L,реакт} =$

46.31 ± 0.5 (В). Отсюда:

$$L = \frac{U_{L,\text{реакт}}}{I\Omega} = 0.97 \pm 0.01 \text{ Гн} \quad r_L = \frac{U_{L,\text{акт}}}{I} = 7.89 \pm 0.5 \text{ Ом}$$

Из этой же диаграммы $\cos \Theta = 0,13$. Теоритический расчет показывает, что $\cos \Theta^* = \frac{P_L}{U_L I} = 0.15$. Отличие составляет 16%.

По теореме косинусов

$$P_L = U_L \frac{U_R}{R_1} \cos \Theta = 5.64 \text{ Вт}$$

Отличие от экспериментального значения $P_L^* = 6.75$ Вт составило 16.4%.

Активное сопротивление катушки вычисляем по формуле:

$$r_L = \frac{U_{\Sigma,\text{рез}} - I_{\text{рез}} \cdot R_2}{I_{\text{рез}}}$$

Для среднего положения: $r_L = 4.28 \pm 0.21$ Ом.

Условия резонанса:

$$\omega_0 = 2\pi\nu \quad L = \frac{1}{\omega^2 C} \quad r_L = \frac{\omega_0 L}{Q}$$

Для среднего положения: $L = 0.17$ Гн, $r_L = 4.15$ Ом.

Полученные значения сведем в таблицу:

| | График | Векторная диаграмма | Резонанс | Добротность | LCR-метр |
|----------|-----------------|---------------------|-----------------|-------------|----------|
| r_L Ом | 7.37 ± 0.14 | 7.89 ± 0.5 | 4.28 ± 0.21 | 4.15 | 3.28 |
| L Гн | 0.98 ± 0.05 | 0.97 ± 0.01 | — | 0.17 | 0.13 |

Таблица 2: Итоговые значения индуктивности L и сопротивления r_L катушки

4 Вывод.

Получены значения сопротивления r_L и индуктивности L катушки (таблица (2)). Добротность составила 5.52. Расхождения результатов первых двух от последующих ихмерений обусловлены скорее всего тем, что при выполнении лабораторной работы мы с другими выполняющими обменялись катушками (ненамеренно).