

0. 说明

问1. 考虑离散时间系统,

问2. 考虑离散时间系统,

问3. 假设每个点为内点的概率为 $w = 0.1$, 如果想选择一个内点子集 ($n = 3$) 的概率为 $p = 0.999$, 需要多少次 RANSAC 迭代?

0. 说明

本 PDF 文档为自动生成, 如有遗漏的格式错误但不影响阅读请见谅, 若影响了阅读请告知!

问1. 考虑离散时间系统,

$$x_k = x_{k-1} + v_k + \bar{v}_k$$

$$d_k = x_k$$

其中 \bar{v}_k 是未知的输入偏差。请写出增广状态系统并确定该系统是否能观。

解:

采用有偏差的布朗运动模型: $\bar{v}_k = \bar{v}_{k-1} + s_k, \quad s_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{W})$

$$\text{增广状态 } x'_k = \begin{bmatrix} x_k \\ \bar{v}_k \end{bmatrix}$$

增广运动方程: $x'_k = A'x'_{k-1} + B'v_k + w'_k$

$$\text{其中 } A' = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B' = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad w'_k = \begin{bmatrix} 0 \\ s_k \end{bmatrix}$$

观测方程: $d_k = C'x'_k$

$$\text{其中 } C' = [1 \quad 0]$$

$$\mathcal{O}' = \begin{bmatrix} C' \\ C'A' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = N + U = 2 \implies \text{系统可观}$$

问2. 考虑离散时间系统,

$$x_k = x_{k-1} + v_k$$

$$v_k = v_{k-1} + a_k$$

$$d_{1,k} = x_k$$

$$d_{2,k} = x_k + \bar{d}_k$$

其中 \bar{d}_k 是未知的输入偏差 (只存在于其中一个测量方程中)。请写出增广状态系统并确定该系统是否能观。

解:

$$\text{令 } \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ v_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} d_{1,k} \\ d_{2,k} \end{bmatrix} \text{ 可得:}$$

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}a_k \quad \mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{D}\bar{d}_k$$

$$\text{其中 } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

采用有偏差的布朗运动模型: $\bar{d}_k = \bar{d}_{k-1} + s_k, \quad s_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{W})$

$$\text{增广状态 } x'_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \bar{d}_k \end{bmatrix}$$

增广运动方程: $x'_k = A' x'_{k-1} + B' a_k + w'_k$

$$\text{其中 } A' = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B' = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad w'_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ s_k \end{bmatrix}$$

观测方程: $y_k = C' x'_k$

$$\text{其中 } C' = [\mathbf{C} \quad 1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{O}' = \begin{bmatrix} C' \\ C' A' \\ C' A'^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = N + U = 3 \implies \text{系统可观}$$

问3. 假设每个点为内点的概率为 $w = 0.1$, 如果想选择一个内点子集 ($n = 3$) 的概率为 $p = 0.999$, 需要多少次 RANSAC 迭代?

解: 如果每个测量被选取是相互独立的

$$1 - p = (1 - w^n)^k \implies k = \lceil \frac{\ln(1-p)}{\ln(1-w^n)} \rceil$$

代入数值计算可得: $k=6905$

所以需要 6905次 **RANSAC** 迭代