

ankhangluonvuituoi@gmail.com | 0967 670 770 | <https://github.com/GrootTheDeveloper>

OLYMPIC TIN - CẤP TỐC

Tài liệu ôn tập Competitive Programming

Đặng Phúc An Khang & Huỳnh Tấn Phúc

Sinh viên ngành CNTT (AI & DS) — Trường Đại học Quản lý & Công nghệ TP.HCM (UMT)

Ngày 30 tháng 9 năm 2025

Mục lục

1	Giới thiệu	2
1.1	Các nguồn tài nguyên	2
1.2	Tài khoản trên các Online Judge	2
2	String (Xâu ký tự)	3
2.1	Các hàm phải biết	3
2.1.1	Khởi tạo và độ dài	3
2.1.2	Truy cập và thao tác ký tự	3
2.1.3	Chuyển đổi	3
2.1.4	Biến đổi chuỗi	3
2.1.5	Một số cái khác	3
2.2	Bài tập	4
3	Toán học	5
3.1	Bài tập	5
4	Cài đặt	6
4.1	Bài tập	6
5	Segment Tree	7
5.1	Bài tập	7
6	TÌM KIẾM NHỊ PHÂN	8
6.1	Lý thuyết	8
6.1.1	Khái niệm	8
6.1.2	Độ phức tạp	8
6.1.3	Ý tưởng thuật toán	8
6.2	Bài tập tìm kiếm nhị phân	9
6.3	Bài tập tìm kiếm nhị phân kết quả	12

CHƯƠNG 1

GIỚI THIỆU

Contents

1.1	Các nguồn tài nguyên	2
1.2	Tài khoản trên các Online Judge	2

1.1 Các nguồn tài nguyên

- C/C++: <https://github.com/GrootTheDeveloper/OLP-ICPC/tree/master/2025/C%2B%2B>
- [Kho23]. *CP10. Competitive Programming* https://drive.google.com/drive/folders/1MTEVHT-7nBnMJ7C9LgyAR_pEVSE3F1Kz?fbclid=IwAR3TovIj2rKCR1a4oZxW-LQCoEoVkipVAvCzwrrOnJ6GzcAd47P6L01Rwc
- [CP-]. *Algorithms for Competitive Programming* <https://cp-algorithms.com>
- [VNO]. *Thư viện VNOI* <https://wiki.vnoi.info>

1.2 Tài khoản trên các Online Judge

- Codeforces: <https://codeforces.com/profile/vuivethoima>
- VNOI: oj.vnoi.info/user/Groot
- IUHCoder: oj.iuhcoder.com/user/ankhang2111
- MarisaOJ: <https://marisaoj.com/user/grootsiuvip/submissions>
- CSES: <https://cses.fi/user/212174>
- UMTOJ: sot.umtoj.edu.vn/user/grootsiuvip
- SPOJ: www.spoj.com/users/grootsiuvip/
- POJ: http://poj.org/userstatus?user_id=vuivethoima
- AtCoder: <https://atcoder.jp/users/grootsiuvip>
- OnlineJudge.org: vuivethoima

CHƯƠNG 2

STRING (XÂU KÝ TỰ)

Contents

2.1	Các hàm phải biết	3
2.1.1	Khởi tạo và độ dài	3
2.1.2	Truy cập và thao tác ký tự	3
2.1.3	Chuyển đổi	3
2.1.4	Biến đổi chuỗi	3
2.1.5	Một số cái khác	3
2.2	Bài tập	4

2.1 Các hàm phải biết

2.1.1 Khởi tạo và độ dài

- `string s = "hello";`
- `s.size()` hoặc `s.length()` → độ dài chuỗi.

2.1.2 Truy cập và thao tác ký tự

- `s.front()`, `s.back()` → ký tự đầu/cuối.
- `s.push_back('a')`, `s.pop_back()` → thêm / xóa ký tự cuối.

2.1.3 Chuyển đổi

- `stoi("123")` → Chuyển string sang int.
- `stoll("123456789")` → Chuyển string sang long long.
- `to_string(12345)` → Chuyển số sang string.

2.1.4 Biến đổi chuỗi

- `reverse(s.begin(), s.end())` → đảo chuỗi.
- `sort(s.begin(), s.end())` → sắp xếp ký tự.

2.1.5 Một số cái khác

- `getline(cin, s)` → nhập cả dòng.
- `isalpha(c)`, `isdigit(c)`, `islower(c)`, `isupper(c)` → kiểm tra ký tự.
- `tolower(c)`, `toupper(c)` → đổi ký tự.

2.2 Bài tập

Bài tập 1. Xâu đẹp (OLP23KC)

Done

Bài tập 2. VCA (OLP20CT)

Done

Bài tập 3. Chỉ số hấp dẫn (OLP23CT)

Done

Bài tập 4. Chuỗi hạt (OLP22CT)

Done

Bài tập 5. Dãy chữ số (OLP22CT)

Done

link: https://oj.vnoi.info/problem/olp_kc23_beastr

link: https://oj.vnoi.info/problem/olp_ct20_vca

link: https://oj.vnoi.info/problem/olp_ct23_attindex

link: https://oj.vnoi.info/problem/olp_ct22_cutstr

link: https://oj.vnoi.info/problem/olp_ct22_digits

CHƯƠNG 3

TOÁN HỌC

Contents

3.1	Bài tập	5
-----	-------------------	---

3.1 Bài tập

Bài tập 6. Chăn bò (OLP19KC)

Done

link: https://oj.vnoi.info/problem/olp_kc20_cows

Bài tập 7. Cột bò (OLP19KC)

Done

link: https://oj.vnoi.info/problem/olp_kc19_cow

Bài tập 8. Tam giác (OLP19KC)

Done

link: https://oj.vnoi.info/problem/olp_kc19_tri

Bài tập 9. Mã hóa (OLP21KC)

Done

link: https://oj.vnoi.info/problem/olp_kc21_encryption

Bài tập 10. Cầu kính (OLP21CT)

Done

link: https://oj.vnoi.info/problem/olp_ct21_bridge

CHƯƠNG 4

CÀI ĐẶT

Contents

4.1	Bài tập	6
-----	-------------------	---

4.1 Bài tập

Bài tập 11. Truy vết (OLP21CT)

link: https://oj.vnoi.info/problem/olp_ct21_detectf12

CHƯƠNG 5

SEGMENT TREE

Contents

5.1 Bài tập	7
-----------------------	----------

5.1 Bài tập

Bài tập 12. Khớp dữ liệu (OLP19KC)

link: https://oj.vnoi.info/problem/olp_kc19_seq

Bài tập 13. Năng lượng mặt trời (OLP21CT)

link: https://oj.vnoi.info/problem/olp_ct21_solar

CHƯƠNG 6

TÌM KIẾM NHỊ PHÂN

Contents

6.1	Lý thuyết	8
6.1.1	Khái niệm	8
6.1.2	Độ phức tạp	8
6.1.3	Ý tưởng thuật toán	8
6.2	Bài tập tìm kiếm nhị phân	9
6.3	Bài tập tìm kiếm nhị phân kết quả	12

6.1 Lý thuyết

6.1.1 Khái niệm

Tìm kiếm nhị phân là **thuật toán tìm kiếm trên mảng đã được sắp xếp** (theo thứ tự tăng dần hoặc giảm dần). Ý tưởng chính: **chia đôi khoảng tìm kiếm** sau mỗi bước, từ đó giảm số lượng phần tử cần xét xuống một nửa.

- Nếu giá trị cần tìm **nhỏ hơn** giá trị giữa \rightarrow tìm ở **nửa trái**.
- Nếu giá trị cần tìm **lớn hơn** giá trị giữa \rightarrow tìm ở **nửa phải**.
- Nếu bằng giá trị giữa \rightarrow **tìm thấy** phần tử.

Điều kiện bắt buộc: Mảng phải được **sắp xếp trước** khi áp dụng tìm kiếm nhị phân.

6.1.2 Độ phức tạp

Bước phân tích	Giá trị
Thời gian	$O(\log_2 n)$
Không gian	$O(1)$ (phiên bản lặp) hoặc $O(\log n)$ (phiên bản đệ quy)

Vì mỗi lần chia đôi số phần tử, nên số bước lặp tỷ lệ với $\log_2 n$.

6.1.3 Ý tưởng thuật toán

Giả sử mảng a có n phần tử, tìm số x :

1. Khởi tạo:

- $\text{left} = 0, \text{right} = n-1$.

2. Trong khi $\text{left} \leq \text{right}$:

- $\text{mid} = (\text{left} + \text{right}) / 2$
- Nếu $a[\text{mid}] == x \rightarrow$ tìm thấy \rightarrow trả về vị trí.
- Nếu $a[\text{mid}] < x \rightarrow$ tìm ở **nửa phải** $\rightarrow \text{left} = \text{mid} + 1$.
- Nếu $a[\text{mid}] > x \rightarrow$ tìm ở **nửa trái** $\rightarrow \text{right} = \text{mid} - 1$.

3. Nếu vòng lặp kết thúc mà chưa tìm thấy $\rightarrow x$ không tồn tại trong mảng.

6.2 Bài tập tìm kiếm nhị phân

Bài tập 14. Tìm kiếm nhị phân

link: <https://marisaoj.com/problem/515>

Cho mảng A được sắp xếp tăng dần gồm n số nguyên khác nhau. Có q truy vấn, mỗi truy vấn là một số nguyên x . Hãy xác định xem giá trị x nằm ở vị trí nào trong mảng A .

Input

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên n, q — số phần tử của mảng và số lượng truy vấn.
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên A_i ($1 \leq i \leq n$).
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm một số nguyên x , biểu thị một truy vấn.

Output Với mỗi truy vấn, in ra vị trí của số nguyên x trong mảng A . Đảm bảo rằng x luôn tồn tại trong mảng A .

Giới hạn

- $1 \leq n, q \leq 10^5$
- $1 \leq A_i, x \leq 10^9$

Dữ liệu vào	Kết quả ra
5 3	2
1 4 6 8 10	5
4	1
10	
1	

Mảng được đánh chỉ số bắt đầu từ 1.

Bài tập 15. Tìm kiếm nhị phân 2

link: <https://marisaoj.com/problem/76>

Cho mảng A **không giảm** gồm n số nguyên. Có q truy vấn, mỗi truy vấn cho một số nguyên x . Hãy tìm chỉ số nhỏ nhất i sao cho $A_i = x$. Nếu không tồn tại, in ra -1 .

Input

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên n, q .
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên A_i ($1 \leq i \leq n$).
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm một số nguyên x (một truy vấn).

Output In ra q dòng, dòng thứ i là kết quả cho truy vấn thứ i : chỉ số nhỏ nhất i sao cho $A_i = x$, hoặc -1 nếu không tìm thấy.

Giới hạn

- $1 \leq n, q \leq 10^5$
- $1 \leq A_i, x \leq 10^9$

Dữ liệu vào	Kết quả ra
5 3	1
1 2 3 3 9	5
1	3
9	
3	

Bài tập 16. Tìm kiếm nhị phân 3

link: <https://marisaoj.com/problem/77>

Cho mảng A **không giảm** gồm n số nguyên. Có q truy vấn, mỗi truy vấn cho một số nguyên x . Hãy tìm chỉ số lớn nhất i sao cho $A_i \leq x$. Nếu không tồn tại, in ra -1 .

Input

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên n, q .
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên A_i ($1 \leq i \leq n$).
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm một số nguyên x (một truy vấn).

Output In ra q dòng, dòng thứ i là kết quả cho truy vấn thứ i : chỉ số lớn nhất i sao cho $A_i \leq x$, hoặc -1 nếu không tìm thấy.

Giới hạn

- $1 \leq n, q \leq 10^5$
- $1 \leq A_i, x \leq 10^9$

Dữ liệu vào	Kết quả ra
5 3	1
1 2 3 3 9	4
1	4
5	
3	

Bài tập 17. Mảng con lớn **link:** <https://marisaoj.com/problem/78>
 Cho mảng A gồm n số nguyên dương. Hãy đếm số lượng dãy con liên tiếp có tổng không nhỏ hơn k .
Input

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên n, k .
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên A_i ngăn cách bởi dấu cách.

Output In ra một số nguyên là số lượng dãy con liên tiếp có tổng không nhỏ hơn k .

Giới hạn

- $1 \leq n \leq 10^5$
- $1 \leq A_i, k \leq 10^9$

Dữ liệu vào	Kết quả ra
5 6	6
1 2 1 4 5	

Bài tập 18. Truy vấn đếm **link:** <https://marisaoj.com/problem/79>
 Cho mảng A gồm n số nguyên. Có q truy vấn dạng (l, r, x) , hãy đếm số lượng giá trị x trong đoạn A_l, A_{l+1}, \dots, A_r .
Input

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên n, q .
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên A_i cách nhau bởi dấu cách.
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm ba số nguyên l, r, k cách nhau bởi dấu cách.

Output In ra q dòng, dòng thứ i là kết quả của truy vấn thứ i .

Giới hạn

- $1 \leq n, q, k, A_i \leq 10^5$
- $1 \leq l \leq r \leq n$

Dữ liệu vào	Kết quả ra
7 3	2
1 2 1 4 2 4 2	3
1 4 1	1
2 7 2	
3 5 4	

Bài tập 19. Đếm cặp **link:** <https://marisaoj.com/problem/80>
 Cho mảng A gồm n số nguyên. Hãy đếm số cặp (i, j) với $i < j$ sao cho $l \leq A_i + A_j \leq r$.
Input

- Dòng đầu tiên gồm ba số nguyên n, l, r .
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên A_i cách nhau bởi dấu cách.

Output In ra một số nguyên là số cặp (i, j) thỏa mãn $i < j$ và $l \leq A_i + A_j \leq r$.

Giới hạn

- $1 \leq n \leq 10^5$
- $1 \leq A_i, l, r \leq 10^9$

Dữ liệu vào	Kết quả ra
3 2 4	2
1 2 3	

Bài tập 20. Viên kẹo thứ k **link:** <https://marisaoj.com/problem/81>
 Có n loại kẹo. Loại i có a_i viên và mỗi viên nặng w_i . Không có hai loại kẹo có cùng khối lượng. Tất cả kẹo được đổ lên bàn và sắp xếp thành một hàng theo **khối lượng không giảm**. Với mỗi truy vấn k , hãy cho biết viên kẹo thứ k trên bàn nặng bao nhiêu.
Input

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên n, q .
- n dòng tiếp theo, dòng thứ i gồm hai số nguyên a_i, w_i .
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm một số nguyên k .

Output In ra q dòng, dòng thứ i là khối lượng của viên kẹo thứ k ở truy vấn thứ i .

Giới hạn

- $1 \leq n, q \leq 10^5$
- $1 \leq a_i, w_i \leq 10^9$
- $1 \leq k \leq \sum_{i=1}^n a_i \leq 10^{14}$

Dữ liệu vào	Kết quả ra
3 3	1
2 2	2
1 1	3
3 3	
1	
3	
5	

Bài tập 21. Cạnh tam giác

link: <https://marisaoj.com/problem/85>

Cho mảng A gồm n phần tử nguyên. Hãy đếm số lượng bộ 3 số (i, j, k) với $i < j < k$ sao cho A_i, A_j, A_k có thể tạo thành một bộ cạnh của tam giác.

Input

- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên n .
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên A_i .

Output In ra một số nguyên là số bộ (i, j, k) thỏa mãn điều kiện đề bài.

Giới hạn

- $1 \leq n \leq 1500$
- $1 \leq A_i \leq 10^9$

Dữ liệu vào	Kết quả ra
4	1
1 2 3 4	

Bài tập 22. Số Hamming

link: <https://marisaoj.com/problem/82>

Số Hamming là các số nguyên dương chỉ có các ước nguyên tố là 2, 3, 5 (nó không chia hết cho số nguyên tố nào ngoài 2, 3, 5). Cho q truy vấn, mỗi truy vấn là một số nguyên m . Viết tất cả các số Hamming theo thứ tự tăng dần và tìm vị trí của số m trong dãy (dãy được đánh số từ 1).

Input

- Dòng đầu tiên gồm số nguyên q .
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm một số nguyên m .

Output In ra q dòng, dòng thứ i là kết quả của truy vấn thứ i . Nếu m không phải số Hamming, in ra -1.

Giới hạn

- $1 \leq q \leq 10^5$
- $1 \leq m \leq 10^{18}$

Dữ liệu vào	Kết quả ra
5	1
1	2
2	3
3	4
4	-1
7	

Bài tập 23. Số nguyên liên tiếp

link: <https://marisaoj.com/problem/197>

Cho mảng A gồm n số nguyên. Hãy tìm số lượng phần tử ít nhất cần thay đổi để mảng A chỉ gồm các số nguyên liên tiếp.

Input

- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên n .
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên A_i .

Output In ra một số nguyên là số lượng phần tử ít nhất phải thay.

Giới hạn

- $1 \leq n \leq 10^5$
- $1 \leq A_i \leq 10^9$

Dữ liệu vào	Kết quả ra
3 4 10 5	1

6.3 Bài tập tìm kiếm nhị phân kết quả

Bài tập 24. Đọc sách

link: <https://marisaoj.com/problem/86>

Marisa có n cuốn sách, cuốn thứ i nằm ở vị trí A_i . Cô muốn lấy ra k cuốn để đọc. Hãy chọn k vị trí sao cho **khoảng cách nhỏ nhất giữa hai cuốn liên tiếp được lấy ra** là lớn nhất có thể, và in ra giá trị khoảng cách lớn nhất đó.

Input

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên n, k .
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên A_i (không có hai vị trí trùng nhau).

Output In ra một số nguyên là khoảng cách lớn nhất sao cho có thể chọn đủ k cuốn sách.

Giới hạn

- $1 \leq n \leq 10^5$
- $1 \leq A_i, k \leq 10^9$

Dữ liệu vào	Kết quả ra
5 3 10 4 2 3 1	3

Bài tập 25. Giá trị lớn nhất nhỏ nhất

link: <https://marisaoj.com/problem/87>

Cho mảng A gồm n phần tử. Hãy tìm giá trị nguyên x nhỏ nhất sao cho có thể chia mảng A thành chính xác k mảng con liên tiếp mà tổng của từng mảng con không vượt quá x .

Input

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên n, k .
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên A_i .

Output In ra một số nguyên x là đáp án.

Giới hạn

- $1 \leq k \leq n \leq 10^5$
- $1 \leq A_i \leq 10^9$

Dữ liệu vào	Kết quả ra
5 2 5 4 3 2 1	9

BIBLIOGRAPHY

- [CP-] CP-Algorithms. *CP-Algorithms*. URL: <https://cp-algorithms.com/> (visited on 08/26/2025).
- [Kho23] Dinh Nguyen Khoi. *Competitive Programming 10*. drive, 2023.
- [VNO] VNOI. *VNOI Wiki*. URL: <https://wiki.vnoi.info/> (visited on 08/26/2025).