25 三阶风险：一切皆可博

30天认知训练营 · 2020
今天

你好，我是王烁。

上一讲，说了怎么应对二阶风险，是用已知的抽样，在统计学的支持下构造出一个正态分布，再以正态分布的性质为桥梁，去推测未知的分布。

这是入门统计学的标准操作，叫作频率主义：之所以它能以所知知所不知，是以频率为前提：事情必须重复发生，才谈得上去作推断。

用频率主义，帮助你面对风险作判断决策，有两个问题，一个是小问题，一个是大问题。

小问题是大脑不是计算器，不能随时随地去计算均值、标准差、置信区间、显著水平。不做运筹管理、学术研究的话，你很少会用到这套统计学操作。

大问题是你面对的许多事情不怎么重复，而且越重要的事情越是不可重复，最重要的事情往往是一次性事件。频率派面对这种事情摊开手：一次性事情没有概率可言。

那怎么办？弃疗吗？

贝叶斯推断

还好，统计思维还有另一套工具，贝叶斯推断。

频率主义是客观的，其基础是一件事发生的频率；贝叶斯推断则是主观的，基础是你对一件事发生的信心。客观的好处是客观，坏处是没有就是没有。主观的坏处是主观，好处是可以无中生有。它拥抱先入之见，敞开接受各种性质的信息，不限于频次。

做个抛硬币的游戏。拿出一枚硬币抛两次，请问两次都是正面朝上的概率是多少？

是1/4吗？

正常硬币一次正面朝上的概率是1/2，两次就是1/4。最基础的概率知识告诉你两次正面朝上的期望值就是1/4。

但是，假设你对硬币一无所知，并不知道硬币有没有做过手脚，做过手脚的话搞不好总是正面朝上，或者总是正面朝下。你会说，瞎猜还有完吗？如果硬币做过手脚，天知道两次正面都朝上的概率是多少？

贝叶斯人就敢来试试。他说，两次正面朝上的概率是1/3。

他这么算，掷两次硬币，总共有三种结果，一种是两次正面朝上，一种是一次，一种是一次都没有。那么，两次正面朝上的概率就是1/3。

你很难接受是吧？这里的重要前提是你对硬币做没做手脚一无所知。频率主义者认为没做手脚的话概率是1/4，做过手脚的话则不可知。在反复掷硬币之前什么都不知道。

但你是个人，总不能被无知困在原地，总要制定个计划，找个立足之地，找条走出去的路。这时你就用得上贝叶斯主义。贝叶斯人觉得，正是因为你什么都不知道，所以不妨从1/3这个起点出发，每掷一次调整一下看法，掷的次数足够多，你就知道它靠不靠谱了。

贝叶斯推断我在前两期认知训练营里都有过介绍，主要是在2018年的课程《怎样训练贝叶斯脑》，建议你听那一讲。在那篇文章里，我介绍了一种简单的贝叶斯推断方法。凡事不决，掰下花瓣。她爱我，左边放一瓣；她不爱我，右边放一瓣，最后算算两边花瓣的比例，你便得到了这宗单相思的期望值。

花瓣推断法来自于法国数学家拉普拉斯。他假设，如果我们面对问题，一无所知，那么，列出所有可能，分配以相同权重，以此作起点。然后，新的经验带来信息，相应调整权重，花瓣渐渐成堆，你的看法就成形了。

当然，绝大多数时候，我们不是从零开始形成看法，而是从老看法更新到新看法。贝叶斯推断告诉我们该怎样做这个更新。

关于这个世界上的任何问题，你都可能有一个看法，或者叫作理论，或者叫作设想，我们谦虚一点，统一叫作假说。假说对不对呢？说到底要看证据。

有了这个假说之后，或者你目睹了一件事，听到了一个信息，或者哪怕你做了一个梦，没关系，我们把这些都叫作证据。贝叶斯推断告诉你，在新的证据面前，我们如何刷新对已有假说的信心。

公式：

> P（假说|证据）= P（证据|假说）· P（假说）/ [P（证据|假说）· P（假说）+ P（证据|其他原因）· P（其他原因）]

这个公式是在说，新证据怎样刷新我们对假说的信心，取决于新证据之所以出现是因为假设成立呢，还是因为其他原因使它出现。假设成立这种原因占所有可能原因的比例，就是我们在获得新证据后对假说形成的新的信心。

比如，一宗凶案发生了，福尔摩斯发现，作案时间里，平常见人就叫的猎犬没有叫。福尔摩斯认定是熟人作案。套用贝叶斯推断，熟人做案所以猎犬不叫的可能性，在猎犬不叫的所有可能组合当中，占到多大比例？

福尔摩斯说，排除掉所有原因后，那个再不可能的原因也是原因。在情感上再不愿意接受熟人就是凶手这个现实，也得在理智上承认，如果猎犬见到陌生人一定会叫，那么凶手只能是熟人。福尔摩斯断案如神，靠的就是将贝叶斯推断进行到底。

赔率思维

实事求是地说，上面那个贝叶斯定理的标准公式还是会让绝大多数人头晕。证据在多大程度上证实了假说，要看证据之所以出现在多大程度上是因为假说成立。太绕。

好在，如果是在两个互斥的假说之间作取舍的话，贝叶斯推理有个绝对清楚简易的表达，把它变成一次打赌。这也是为什么一个真正的贝叶斯人必须随时准备为自己的判断下注。

具体是下面这个公式：

> 新赔率（posterior odds）= 似然比（likelihood ratio)* 旧赔率（prior odds）

我解释一下这三个概念。

什么是赔率？你买足彩的话应该很熟悉。假如皇马对巴塞你买皇马，赔率一赔一，意思就是你下一块钱的注，输了归零，赢了拿回两块钱。赔率与概率有个对应关系，一赔一意味着双方机会均等，你认为皇马有50%的概率赢。旧赔率指你原来对皇马有多大概率赢的判断，新赔率指新信息进来后，你形成的新判断。

假设你发现一个惊天秘密，皇马教练买了巴塞赢球。怎样用这个发现来更新你的赔率？

关键就是似然比。似然比=如果皇马会赢球，皇马教练买巴塞的可能性/如果皇马会输球，皇马教练买巴塞的可能性。

肯定是微乎其微。似然比，比的就是两个相反假设各自导出同一个结果的可能性大小。这个例子里，皇马教练掌握绝对的内幕信息，又没有人会主动去做赔钱买卖，那么，这里的似然比估计个1%是很客气的了。

套进上面的式子：

- 似然比=1%
- 旧赔率=1
- 新赔率=1*1%=1%

也就是说，原来是一赔一，当你得知皇马教练买了巴塞之后，应当更新成一赔一百。你得马上去买巴塞，一直到官方赔率跟上来之前，你都是赚的。

但凡是这种在两个互斥假说之间作取舍的情景，用赔率来表达与用条件概率来表达，两者是完全等价的。具体的计算我写在附录里，你可以到文末去查。

赔率算法的优势是更简单，确定自己愿