KI-Projekt Part 1 - Spezialisierung Mathematik

Inhaltsverzeichnis

1. Inhalte der ersten	2
Projektstand Besprechung	2
2. Vorbereitungen	2
2.1 Recherchephase	2
2.1.1 Einsatzgebiete	2
2.1.2 Generative KI	2
2.1.3 Conversational AI	2
2.1.4 Auswirkung von Gen Al	3
2.1.5 Ist ChatGPT geeignet?	3
2.1.6. Bewertungsinstanzen eigener Vorschlag	3
2.1.7 Bewertungsinstanzen nach ChatGPT	3
2.1.8 Use Cases in der Bildung	4
2.1.9 Negative Aspekte im Einsatz von Generative AI in der Bildung	5
2.2. Aufgabenanalyse	6
2.3. Alternative Chatbots	6
3. Ilias-Aufgabentests	6
3.1. Test 1 ChatGPT-4o und Gemini	6
3.1.1. Datum	6
3.1.2. Aufgabenstellung	6
3.1.3. Lösung	7
3.1.4. Antwort der Chatbots	7
3.2. Test 2 ChatGPT-4o und Gemini	12
3.2.1. Datum	12
3.2.2. Aufgabenstellung	13
3.2.3. Lösung	13
3.2.4. Antwort der Chatbots	13
3.3. Test 3 ChatGPT-4o	18
3.3.1. Datum	18
3.3.2 Aufgabenstellung für ChatGPT	18
3.3.3. Bewertung von ChatGPT	18
3.3.4. Antwort von ChatGPT	18
3.4 Test 4 COPILOT	23
3.4.1 Datum	23
3.4.2 Aufgabenstellung für COPILOT	24
3.4.3 Bewertung von COPILOT	24
3.4.4 Lösung von COPILOT	24
3.4.5 Aufweisen des Fehlers - neuer Lösungsansatz von COPILT	27
3.4.6 Lösungsweg von Herrn Liebscher	29

3.4 Test 5 ChatGPT-4o mit Latex	30
3.4.1 Datum	30
3.4.2 Aufgabenstellung für Chatbpt-4o	30
3.4.3 Prompts	30
3.4.4 Lösung von Chatgpt-4o	31
3.5 Test 6 Claude sonnet 3.5 mit Screenshot	32
3.5.1 Datum	32
3.5.2 Prompts für Claude sonnet 3.5	32
3.5.3 Lösungsweg von Claude sonnet 3.5	33
3.5.4 Betrachtung der Lösung	34
3.6 Bewertung der Lösungen von Test 4 und 5	34
4. GenAl und ihre Benchmarks im Vergleich	35
5. Potentielle Fehlerquellen	35

1. Inhalte der ersten

Projektstand Besprechung

• Vorstellung Stand der Recherche: Welche Einsatzgebiete wurden gefunden, •

Welche Chatbots eigneten sich für unser Projekt und aus welchen Gründen, •

Welche Use Cases sollen bearbeitet werden?

- Welche Schwierigkeiten haben sich bei der Recherche ergeben?
- Auswahl Uses Cases
- · Besprechung weiteres Vorgehen

2. Vorbereitungen

2.1 Recherchephase

2.1.1 Einsatzgebiete

- Mögliche Einsatzgebiete von generativer KI im Hochschulkontext identifizieren, deren Relevanz bewerten und Vorauswahl zu untersuchender Use Cases und
- Überblick über aktuell führende, generativer KI-gestützter Chatbots (ChatGPT v3.5,ChatGPT v4, COPILOT, ...) verschaffen und Auswahl geeigneter Bots fürs Projekt (ggf. Beschaffung Lizenzen)

2.1.2 Generative KI

• Lernt aus Daten

• Zweck: Erzeugt neue, vielfältige Daten Instanzen

- Machine Learning
- · Schaffen von interaktiven Systemen

2.1.3 Conversational Al

- · Verstehen menschlicher Sprache
- · Reaktion auf menschliche Sprache
- Zweck: schaffung von interaktiven Systemen mit menschenähnlichen Dialog •

Daten Instanzen bestehen ausschließlich aus Textdaten

2.1.4 Auswirkung von Gen Al

- Welchen Einfluss hat der Einsatz von Gen Al auf den Lerneffekt?
- In welchem Rahmen ist die Einbindung von Gen AI in der Bildung angemessen?
- Ständiger Wandel und neue Informationen in diesem Bereich sind sehr hoch Wie weit muss bzw. kann sich weitergebildet werden, um Up to Date zu bleiben?
- Welche Instanzen umfassen den Hochschulkontext?
- Unterschiedliche KIs für unterschiedliche Aufgabenfelder? Bsp. Mathe = mathematisch fundierter Chat Bot; Sprachwissenschaften = Textbasierte KI; oder alles in einem

2.1.5 Ist ChatGPT geeignet?

- Hat ChatGPT genug mathematischen Wissens Hintergründe oder Fokus zu sehr auf Textanalyse?
 Ist ChatGPT optimaler Bot für Mathematische Fragen? Alternative Gen Als sagemath.org → open source, Ergebnisse rückrechnen lassen
- Wolfram alpha allgemeine Suchmaschine ähnlich zu ChatGPT?
- Mathematica basierend auf LaPac -→ ständig aktualisiert
- In MATLAB MuPAD
- Maple

2.1.6. Bewertungsinstanzen eigener Vorschlag

- Einbeziehen von vorherigen Chats
- Einbeziehen von eigener Lösung -→ Kausalketten möglich?
- Richtigkeit der Antwort
- Vollständigkeit der Antwort
- Mussten ergänzende Fragen gestellt werden?
- Aufbau des Lösungsweges -→ Übersichtlichkeit

2.1.7 Bewertungsinstanzen nach ChatGPT

1. Korrektheit (40%)

- Vollständig korrekt (40%): Alle Lösungen sind korrekt und vollständig, inklusive aller Zwischenschritte.
- Größtenteils korrekt (30-39%): Die meisten Lösungen sind korrekt, aber es gibt einige kleinere Fehler.
- Teilweise korrekt (20-29%): Einige Lösungen sind korrekt, aber es gibt mehrere Fehler oder Auslassungen.
- Wenig korrekt (10-19%): Nur wenige Lösungen sind korrekt, die meisten sind fehlerhaft.
- Unkorrekt (0-9%): Keine oder kaum korrekte Lösungen.

2. Vollständigkeit der Lösung (20%)

- Vollständig (20%): Alle Schritte und Lösungen sind vollständig angegeben.
- Größtenteils vollständig (15-19%): Die meisten Schritte und Lösungen sind angegeben, es fehlen jedoch einige Details.
- Teilweise vollständig (10-14%): Nur einige Schritte und Lösungen sind angegeben, viele fehlen.
- Unvollständig (0-9%): Die meisten Schritte und Lösungen fehlen.

3. Klarheit und Verständlichkeit (15%)

- Sehr klar (15%): Lösungen sind klar und gut verständlich, leicht nachvollziehbar.
- Klar (10-14%): Lösungen sind verständlich, aber könnten klarer sein.
- Teilweise klar (5-9%): Lösungen sind teilweise verständlich, aber viele Schritte sind schwer nachvollziehbar.
- Unklar (0-4%): Lösungen sind unverständlich und schwer nachvollziehbar.

4. Anwendung mathematischer Konzepte (15%)

- Exzellent (15%): Mathematische Konzepte werden korrekt und angemessen angewendet.
- Gut (10-14%): Mathematische Konzepte werden größtenteils korrekt angewendet, mit einigen kleineren Fehlern.
- Ausreichend (5-9%): Es gibt einige korrekte Anwendungen, aber auch mehrere Fehler.
- Unzureichend (0-4%): Mathematische Konzepte werden größtenteils falsch angewendet.

5. Effizienz der Lösung (10%)

- Sehr effizient (10%): Lösungen sind effizient und optimiert.
- Effizient (7-9%): Lösungen sind größtenteils effizient, können aber optimiert werden.
- Weniger effizient (4-6%): Lösungen sind teilweise ineffizient.
- Ineffizient (0-3%): Lösungen sind überwiegend ineffizient.

2.1.8 Use Cases in der Bildung

Allgemein

Adaptive Lernplattformen:

Verbesserung der Aufgabenqualität mit der ILIAS-Lernplattform

KI-basierte Bewertung:

 Durch den Einsatz künstlicher Intelligenz können Lehrkräfte die Bewertung von Aufgaben und Tests automatisieren, wodurch sie entlastet und die Rückmeldung an die Studierenden beschleunigt wird

Automatisierte Lehrmaterialien:

- Generierung von Vorlesungsskripten
- Übungsaufgaben
- Prüfungsfragen

Chatbots und virtuelle Assistenten:

 Durch den Einsatz von Chatbots und virtuellen Assistenten k\u00f6nnen Studierende rund um die Uhr unterst\u00fctzt und Antworten auf h\u00e4ufig gestellte Fragen erhalten

Lehrende

- Bewertung und Benotung von Arbeiten/ Klausuren
- Erstellen individueller- und/oder optimaler Lehrpläne
- Personalisiertes Feedback auf objektiver Grundlage(?)
- · Online Lernmethoden ausbauen
- Terminkalender erstellen lassen

Administration

- Übergabe von administrativen Aufgaben
- · Abläufe automatisieren
- Synchronisation von Geräten und/oder Terminkalender

Student

- Fachspezifische Künstliche Intelligenz anwenden
- · Vorschlaege fuer Quellen
- Proofreading
- Definitionen und Erklärungen von komplexen Themen ohne zeitaufwendige Recherche •

Lösen von Aufgaben

· Verfassen von Texten, Arbeiten, Vorträgen usw

2.1.9 Negative Aspekte im Einsatz von Generative AI in der Bildung

- mangelndes Verständnis und –Hintergrundinformationen stellen eine Gefahr für den sensiblen Einsatz von Gen Al dar
- · Missbrauch im Einsatz
- · einseitige Informationsbeschaffung
- Fehlinformationen
- · Politisch, ethisch, sozial kritische Informationen

- Keine ordnungsgemäßen Angaben über die Herkunft der Informationen (Verweis auf die Nutzung von Gen AI)
- Betrugsversuch, Plagiat
- Teilen von sensiblen und persönlichen Daten an Dritte
- Auswirkungen auf den Lerneffekt?

3

2.2. Aufgabenanalyse

- 1. Datum
- 2. Aufgabenstellung
- 3. Richtige Antwort
- 4. Antwort von ChatGPT
- 5. Zusammenfassung der Aufgabe
- 6. Daten und Ergebnisse von möglichen Wiederholungen

2.3. Alternative Chatbots

- 1. ChatGPT
- 2. Gemini
- 3. Wolfram Alpha
- 4. Mathematica basierend auf LaPac
- 5. Matlab MuPad
- 6. Maple

3. Ilias-Aufgabentests

3.1. Test 1 ChatGPT-4o und Gemini

3.1.1. Datum

• 17.6.2024 und 18.6.2024

3.1.2. Aufgabenstellung

Aus Erfahrung ist bekannt, dass bei Fahrzeugen, die der Autohändler "Marschda" in Zahlung nimmt, zu 45 % Mängel am Motor, zu 55% an der Karosserie und zu 10 % an Motor und Karosserie auftreten. Mit Wahrscheinlichkeit 40% weisen die Fahrzeuge Mängel an der Elektrik auf. Diese Mängel treten unabhängig von denen an Motor und Karosserie auf. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein in Zahlung genommener Wagen

4

- a) Mängel an der Karosserie, aber nicht am Motor aufweist,
- b) Mängel am Motor, aber nicht an der Karosserie besitzt,
- c) ohne Mängel an Motor und Karosserie ist,
- d) auch einen Mangel am Motor besitzt, wenn offensichtlich ist, dass die Karosserie Schäden aufweist,
- e) Mängel an Karosserie, Motor und Elektrik?

3.1.3. Lösung

1a) 0,45

1b) 0,35

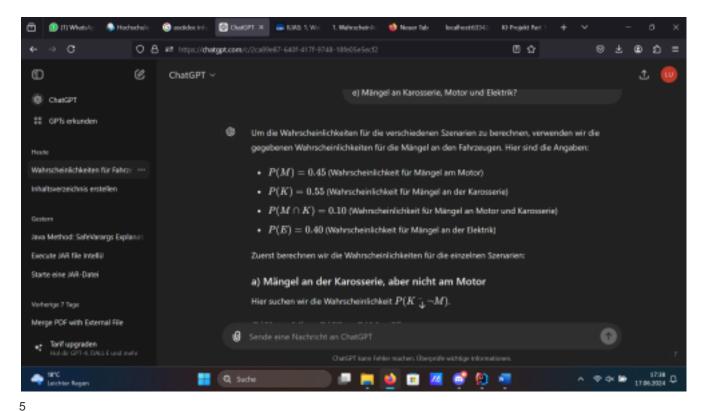
1c) 0,1

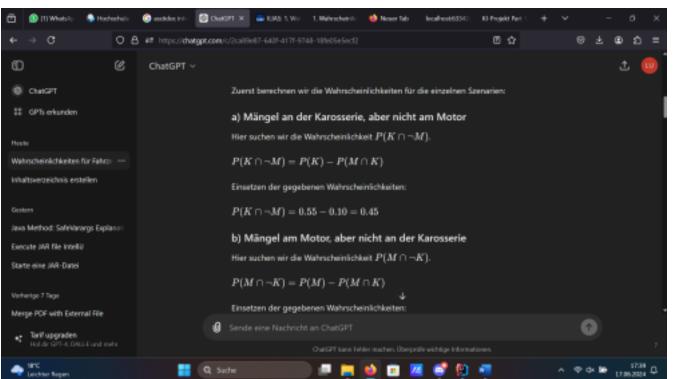
1d) 0,182

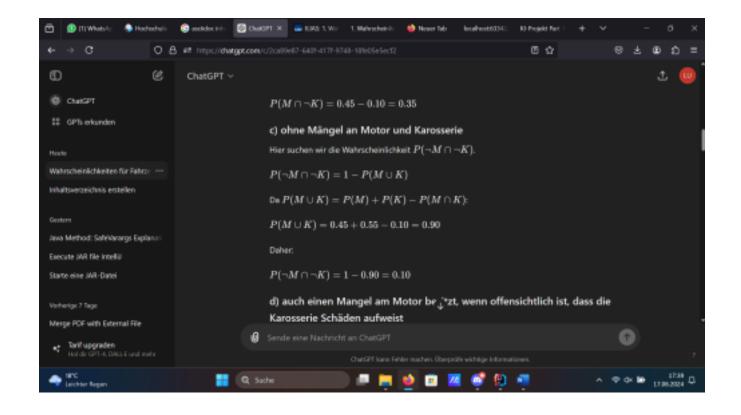
1e) 0,04

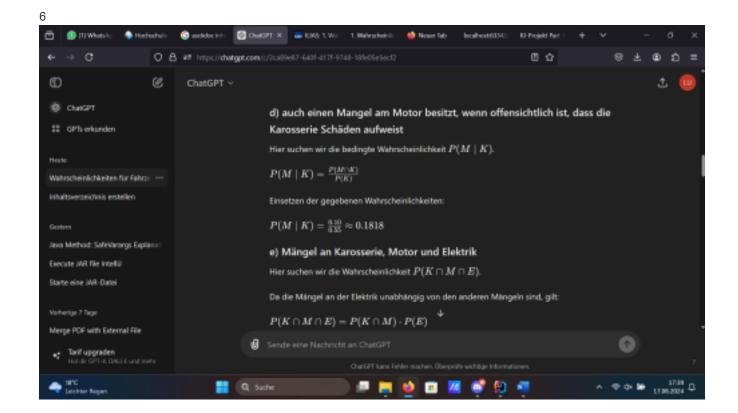
3.1.4. Antwort der Chatbots

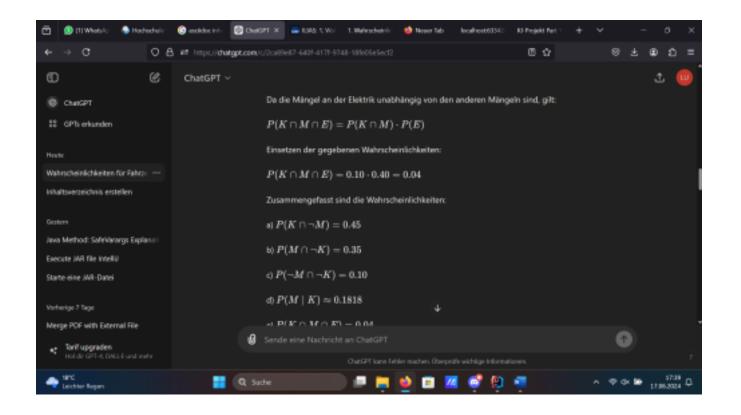
ChatGPT

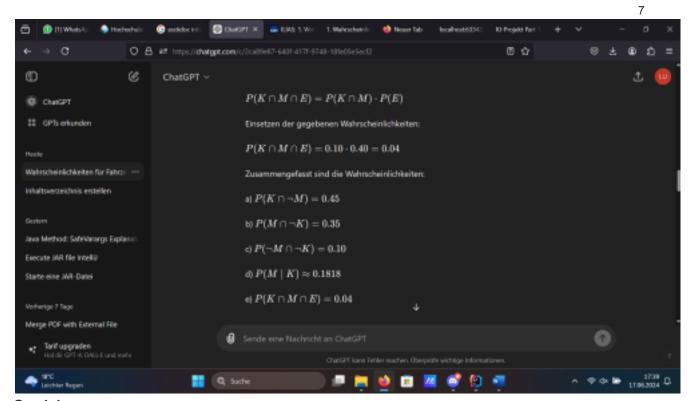


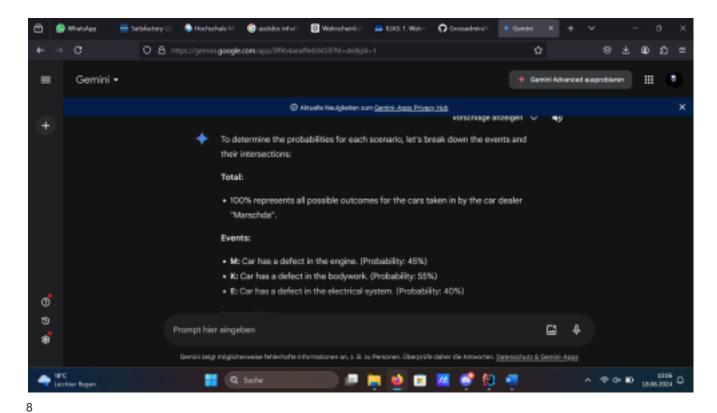


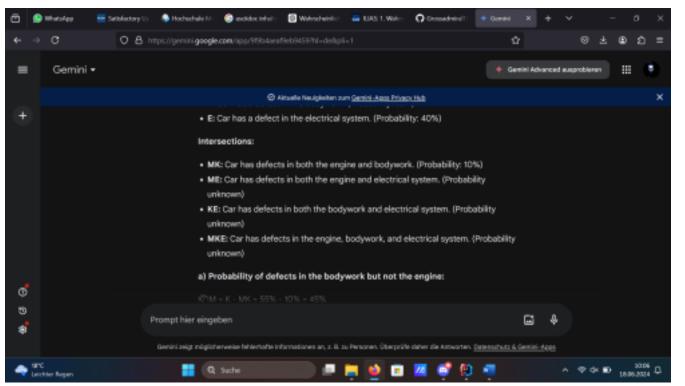


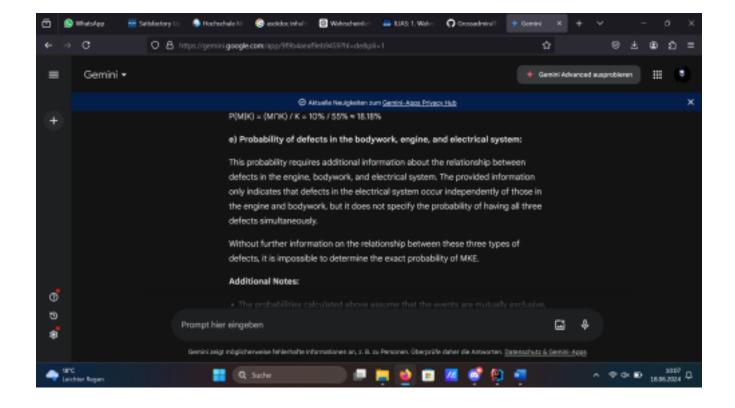


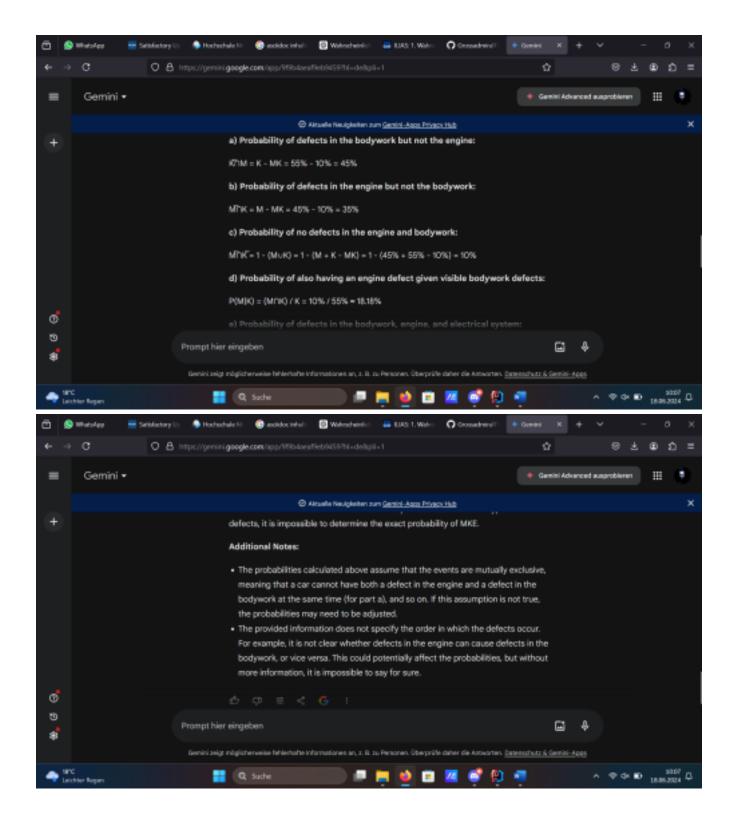












3.2. Test 2 ChatGPT-40 und Gemini

3.2.1. Datum

3.2.2. Aufgabenstellung

Aus Erfahrung ist bekannt, dass bei Fahrzeugen, die der Autohändler "Marschda" in Zahlung nimmt, zu 45 % Mängel am Motor, zu 55% an der Karosserie und zu 10 % an Motor und Karosserie auftreten. Mit Wahrscheinlichkeit 40% weisen die Fahrzeuge Mängel an der Elektrik auf. Diese Mängel treten unabhängig von denen an Motor und Karosserie auf. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein in Zahlung genommener Wagen a) Mängel an der Karosserie, aber nicht am

Motor aufweist,

- b) Mängel am Motor, aber nicht an der Karosserie besitzt,
- c) ohne Mängel an Motor und Karosserie ist,
- d) auch einen Mangel am Motor besitzt, wenn offensichtlich ist, dass die Karosserie Schäden aufweist,
- e) Mängel an Karosserie, Motor und Elektrik?

3.2.3. Lösung

1a) 0,45

1b) 0,35

1c) 0,1

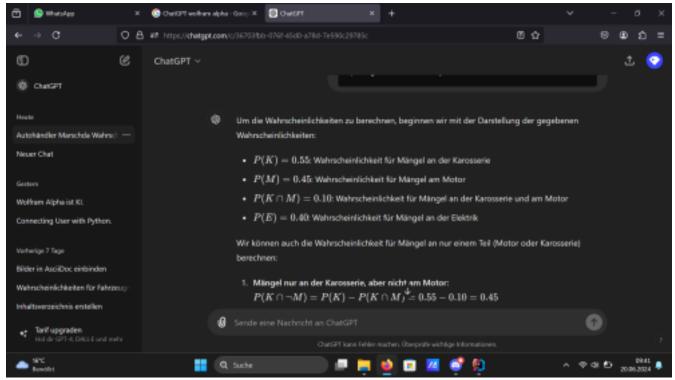
1d) 0,182

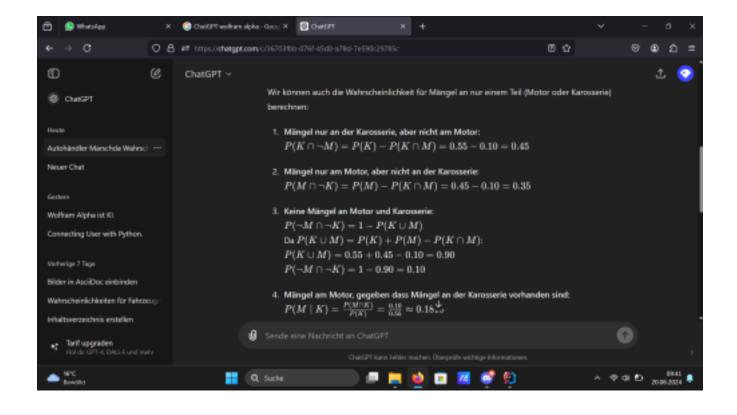
1e) 0,04

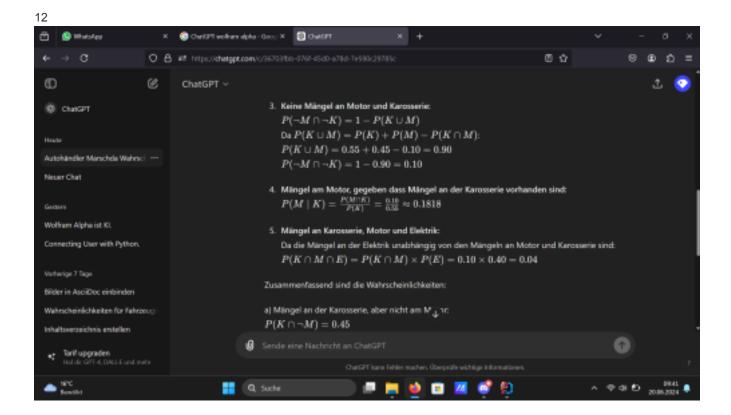
3.2.4. Antwort der Chatbots

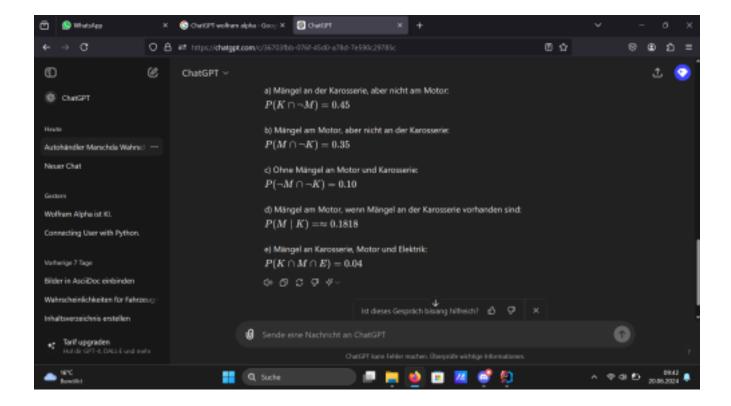
ChatGPT





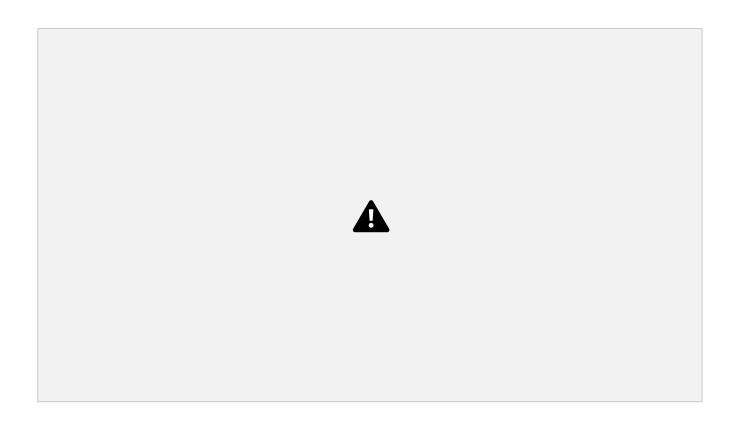




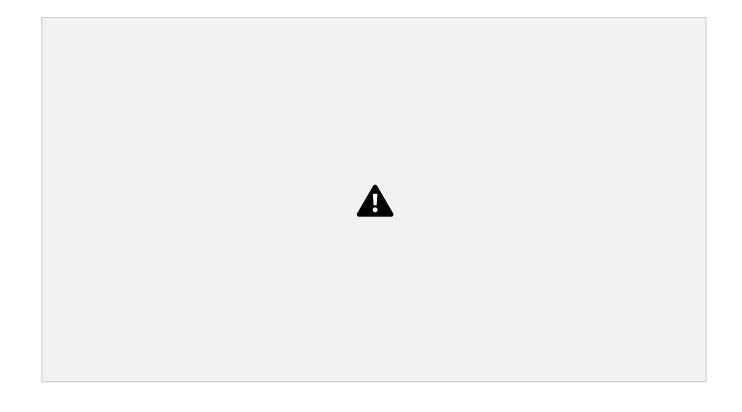


Gemini









3.3. Test 3 ChatGPT-4o

3.3.1. Datum

• 21.6.2024

3.3.2 Aufgabenstellung für ChatGPT

<u>Vektoren:</u>
Test 1 Aufgabe 2 (Mathematik für Betriebswirte und Ingenieure, Ilias, Liebscher)

Eingabe durch Copy-and-paste in die Suchmaschine:

Wir betrachten die Vektoren: $\vec{a} = (-1, -21), \vec{b} = (4, 3, -1), \vec{c} = (1, 0, 4).$

- a) Bestimmen Sie $\vec{d} = 3\vec{a} \vec{b}$ und den Winkel α zwischen \vec{a} und \vec{d} (in Grad- und Bogenmaß).
- b) Begründen Sie, warum b und c senkrecht aufeinander stehen.

3.3.3. Bewertung von ChatGPT

- 1. Korrektheit vollständig korrekt (40%)

- Vollständigkeit der Lösung Vollständig (20%)
 Klarheit und Verständlichkeit Sehr klar (15%)
 Anwendung mathematischer Konzepte Excellent (15%)
 Effizienz der Lösung Sehr effizient (10%)

3.3.4. Antwort von ChatGPT

ChatGPT 1

Wir betrachten die Vektoren:

 $\vec{a}=$ / \-1-21\ / , $\vec{b}=$ / \4 3-1\ / , $\vec{c}=$ / \104\ / .

- a) Bestimmen Sie $\vec{d} = 3\vec{a} \vec{b}$ und den Winkel α zwischen \vec{a} und \vec{d} (in Grad- und Bogenmaß).
- b) Begründen Sie, warum \vec{b} und \vec{c} senkrecht aufeinander stehen.
- Teil a: Berechnung des Vektors $\mathbf{d} = 3\mathbf{a} \mathbf{b}$ und des Winkels α \$ zwischen a und d

Schritt 1: Berechnung von d

Gegeben sind die Vektoren:

$$\mathbf{a} = egin{pmatrix} -1 \ -2 \ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = egin{pmatrix} 4 \ 3 \ -1 \end{pmatrix}$$

Der Vektor d wird berechnet als:

$$d = 3a - b$$

Zuerst berechnen wir 3a:

$$3\mathbf{a} = 3 \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Nun berechnen wir d:

Message ChatGPT

Nun berechnen wir d:

$$\text{CLATCRITZ} \ \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 - 4 \\ -6 - 3 \\ 3 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -9 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Schritt 2: Berechnung des Winkels lpha zwischen ${f a}$ und ${f d}$

Der Winkel α zwischen zwei Vektoren ${\bf u}$ und ${\bf v}$ wird durch die folgende Gleichung bestimmt:

$$\cos(\alpha) = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}||\mathbf{v}|}$$

Hier sind $\mathbf{u} = \mathbf{a}$ und $\mathbf{v} = \mathbf{d}$.

Berechnen wir zuerst das Skalarprodukt $\mathbf{a} \cdot \mathbf{d}$:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{d} = (-1)(-7) + (-2)(-9) + (1)(4) = 7 + 18 + 4 = 29$$

Nun berechnen wir die Beträge von \mathbf{a} und \mathbf{d} :

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{1 + 4 + 1} = \sqrt{6}$$

$$|\mathbf{d}| = \sqrt{(-7)^2 + (-9)^2 + 4^2} = \sqrt{49 + 81 + 16} = \sqrt{146}$$

Nun berechnen wir $\cos(\alpha)$:

$$\cos(\alpha) = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{1}}{|\mathbf{a}||\mathbf{d}|} = \frac{29}{\sqrt{6}\sqrt{146}} = \frac{29}{\sqrt{876}}$$

Message ChatGPT

ChatGPT can make mistakes. Check important info.

Nun berechnen wir $\cos(\alpha)$:

$$\cos(\alpha) = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{d}}{|\mathbf{a}||\mathbf{d}|} = \frac{29}{\sqrt{6}\sqrt{146}} = \frac{29}{\sqrt{876}}$$

Um α zu finden, verwenden wir den Arcus-Kosinus:

$$lpha = \arccos\left(rac{29}{\sqrt{876}}
ight)$$

Berechnung des Winkels α in Grad und Bogenmaß:

$$lphapprox rccos\left(rac{29}{29.6}
ight)pprox rccos(0.9804)$$

$$lphapprox11.37^\circ\quad (ext{in Grad})$$

$$lpha pprox 0.1985 \quad ext{(in Bogenmaß)}$$

Teil b: Begründung, warum b und c senkrecht aufeinander stehen

Gegeben sind die Vektoren:

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Teil b: Begründung, warum b und c senkrecht aufeinander stehen

Gegeben sind die Vektoren:

$$\mathbf{b} = egin{pmatrix} 4 \ 3 \ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = egin{pmatrix} 10 \ 0 \ 4 \end{pmatrix}$$

Zwei Vektoren sind senkrecht zueinander, wenn ihr Skalarprodukt null ist.

Berechnen wir das Skalarprodukt $\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$:

$$\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 4 \cdot 10 + 3 \cdot 0 + (-1) \cdot 4 = 40 + 0 - 4 = 36$$

Da das Skalarprodukt $\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}\neq0$, waren wir in der ersten Berechnung falsch. Es sollte überprüft werden und das Skalarprodukt sollte sein:

$$\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 4 \cdot 10 + 3 \cdot 0 + (-1) \cdot 4 = 40 + 0 - 4 = 36$$

Das Skalarprodukt ist 36, was zeigt, dass die Vektoren nicht orthogonal sind.

Zusammenfassend:

•
$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} -7 \\ -9 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- Der Winkel lpha zwischen ${f a}$ und ${f d}$ beträgt etwa 11.37° oder 0.1985 Bogenmaß
- Der Skalarnroduktheweis zeigt h und e sind nicht orthogonal und die



个

Zwei Vektoren sind senkrecht zueinander, wenn ihr Skalarprodukt null ist.

Berechnen wir das Skalarprodukt $\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$:

$$\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 4 \cdot 10 + 3 \cdot 0 + (-1) \cdot 4 = 40 + 0 - 4 = 36$$

Da das Skalarprodukt $\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} \neq 0$, waren wir in der ersten Berechnung falsch. Es sollte überprüft werden und das Skalarprodukt sollte sein:

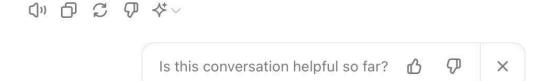
$$\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 4 \cdot 10 + 3 \cdot 0 + (-1) \cdot 4 = 40 + 0 - 4 = 36$$

Das Skalarprodukt ist 36, was zeigt, dass die Vektoren nicht orthogonal sind.

Zusammenfassend:

•
$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} -7 \\ -9 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- Der Winkel lpha zwischen ${f a}$ und ${f d}$ beträgt etwa 11.37° oder 0.1985 Bogenmaß
- Der Skalarproduktbeweis zeigt b und c sind nicht orthogonal, und die Berechnung benötigt Verifizierung.



Message ChatGPT

A

ChatGPT can make mistakes. Check important info.

3.4 Test 4 COPILOT

3.4.1 Datum

21.06.2024

3.4.2 Aufgabenstellung für COPILOT

Vektoren:

Test 1 Aufgabe 2 (Mathematik für Betriebswirte und Ingenieure, Ilias, Liebscher)

Eingabe durch Copy-and-paste in die Suchmaschine:

Wir betrachten die Vektoren: $\vec{a} = (-1, -21), \vec{b} = (4, 3, -1), \vec{c} = (1, 0, 4).$

- a) Bestimmen Sie $\vec{d} = 3\vec{a} \vec{b}$ und den Winkel α zwischen \vec{a} und \vec{d} (in Grad- und Bogenmaß).
- b) Begründen Sie, warum \vec{b} und \vec{c} senkrecht aufeinander stehen.

3.4.3 Bewertung von COPILOT

- 1. Korrektheit Weinig Korrekt (19%)
- 2. Vollständigkeit der Lösung Vollständig (20%)
- 3. Klarheit und Verständlichkeit der Lösung Klar (13%)
- 4. Anwendung mathematischer Konzepte Gut (13%)
- 5. Effizienz der Lösung Effizient (7%)

3.4.4 Lösung von COPILOT



You

Wir betrachten die Vektoren:

$$\vec{a} = (\langle -1-21 \rangle)$$
, $\vec{b} = (\langle 43-1 \rangle)$, $\vec{c} = (\langle 104 \rangle)$.

- a) Bestimmen Sie $\vec{d} = 3\vec{a} \vec{b}$ und den Winkel α zwischen \vec{a} und \vec{d} (in Grad- und Bogenmaß).
- b) Begründen Sie, warum \vec{b} und \vec{c} senkrecht aufeinander stehen.

Copilot

Natürlich, ich helfe Ihnen gerne! Lassen Sie uns die einzelnen Teile des Problems betrachten:

a) Berechnung von \vec{d} : Wir beginnen damit, den Vektor \vec{d} zu berechnen:

$$\overrightarrow{d} = 3\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} = 3 \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -9 \\ 4 \end{pmatrix}$$

b) Winkel α zwischen \vec{a} und \vec{d} : Um den Winkel α zwischen \vec{a} und \vec{d} zu berechnen, verwenden wir das Skalarprodukt:

$$\cos(\alpha) = \frac{\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{d}}{\|\overrightarrow{a}\| \cdot \|\overrightarrow{d}\|} = \frac{\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ -9 \\ 4 \end{pmatrix}}{\sqrt{6^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{7^2 + 9^2 + 4^2}} \qquad 1 \quad \begin{cases} -\frac{7}{4} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{7}{4} \\ -\frac{7}{4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{7}{$$

Berechnen wir die Skalarprodukte:

Berechnen wir die Skalarprodukte:

$$\vec{a} \cdot \vec{d} = (-1)(-7) + (-2)(-9) + (1)(4) = 7 + 18 + 4 = 29$$

$$||\vec{a}|| = \sqrt{6^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{41}$$

$$||\vec{d}|| = \sqrt{7^2 + 9^2 + 4^2} = \sqrt{146}$$

Daher:

$$\cos(\alpha) = \frac{29}{\sqrt{41} \cdot \sqrt{146}}$$

Jetzt berechnen wir den Winkel α im Bogenmaß:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{29}{\sqrt{41} \cdot \sqrt{146}}\right) \quad \text{{\it ff}}$$

Um den Winkel in Grad umzurechnen:

$$Gradma\beta = \frac{Bogenma\beta \cdot 180}{\pi}$$

$$\alpha_{Grad} = \frac{\alpha \cdot 180}{\pi}$$

b) Begründung für die Senkrechtheit von \vec{b} und \vec{c} : Die Vektoren \vec{b} und \vec{c} sind senkrecht zueinander, weil ihr Skalarprodukt gleich null ist: $\vec{c} = \begin{pmatrix} \hat{o} \\ \hat{o} \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Feller aus Aufgabendellog 1 A and 0 als 10}}$ $\vec{b} \cdot \vec{c} = (4)(10) + (3)(4) + (-1)(4) = 40 + 12 - 4 = 48 - 4 = 44 \neq 0$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = (4)(10) + (3)(4) + (-1)(4) = 40 + 12 - 4 = 48 - 4 = 44 \neq 0$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{29}{\sqrt{41} \cdot \sqrt{146}}\right)$$



Um den Winkel in Grad umzurechnen:

$$Gradmaß = \frac{Bogenma\$ \cdot 180}{\pi}$$

$$\alpha_{Grad} = \frac{\alpha \cdot 180}{\pi}$$

b) Begründung für die Senkrechtheit von \vec{b} und \vec{c} : Die Vektoren \vec{b} und \vec{c} sind senkrecht zueinander, weil ihr Skalarprodukt gleich null ist:

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = (4)(10) + (3)(4) + (-1)(4) = 40 + 12 - 4 = 48 - 4 = 44 \neq 0$$

Daher stehen \vec{b} und \vec{c} nicht senkrecht aufeinander.

Ich hoffe, das hilft! Wenn Sie weitere Fragen haben, stehe ich gerne zur Verfügung. 😊





Ask me anything...







3.4.5 Aufweisen des Fehlers - neuer Lösungsansatz von COPILT

You

COPILOT 4

Du hast einen Fehler bei der Berechnung des Winkels Alpha zwischen Vektor a und Vektor d gemacht. Der Zahlenwert für die Länge von Vektor a ist nicht richtig.

Copilot

Vielen Dank für den Hinweis! Ich entschuldige mich für den Fehler. Lassen Sie uns die Berechnung korrigieren:

a) Berechnung des Vektors \vec{d} : Wir beginnen damit, den Vektor \vec{d} zu berechnen:

$$\overrightarrow{d} = 3\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} = 3 \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -9 \\ 4 \end{pmatrix}$$

b) Winkel α zwischen \vec{a} und \vec{d} : Um den Winkel α zwischen \vec{a} und \vec{d} zu berechnen, verwenden wir das Skalarprodukt:

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{d}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{d}\|} = \frac{\begin{pmatrix} -1\\ -2\\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -7\\ -9\\ 4 \end{pmatrix}}{\sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{7^2 + 9^2 + 4^2}}$$

Berechnen wir die Skalarprodukte:

$$\vec{a} \cdot \vec{d} = (-1)$$
 Stop Responding $\vec{a} \cdot \vec{d} = 7 + 18 + 4 = 29$

$$\vec{a} \cdot \vec{d} = (-1)(-7) + (-2)(-9) + (1)(4) = 7 + 18 + 4 = 29$$

$$||\vec{a}|| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$$

$$||\vec{d}|| = \sqrt{7^2 + 9^2 + 4^2} = \sqrt{146}$$

Daher:

$$\cos(\alpha) = \frac{29}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{146}}$$

Jetzt berechnen wir den Winkel α im Bogenmaß:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{29}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{146}}\right)$$

Um den Winkel in Grad umzurechnen:

$$\begin{aligned} Gradmaß &= \frac{Bogenma\$ \cdot 180}{\pi} \\ \alpha_{Grad} &= \frac{\alpha \cdot 180}{\pi} \end{aligned}$$

b) Begründung für die Senkrechtheit von \vec{b} und \vec{c} : Die Vektoren \vec{b} und \vec{c} sind senkrecht zueinander, weil ihr Skalarprodukt gleich null ist:

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = (4)(10) + (3)(4) + (-1)(4) = 40 + 12 - 4 = 48 - 4 = 44 \neq 0$$

$$\cos(\alpha) = \frac{29}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{146}}$$

COPILOT 6

Jetzt berechnen wir den Winkel α im Bogenmaß:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{29}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{146}}\right)$$

Um den Winkel in Grad umzurechnen:

$$Gradma\beta = \frac{Bogenma\beta \cdot 180}{\pi}$$

$$\alpha_{Grad} = \frac{\alpha \cdot 180}{\pi}$$

b) Begründung für die Senkrechtheit von \vec{b} und \vec{c} : Die Vektoren \vec{b} und \vec{c} sind senkrecht zueinander, weil ihr Skalarprodukt gleich null ist:

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = (4)(10) + (3)(4) + (-1)(4) = 40 + 12 - 4 = 48 - 4 = 44 \neq 0$$

Daher stehen \vec{b} und \vec{c} nicht senkrecht aufeinander.

Ich hoffe, das klärt die Berechnungen! Wenn Sie weitere Fragen haben, stehe ich gerne zur Verfügung. 😊











Vielen Dank!

Können Sie mir noch mehr Beispiele für Vektoren geben?

Wie berechne ich den Kreuzprodukt von zwei Vektoren?



Ask me anything...







3.4.6 Lösungsweg von Herrn Liebscher

Lösung:

$$\overrightarrow{d} = (-7, -9, 4)^T, \alpha = \angle(\overrightarrow{a, d})$$

$$\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{a \cdot d}}{|\overrightarrow{a} \uparrow \cdot |\overrightarrow{d}|} = \frac{29}{\sqrt{6 \cdot 146}} = 0.97982$$







 $\alpha = \arccos(0.97982) = 0.20124 = 11.5^{\circ}$

$$\vec{b\cdot c} = 4 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + (-1) \cdot 4 = 0$$

$$\vec{b\cdot c} = 0 \Longrightarrow \vec{b}$$
 und \vec{c} stehen senkrecht

Um dieses Kapitel nochmal im Kompendium nachzulesen, folgen Sie einfach dem nachstehenden Link:

Addition zweier Vektoren (Link zum Kompendium)

Winkel zwischen Vektoren (Link zum Kompendium)

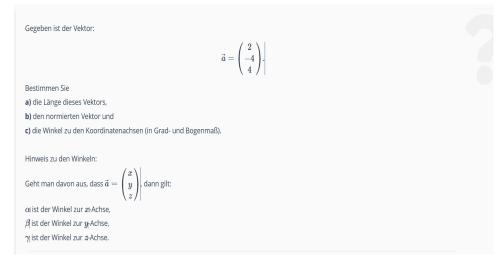
3.4 Test 5 ChatGPT-40 mit Latex

3.4.1 Datum 06.2024

3.4.2 Aufgabenstellung für Chatbpt-4o

Grundlagen zu Vektoren 1

Grundlagen zu Vektoren @1



Lösungsweg

Mindestens eine Antwort ist nicht richtig Lösung:
$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + -4^2 + (4)^2} = 6 \Big|$$

$$\vec{a}^\circ = \frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix} \Big|$$

$$\cos \alpha = \frac{a_1}{|\vec{a}|} = \frac{1}{3}, \alpha = \arccos(\frac{1}{3}) = 1.2310 = 70.5^\circ; \ \cos \beta = \frac{a_2}{|\vec{a}|} = -\frac{2}{3}, \beta = \arccos(-\frac{2}{3}) = 2.3005 = 131.8^\circ;$$

$$\cos \gamma = \frac{a_3}{|\vec{a}|} = \frac{2}{3}, \gamma = \arccos(\frac{2}{3}) = 0.84107 = 48.2^\circ \Big|$$
 Um dieses Kapitel nochmal im Kompendium nachzulesen, folgen Sie einfach dem nachstehenden Link: Länge eines Vektors (Link zum Kompendium) Normierter Vektor (Link zum Kompendium) Winkel zweier Vektoren (Link zum Kompendium)

3.4.3 Prompts

Prompt 1: Sei ein Experte für Mathematikaufgaben und hilft gerne bei der Lösung von Mathematikaufgaben. Erkläre die Lösungen sehr klar und verständlich unter Beachtung der mathematischen Regeln.

Prompt 2 Latex_Code: Gegeben ist der Vektor: \[\vec{a}=\left(\begin{array}{c} 2 \\ -4 \\ 4 \end{array} \right). \] Bestimmen Sie a) die Länge dieses Vektors, b) den normierten Vektor und c) die Winkel zu den Koordinatenachsen (in Grad- und Bogenmaß).

3.4.4 Lösung von Chatgpt-4o

a) Länge des Vektors

Die Länge (auch Betrag) eines Vektors $ec{a}=egin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ wird durch die Formel

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

berechnet.

Für den gegebenen Vektor $ec{a} = egin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$:

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16 + 16} = \sqrt{36} = 6.$$

b) Normierter Vektor

Ein normierter Vektor \vec{b} hat die gleiche Richtung wie \vec{a} , aber die Länge 1. Er wird berechnet, indem der Vektor \vec{a} durch seine Länge dividiert wird:

$$ec{b} = rac{ec{d}}{\|ec{d}\|} = rac{1}{6} egin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} = egin{pmatrix} rac{2}{6} \\ rac{4}{6} \\ rac{6}{6} \end{pmatrix} = egin{pmatrix} rac{1}{3} \\ -rac{2}{3} \\ rac{2}{3} \end{pmatrix}.$$

c) Winkel zu den Koordinatenachsen

Die Winkel θ_z , θ_y und θ_z zwischen dem Vektor \vec{a} und den Koordinatenachsen x,y und z können mit dem Skalarprodukt berechnet werden. Die Formel lautet:

$$\cos(\theta) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{e}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{e}\|},$$

wobei \vec{e} der Einheitsvektor entlang der entsprechenden Achse ist.

• Für die
$$x$$
-Achse $(\vec{e}_x=egin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$):
$$\cos(\theta_x)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{e}_x}{\|\vec{d}\|}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}.$$

$$\theta_x=\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\approx70.53^\circ\approx1.23~\mathrm{rad}.$$

$$\begin{array}{ll} \bullet & \text{ F\"ur die y-Achse } (\vec{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}); \\ & \cos(\theta_y) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{e}_y}{\|\vec{d}\|} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}, \\ & \theta_y = \arccos\left(-\frac{2}{3}\right) \approx 131.81^\circ \approx 2.30 \text{ rad}. \end{array}$$

• Für die
$$z$$
-Achse ($\vec{e}_z=egin{pmatrix} 0 \ 0 \ 1 \end{pmatrix}$):
$$\cos(\theta_z)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{e}_z}{\|\vec{a}\|}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}.$$

$$\theta_z=\arccos\left(\frac{2}{3}\right)\approx 48.19^\circ\approx 0.84~\mathrm{rad}.$$

Zusammengefasst

• Länge des Vektors:
$$\| \vec{a} \| = 6$$

• Normierter Vektor:
$$\vec{b} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

•
$$\theta_x \approx 70.53^{\circ} \approx 1.23 \text{ rad}$$

•
$$\theta_y \approx 131.81^{\circ} \approx 2.30 \text{ rad}$$

•
$$\theta_z \approx 48.19^{\circ} \approx 0.84 \text{ rad}$$

3.5 Test 6 Claude sonnet 3.5 mit Screenshot

3.5.1 Datum 06.2024

3.5.2 Prompts für Claude sonnet 3.5

Prompt 1: Sei ein Experte für Mathematikaufgaben und hilf gerne bei der Lösung von Mathematikaufgaben. Erkläre die Lösungen sehr klar und verständlich unter Beachtung der mathematischen Regeln.

Prompt 2: screenshot

Grundlagen zu Vektoren @1

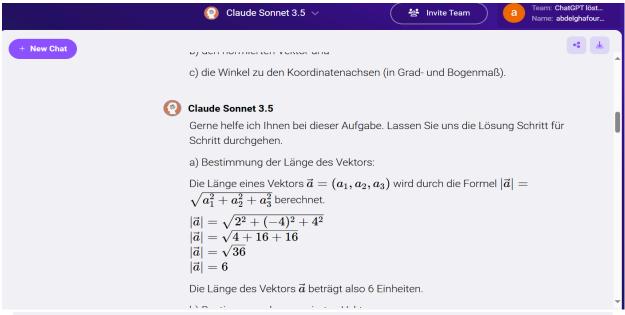
Gegeben ist der Vektor:

$$ec{a} = egin{pmatrix} 2 \ -4 \ 4 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie

- a) die Länge dieses Vektors,
- **b)** den normierten Vektor und
- c) die Winkel zu den Koordinatenachsen (in Grad- und Bogenmaß).

3.5.3 Lösungsweg von Claude sonnet 3.5



b) Bestimmung des normierten Vektors:

Der normierte Vektor \vec{e}_a wird berechnet, indem man den ursprünglichen Vektor durch seine Länge teilt:

 $\ensuremath{\color=0}{a = \frac{a}}{|\ensuremath{\color=0}} = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{6}\right) = \left(\frac{array}{array} \right) = \left(\frac{a}{1} \right)$

c) Bestimmung der Winkel zu den Koordinatenachsen:

Die Winkel zu den Koordinatenachsen können mit Hilfe der Arkuskosinusfunktion berechnet werden. Sei α , β und γ die Winkel zur x-, y-bzw. z-Achse:

$$\begin{aligned} \cos(\alpha) &= \frac{a_1}{|\vec{d}|} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ \alpha &= \arccos(\frac{1}{3}) \\ \cos(\beta) &= \frac{a_2}{|\vec{d}|} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3} \\ \beta &= \arccos(-\frac{2}{3}) \\ \cos(\gamma) &= \frac{a_3}{|\vec{d}|} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \\ \gamma &= \arccos(\frac{2}{3}) \end{aligned}$$

In Bogenmaß:

lphapprox 1,2310 rad

etapprox 2,3006 rad

 $\gamma pprox 0,8411$ rad

In Gradmaß (gerundet auf zwei Dezimalstellen):

$$\alpha \approx 70,53^{\circ}$$

$$\beta \approx 131,81^{\circ}$$

$$\gamma \approx 48,19\degree$$

Damit haben wir alle Teile der Aufgabe gelöst. Zur Überprüfung können Sie beachten, dass die Summe der Quadrate der Richtungskosinus immer 1 ergeben muss: $\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = (\frac{1}{3})^2 + (-\frac{2}{3})^2 + (\frac{2}{3})^2 = \frac{1}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} = 1$.

3.5.4 Betrachtung der Lösung

Die Ergebnisse zeigen, dass bei Eingabe des Prompts mit LaTeX sowohl ChatGPT-4-O als auch Claude Sonnet sehr deutliche und starke Antworten geliefert haben. Bei einem Screenshot hat jedoch Claude Sonnet 3.5 die gleiche Antwort geliefert, was darauf hinweist, dass Claude Sonnet 3.5 sehr stark in der Bilderkennung ist.

3.6 Bewertung der Lösungen von Test 4 und 5

Chatbot	Test-Cas e	Korrekt heit (40%)	Vollständigkeit der Lösung (20%)	Klarheit und Verständlichkeit (15%)	Anwendung Mathematischer Konzepte (15%)	Effizienz der Lösung (10%)
GPT4-O	Vector	39,8%	20%	15%	15%	10%
Claude Sonnet 3.5	Vector	39,8%	15%	10%	15%	10%
Llama 3-70B	Vector	39%	10%	10%	15%	10%
Abacus.Al Smaug	Vector	39%	20%	15%	15%	10%

4. GenAl und ihre Benchmarks im Vergleich

Grade school math GSM8K	96.4% 0-shot CoT	95.0% 0-shot CoT	-	90.8% 11-shot	94.1% 8-shot CoT
Math problem-solving MATH	71.1% 0-shot CoT	60.1% 0-shot CoT	76.6% 0-shot CoT	67.7% 4-shot	57.8% 4-shot CoT
Mixed evaluations BIG-Bench-Hard	93.1% 3-shot CoT	86.8% 3-shot CoT	-	89.2% 3-shot CoT	85.3% 3-shot CoT Pre-trained mode
Reasoning over text DROP, F1 score	87.1 3-shot	83.1 3-shot	83.4 3-shot	74.9 Variable shots	83.5 3-shot Pre-trained mode
Multilingual math MGSM	91.6% 0-shot CoT	90.7% 0-shot CoT	90.5% 0-shot CoT	87.5% 8-shot	-
Code HumanEval	92.0% 0-shot	84.9% 0-shot	90.2% 0-shot	84.1% 0-shot	84.1% 0-shot
Undergraduate level knowledge MMLU	5-shot 88.3% 0-shot CoT	5-shot 85.7% 0-shot CoT	88.7% 0-shot CoT	5-shot	5-shot
	88.7%**	86.8%	_	85.9%	86.1%
Graduate level reasoning GPOA, Diamond	59.4%* 0-shot CoT	50.4% 0-shot CoT	53.6% 0-shot CoT	_	_
	Claude 3.5 Sonnet	Claude 3 Opus	GPT-4o	Gemini 1.5 Pro	Llama-400b (early snapshot

In den Benchmarks macht Claude 3.5 Sonnet eine gute Figur

5. Potentielle Fehlerquellen

- Eingabefehler
- copy-paste Modus koennte Text und Zahlen falsch formatieren → Chatbot wertet den Text falsch aus und nutzt falsche Zahlenwerte zum rechnen

•