Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №6

з дисципліни «Методи оптимізації та планування експерименту»

# «Проведення трьохфакторного експерименту при використанні рівняння регресії з квадратичними членами»

Виконав:

студент групи ІВ-92

Коптюх Н.Є

Залікова книжка № IВ-9214

Варіант: 212

Перевірив:

Регіда П.Г.

Київ 2021

# Мета: Провести трьохфакторний експеримент і отримати адекватну модель – рівняння регресії, використовуючи рототабельний композиційний план.

# Завдання:

1. Ознайомитися з теоретичними відомостями.

2. Вибрати з таблиці варіантів і записати в протокол інтервали значень х1, х2, х3. Обчислити і записати значення, відповідні кодованим значенням

факторів

3. Значення функції відгуку знайти за допомогою підстановки в формулу:

yi = f(х1, х2, х3) + random(10)-5,

де f(х1, х2, х3) вибирається по номеру в списку в журналі викладача.

4. Провести експерименти і аналізуючи значення статистичних перевірок, отримати адекватну модель рівняння регресії. При розрахунках

використовувати натуральні значення факторів.

5. Зробити висновки по виконаній роботі.

**Варіант №212:**



**Роздруківка коду програми:**

import random  
from scipy.stats import t, f  
import numpy as np  
from itertools import product, combinations  
  
np.set\_printoptions(formatter={**'float\_kind'**: lambda x: **"%.2f"** % (x)})  
  
gt = {12: {1: 0.5410, 2: 0.3924, 3: 0.3264, 4: 0.2880, 5: 0.2624, 6: 0.2439, 7: 0.2299, 8: 0.2187, 9: 0.2098, 10: 0.2020},  
 15: {1: 0.4709, 2: 0.3346, 3: 0.2758, 4: 0.2419, 5: 0.2159, 6: 0.2034, 7: 0.1911, 8: 0.1815, 9: 0.1736, 10: 0.1671}}  
tt = {24: 2.064, 30: 2.042, 32: 1.96} # m = [3, 6]  
ft = {1: 4.2, 2: 3.3, 3: 2.9, 4: 2.7, 5: 2.5, 6: 2.4}  
matrix\_with\_min\_max\_x = np.array([[-40, 20], [5, 40], [-40, -20]])  
m = 3  
  
def table\_student(prob, n, m):  
 x\_vec = [i\*0.0001 for i in range(int(5/0.0001))]  
 par = 0.5 + prob/0.1\*0.05  
 f3 = (m - 1) \* n  
 for i in x\_vec:  
 if abs(t.cdf(i, f3) - par) < 0.000005:  
 return i  
  
  
def table\_fisher(prob, n, m, d):  
 x\_vec = [i\*0.001 for i in range(int(10/0.001))]  
 f3 = (m - 1) \* n  
 for i in x\_vec:  
 if abs(f.cdf(i, n-d, f3)-prob) < 0.0001:  
 return i  
  
  
  
def cochran\_check(Y\_matrix\_, N):  
 mean\_Y = np.mean(Y\_matrix, axis=1)  
 dispersion\_Y = np.mean((Y\_matrix.T - mean\_Y) \*\* 2, axis=0)  
 Gp = np.max(dispersion\_Y) / (np.sum(dispersion\_Y))  
 fisher = table\_fisher(0.95, N, m, 1)  
 Gt = fisher / (fisher + (m - 1) - 2)  
 return Gp < Gt  
  
  
def students\_t\_test(norm\_matrix\_, Y\_matrix\_, N):  
 mean\_Y\_ = np.mean(Y\_matrix\_, axis=1)  
 dispersion\_Y = np.mean((Y\_matrix\_.T - mean\_Y\_) \*\* 2, axis=0)  
 mean\_dispersion = np.mean(dispersion\_Y)  
 sigma = np.sqrt(mean\_dispersion / (N \* m))  
 betta = np.mean(norm\_matrix\_.T \* mean\_Y\_, axis=1)  
 t = np.abs(betta) / sigma  
 if (m - 1) \* N > 32:  
 return np.where(t > table\_student(0.95, N, m))  
 return np.where(t > table\_student(0.95, N, m))  
  
  
def phisher\_criterion(Y\_matrix, d, N):  
 if d == N:  
 return False  
 Sad = (m / (N - d)) \* np.sum((check2 - mean\_Y)\*\*2)  
 mean\_dispersion = np.mean(np.mean((Y\_matrix.T - mean\_Y) \*\* 2, axis=0))  
 Fp = Sad / mean\_dispersion  
 if (m-1)\*N > 32:  
 if N-d > 6:  
 return table\_fisher(0.95, N, m, d)  
 return Fp < table\_fisher(0.95, N, m, d)  
 if N - d > 6:  
 return Fp < table\_fisher(0.95, N, m, d)  
 return Fp < table\_fisher(0.95, N, m, d)  
  
  
def make\_plan\_matrix\_from\_norm\_matrix(norm\_matrix):  
 plan\_matrix = np.empty((len(norm\_matrix), len(norm\_matrix[0])), dtype=np.float)  
 for i in range(len(norm\_matrix)):  
 for j in range(len(norm\_matrix[i])):  
 if norm\_matrix[i, j] == -1:  
 plan\_matrix[i, j] = matrix\_with\_min\_max\_x[j-1][0]  
 elif norm\_matrix[i, j] == 1 and j != 0:  
 plan\_matrix[i, j] = matrix\_with\_min\_max\_x[j-1][1]  
 elif norm\_matrix[i, j] == 1 and j == 0:  
 plan\_matrix[i, j] = 1  
 else:  
 mean = np.mean(matrix\_with\_min\_max\_x[j-1])  
 plan\_matrix[i, j] = norm\_matrix[i, j] \* (matrix\_with\_min\_max\_x[j-1][1] - mean) + mean  
 return plan\_matrix  
  
  
def make\_linear\_equation():  
 norm\_matrix = np.array(list(product(**"01"**, repeat=3)), dtype=np.int)  
 norm\_matrix[norm\_matrix == 0] = -1  
 norm\_matrix = np.insert(norm\_matrix, 0, 1, axis=1)  
 plan\_matrix = make\_plan\_matrix\_from\_norm\_matrix(norm\_matrix)  
 return norm\_matrix, plan\_matrix  
  
  
def make\_equation\_with\_interaction\_effect(current\_norm\_matrix, current\_plan\_matrix):  
 plan\_matr = current\_plan\_matrix  
 norm\_matrix = current\_norm\_matrix  
 combination = list(combinations(range(1, 4), 2))  
 for i in combination:  
 plan\_matr = np.append(plan\_matr, np.reshape(plan\_matr[:, i[0]] \* plan\_matr[:, i[1]], (len(norm\_matrix), 1)),axis=1)  
 norm\_matrix = np.append(norm\_matrix, np.reshape(norm\_matrix[:, i[0]] \* norm\_matrix[:, i[1]], (len(norm\_matrix), 1)), axis=1)  
 plan\_matr = np.append(plan\_matr, np.reshape(plan\_matr[:, 1] \* plan\_matr[:, 2] \* plan\_matr[:, 3], (len(norm\_matrix), 1)), axis=1)  
 norm\_matrix = np.append(norm\_matrix, np.reshape(norm\_matrix[:, 1] \* norm\_matrix[:, 2] \* norm\_matrix[:, 3], (len(norm\_matrix), 1)), axis=1)  
 return norm\_matrix, plan\_matr  
  
  
def make\_equation\_with\_quadratic\_terms(current\_norm\_matrix):  
 norm\_matrix\_second\_part = np.empty((3, 7))  
 key = 0  
 for i in range(3):  
 j = 0  
 while j < 7:  
 if j == key:  
 norm\_matrix\_second\_part[i][key] = -1.73  
 norm\_matrix\_second\_part[i][key + 1] = 1.73  
 j += 1  
 else:  
 norm\_matrix\_second\_part[i][j] = 0  
 j += 1  
 key += 2  
  
 norm\_matrix\_second\_part = np.insert(norm\_matrix\_second\_part, 0, 1, axis=0)  
 norm\_matrix = np.append(current\_norm\_matrix, norm\_matrix\_second\_part.T, axis=0)  
 plan\_matrix = make\_plan\_matrix\_from\_norm\_matrix(norm\_matrix)  
 plan\_matrix = make\_equation\_with\_interaction\_effect(norm\_matrix, plan\_matrix)[1]  
 plan\_matrix = np.append(plan\_matrix, plan\_matrix[:, 1:4] \*\* 2, axis=1)  
 norm\_matrix = make\_equation\_with\_interaction\_effect(norm\_matrix, plan\_matrix)[0]  
 norm\_matrix = np.append(norm\_matrix, norm\_matrix[:, 1:4] \*\* 2, axis=1)  
 return norm\_matrix, plan\_matrix  
  
  
count = 0  
flag\_of\_model = False  
while flag\_of\_model is False:  
 norm\_matrix = make\_linear\_equation()[0]  
 plan\_matr = make\_linear\_equation()[1]  
 if count == 1:  
 norm\_matrix = make\_equation\_with\_interaction\_effect(norm\_matrix, plan\_matr)[0]  
 plan\_matr = make\_equation\_with\_interaction\_effect(norm\_matrix, plan\_matr)[1]  
 elif count > 1:  
 plan\_matr = make\_equation\_with\_quadratic\_terms(norm\_matrix)[1]  
 norm\_matrix = make\_equation\_with\_quadratic\_terms(norm\_matrix)[0]  
 plan\_matr\_for\_calc\_Y = plan\_matr  
 N = len(plan\_matr)  
 Y\_matrix = []  
 mean\_Y = []  
 indexes = []  
 flag\_of\_dispersion = False  
 while flag\_of\_dispersion is False:  
 Y\_matrix = np.array(  
 [5.4 + 2.4 \* plan\_matr\_for\_calc\_Y[:, 1] + 7.3 \* plan\_matr\_for\_calc\_Y[:, 2] + 9.6 \* plan\_matr\_for\_calc\_Y[:, 3] + 2.5 \* plan\_matr\_for\_calc\_Y[:, 1] \*\* 2 +  
 0.2 \* plan\_matr\_for\_calc\_Y[:, 2] \*\* 2 + 8.2 \* plan\_matr\_for\_calc\_Y[:, 3] \*\* 2 + 1.7 \* plan\_matr\_for\_calc\_Y[:, 1] \* plan\_matr\_for\_calc\_Y[:, 2] +  
 0.7 \* plan\_matr\_for\_calc\_Y[:, 1] \* plan\_matr\_for\_calc\_Y[:, 3] + 0.6 \* plan\_matr\_for\_calc\_Y[:, 2] \* plan\_matr\_for\_calc\_Y[:, 3] +  
 9.3 \* plan\_matr\_for\_calc\_Y[:, 1] \* plan\_matr\_for\_calc\_Y[:, 2] \* plan\_matr\_for\_calc\_Y[:, 3] + random.randint(0, 100) - 50 for i in range(m)]).T  
 mean\_Y = np.mean(Y\_matrix, axis=1)  
 if cochran\_check(Y\_matrix, N):  
 flag\_of\_dispersion = True  
 b\_natura = np.linalg.lstsq(plan\_matr, mean\_Y, rcond=None)[0]  
 b\_norm = np.linalg.lstsq(norm\_matrix, mean\_Y, rcond=None)[0]  
 check1 = np.sum(b\_natura \* plan\_matr, axis=1)  
 indexes = students\_t\_test(norm\_matrix, Y\_matrix, N)  
 check2 = np.sum(b\_natura[indexes] \* np.reshape(plan\_matr[:, indexes], (N, np.size(indexes))), axis=1)  
 print(**"Матриця плану експерименту:** \n**"**, plan\_matr)  
 print(**"Нормована матриця:** \n**"**, norm\_matrix)  
 print(**"Матриця відгуків:** \n**"**, Y\_matrix)  
 print(**"Середні значення У: "**, mean\_Y)  
 print(**"Натуралізовані коефіціенти: "**, b\_natura)  
 print(**"Перевірка 1: "**, check1)  
 print(**"Індекси коефіціентів, які задовольняють критерію Стьюдента: "**, np.array(indexes)[0])  
 print(**"Критерій Стьюдента: "**,check2)  
 else:  
 m += 1  
 print(**"Дисперсія неоднорідна!"**)  
 if phisher\_criterion(Y\_matrix, np.size(indexes), N):  
 flag\_of\_model = True  
 print(**"Рівняння регресії адекватно оригіналу."**)  
 else:  
 count += 1  
 print(**"Рівняння регресії неадекватно оригіналу."**)

**Результати виконання програми:**

C:\Users\Marty\AppData\Local\Programs\Python\Python37\python.exe C:/Users/Marty/PycharmProjects/DM-Lab2/mope-6.py

Матриця плану експерименту:

[[1.00 -40.00 5.00 -40.00]

[1.00 -40.00 5.00 -20.00]

[1.00 -40.00 40.00 -40.00]

[1.00 -40.00 40.00 -20.00]

[1.00 20.00 5.00 -40.00]

[1.00 20.00 5.00 -20.00]

[1.00 20.00 40.00 -40.00]

[1.00 20.00 40.00 -20.00]]

Нормована матриця:

[[ 1 -1 -1 -1]

[ 1 -1 -1 1]

[ 1 -1 1 -1]

[ 1 -1 1 1]

[ 1 1 -1 -1]

[ 1 1 -1 1]

[ 1 1 1 -1]

[ 1 1 1 1]]

Матриця відгуків:

[[91709.90 91775.90 91715.90]

[44361.90 44427.90 44367.90]

[609860.40 609926.40 609866.40]

[302532.40 302598.40 302538.40]

[-23916.10 -23850.10 -23910.10]

[-14624.10 -14558.10 -14618.10]

[-283395.60 -283329.60 -283389.60]

[-143483.60 -143417.60 -143477.60]]

Середні значення У: [91733.90 44385.90 609884.40 302556.40 -23892.10 -14600.10 -283371.60

-143459.60]

Натуралізовані коефіціенти: [-129580.10 -6307.85 2771.30 -2568.40]

Перевірка 1: [239326.40 187958.40 336321.90 284953.90 -139144.60 -190512.60 -42149.10

-93517.10]

Індекси коефіціентів, які задовольняють критерію Стьюдента: [0 1 2 3]

Критерій Стьюдента: [239326.40 187958.40 336321.90 284953.90 -139144.60 -190512.60 -42149.10

-93517.10]

Рівняння регресії неадекватно оригіналу.

Матриця плану експерименту:

[[1.00 -40.00 5.00 -40.00 -200.00 1600.00 -200.00 8000.00]

[1.00 -40.00 5.00 -20.00 -200.00 800.00 -100.00 4000.00]

[1.00 -40.00 40.00 -40.00 -1600.00 1600.00 -1600.00 64000.00]

[1.00 -40.00 40.00 -20.00 -1600.00 800.00 -800.00 32000.00]

[1.00 20.00 5.00 -40.00 100.00 -800.00 -200.00 -4000.00]

[1.00 20.00 5.00 -20.00 100.00 -400.00 -100.00 -2000.00]

[1.00 20.00 40.00 -40.00 800.00 -800.00 -1600.00 -32000.00]

[1.00 20.00 40.00 -20.00 800.00 -400.00 -800.00 -16000.00]]

Нормована матриця:

[[ 1 -1 -1 -1 1 1 1 -1]

[ 1 -1 -1 1 1 -1 -1 1]

[ 1 -1 1 -1 -1 1 -1 1]

[ 1 -1 1 1 -1 -1 1 -1]

[ 1 1 -1 -1 -1 -1 1 1]

[ 1 1 -1 1 -1 1 -1 -1]

[ 1 1 1 -1 1 -1 -1 -1]

[ 1 1 1 1 1 1 1 1]]

Матриця відгуків:

[[91709.90 91744.90 91698.90]

[44361.90 44396.90 44350.90]

[609860.40 609895.40 609849.40]

[302532.40 302567.40 302521.40]

[-23916.10 -23881.10 -23927.10]

[-14624.10 -14589.10 -14635.10]

[-283395.60 -283360.60 -283406.60]

[-143483.60 -143448.60 -143494.60]]

Середні значення У: [91717.90 44369.90 609868.40 302540.40 -23908.10 -14616.10 -283387.60

-143475.60]

Натуралізовані коефіціенти: [-4623.60 -47.60 16.30 -482.40 1.70 0.70 0.60 9.30]

Перевірка 1: [91717.90 44369.90 609868.40 302540.40 -23908.10 -14616.10 -283387.60

-143475.60]

Індекси коефіціентів, які задовольняють критерію Стьюдента: [0 1 2 3 4 5 6 7]

Критерій Стьюдента: [91717.90 44369.90 609868.40 302540.40 -23908.10 -14616.10 -283387.60

-143475.60]

Рівняння регресії неадекватно оригіналу.

Матриця плану експерименту:

[[1.00 -40.00 5.00 -40.00 -200.00 1600.00 -200.00 8000.00 1600.00 25.00

1600.00]

[1.00 -40.00 5.00 -20.00 -200.00 800.00 -100.00 4000.00 1600.00 25.00

400.00]

[1.00 -40.00 40.00 -40.00 -1600.00 1600.00 -1600.00 64000.00 1600.00

1600.00 1600.00]

[1.00 -40.00 40.00 -20.00 -1600.00 800.00 -800.00 32000.00 1600.00

1600.00 400.00]

[1.00 20.00 5.00 -40.00 100.00 -800.00 -200.00 -4000.00 400.00 25.00

1600.00]

[1.00 20.00 5.00 -20.00 100.00 -400.00 -100.00 -2000.00 400.00 25.00

400.00]

[1.00 20.00 40.00 -40.00 800.00 -800.00 -1600.00 -32000.00 400.00

1600.00 1600.00]

[1.00 20.00 40.00 -20.00 800.00 -400.00 -800.00 -16000.00 400.00 1600.00

400.00]

[1.00 -61.90 22.50 -30.00 -1392.75 1857.00 -675.00 41782.50 3831.61

506.25 900.00]

[1.00 41.90 22.50 -30.00 942.75 -1257.00 -675.00 -28282.50 1755.61

506.25 900.00]

[1.00 -10.00 -7.77 -30.00 77.75 300.00 233.25 -2332.50 100.00 60.45

900.00]

[1.00 -10.00 52.77 -30.00 -527.75 300.00 -1583.25 15832.50 100.00

2785.20 900.00]

[1.00 -10.00 22.50 -47.30 -225.00 473.00 -1064.25 10642.50 100.00 506.25

2237.29]

[1.00 -10.00 22.50 -12.70 -225.00 127.00 -285.75 2857.50 100.00 506.25

161.29]

[1.00 -10.00 22.50 -30.00 -225.00 300.00 -675.00 6750.00 100.00 506.25

900.00]]

Нормована матриця:

[[1.00 -1.00 -1.00 -1.00 1.00 1.00 1.00 -1.00 1.00 1.00 1.00]

[1.00 -1.00 -1.00 1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00 1.00 1.00 1.00]

[1.00 -1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00 -1.00 1.00 1.00 1.00 1.00]

[1.00 -1.00 1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00 -1.00 1.00 1.00 1.00]

[1.00 1.00 -1.00 -1.00 -1.00 -1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00]

[1.00 1.00 -1.00 1.00 -1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00 1.00 1.00]

[1.00 1.00 1.00 -1.00 1.00 -1.00 -1.00 -1.00 1.00 1.00 1.00]

[1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00]

[1.00 -1.73 0.00 0.00 -0.00 -0.00 0.00 -0.00 2.99 0.00 0.00]

[1.00 1.73 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 2.99 0.00 0.00]

[1.00 0.00 -1.73 0.00 -0.00 0.00 -0.00 -0.00 0.00 2.99 0.00]

[1.00 0.00 1.73 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 2.99 0.00]

[1.00 0.00 0.00 -1.73 0.00 -0.00 -0.00 -0.00 0.00 0.00 2.99]

[1.00 0.00 0.00 1.73 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 2.99]

[1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00]]

Матриця відгуків:

[[91749.90 91772.90 91736.90]

[44401.90 44424.90 44388.90]

[609900.40 609923.40 609887.40]

[302572.40 302595.40 302559.40]

[-23876.10 -23853.10 -23889.10]

[-14584.10 -14561.10 -14597.10]

[-283355.60 -283332.60 -283368.60]

[-143443.60 -143420.60 -143456.60]

[403900.84 403923.84 403887.84]

[-250853.99 -250830.99 -250866.99]

[-13928.39 -13905.39 -13941.39]

[153873.82 153896.82 153860.82]

[116676.90 116699.90 116663.90]

[27810.26 27833.26 27797.26]

[69789.40 69812.40 69776.40]]

Середні значення У: [91753.23 44405.23 609903.73 302575.73 -23872.77 -14580.77 -283352.27

-143440.27 403904.17 -250850.66 -13925.06 153877.16 116680.23 27813.59

69792.73]

Натуралізовані коефіціенти: [11.73 2.40 7.30 9.60 1.70 0.70 0.60 9.30 2.50 0.20 8.20]

Перевірка 1: [91753.23 44405.23 609903.73 302575.73 -23872.77 -14580.77 -283352.27

-143440.27 403904.17 -250850.66 -13925.06 153877.16 116680.23 27813.59

69792.73]

Індекси коефіціентів, які задовольняють критерію Стьюдента: [ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10]

Критерій Стьюдента: [91753.23 44405.23 609903.73 302575.73 -23872.77 -14580.77 -283352.27

-143440.27 403904.17 -250850.66 -13925.06 153877.16 116680.23 27813.59

69792.73]

Рівняння регресії адекватно оригіналу.

Process finished with exit code 0

**Висновок:** Під час виконання роботи проблем не виникало. Отримані результати збігаються з очікуваними. Необхідно рівняння з квадратичними членами, щоб модель була адекватна. Дисперсія завжди однорідна.