

# ПЛАН

- Случайные величины, связанные с дожитием
- Единовременные нетто-ставки
- Страховые продукты и тарификация
- Резервы
- Профит-тестинг
- Участие в прибыли

# Продолжительность жизни

$X$  – случайная величина продолжительности жизни при рождении

$$F_X(x) = P(X \leq x), \quad x \geq 0$$

$s(x)$  - функция дожития:

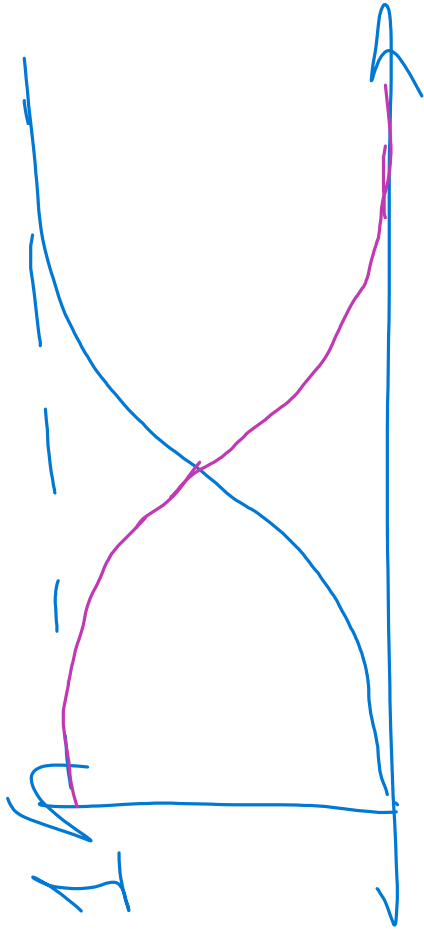
$$s(x) = 1 - F(x) = P(X > x),$$

$$x \geq 0$$

$$s(0) = 1; \quad s(+\infty) = s(w) = 0$$

Вероятность смерти в интервале  $[a, b]$

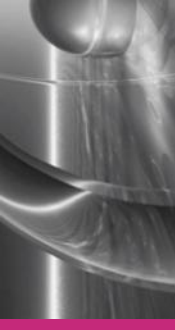
$$P(a < X \leq b) = s(a) - s(b)$$



Пример 1:

$$F(t) = \min \left( 1, \sqrt{t/80} \right)$$

1. Вероятность дожить до 75 лет
2. Вероятность умереть от 20 до 45



Пример 2.

$$s(x) = e^{-0,01x}, x > 0$$

1. Вероятность дожить до 65 лет
2. Вероятность что (50) умрет от 50 до 75

# Таблицы смертности

$$l_x = E(L(x)), d_x = E(D(x))$$

$$p_x = {}_1p_x$$

$${}_tp_x = \frac{l_{x+t}}{l_x} = \frac{s_x(t)}{s_x}$$

$$= \frac{s(x+t)}{s(x)}$$

$$s(x) = \frac{l_x}{l_0}$$

$$s_x(t)$$

$$s(x) = s_0(x)$$

$$D(x) = L(x) - L(x+1)$$

$$d_x = l_x - l_{x+1} = {}_1d_x$$

$${}_td_x = l_x - l_{x+t}$$

$$= l_0(s(x) - s(x+t))$$

$$l_0 = 100\,000$$

$$l_1 = 97\,500$$

$$97\,100$$

$$96\,900$$

$$s'(t) = \dot{s}_0(t)$$

# Предстоящая продолжительность жизни

Условная вероятность прожить от  $x$  до  $Z$  :

$$P(x < X \leq z | X > x) = \frac{F_X(z) - F_X(x)}{1 - F_X(x)}$$

$T(x)$  - предстоящая продолжительность жизни,  $X - x$

$${}_tq_x = P(0 < T(x) \leq t) =$$

$$= \frac{s(x) - s(x+t)}{s(x)} = 1 - \frac{s(x+t)}{s(x)}$$

$${}_tp_x = \frac{s(x+t)}{s(x)}$$

$$p_x = {}_1p_x \quad q_x = {}_1q_x$$

## Свойства $T(x)$

$F_X$

$$\begin{aligned} F_{T(x)}(t) &= P(T(x) \leq t) \\ &= \frac{s(x) - s(x+t)}{s(x)} \\ &= 1 - {}_t p_x = {}_t q_x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(T(x) \leq t) &= P(x < X \\ &\leq x+t | X > x) \end{aligned}$$

# Свойства $T(x)$

$$P(T(x) > \underbrace{t+r}) =$$

$$= P(T(x+r) > t | T(x) > r) \cdot \underbrace{P(T(x) > r)}$$

$$\rightarrow \underbrace{{}_r p_x} = \underbrace{{}_r p_x \cdot {}_t p_{x+r}}$$

$$\frac{l_{x+r+t}}{l_x} = \frac{l_{x+r}}{l_x} \cdot \frac{l_{x+r+t}}{l_{x+r}}$$

$$\parallel$$

$$\parallel$$

$$\parallel$$

$${}_r p_x = 1 - (1 - {}_r q_x) \cdot (1 - {}_t q_{x+r})$$



## Задачи

Пример №3: Доказать, что

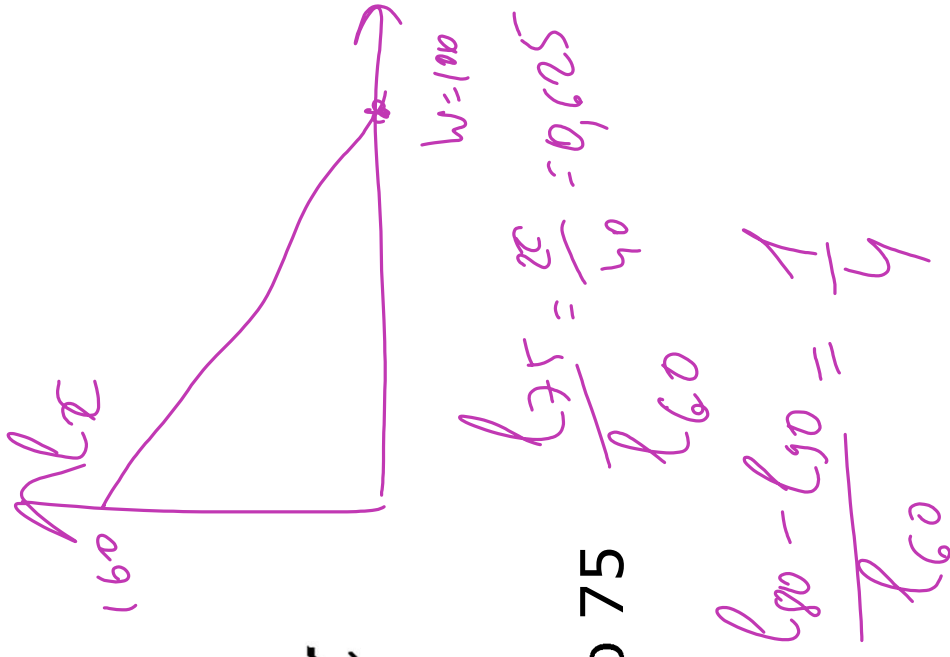
$$S_a(b) = \frac{b \cdot a + b}{b \cdot a}$$

$$S_0(x + t) = S_0(x) \cdot S_x(t)$$

# Задачи

## Пример №4

$$W = 100, \quad l_x = W - x$$



1. С какой вероятностью (60) доживет до 75
2. (60) умрет в интервале (80,90)
3. (60) проживет 50 лет

- Пример №5

$$p_{x+1} = p_{x+1}^{1+2}$$

Доказать, что при всех

$$p_x = p_x \cdot p_{x+1} \dots p_{x+n-1}$$