Частотный критерий отсутствия периодических режимов для задачи управления

предварительные результаты

Астахов Марк, Давыдов Алексей
группа 424
руководитель Г.А. Леонов

СПбГУ

16 ноября 2015 г.

Введение

Рассматривается система

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + b\varphi(\sigma), \\ \sigma = c^* x, \end{cases} \tag{1}$$

где A – постоянная $n \times n$ – матрица, b и c – постоянные n-мерные векторы, $\varphi(\sigma)$ - непрерывная функция.

Пусть дополнительно выполнено условие: $0 \leq \frac{\varphi}{\sigma} \leq M$ для всех $\sigma \neq 0$.
Следовательно, отсюда

$$\varphi(\sigma - \frac{\varphi}{M}) \geq 0. \tag{2}$$

Разложим $\sigma(t)$ и $\varphi(t)$ в ряд Фурье по ортогональной системе функций Уолша:

$$\sigma(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k wal_k(t/T), \;\; \varphi(t) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k wal_k(t/T), \quad (3.1)$$

где

$$a_k = \frac{1}{T}\int_0^T \sigma(t) wal_k(t/T)\, dt, \;\; b_k = \frac{1}{T}\int_0^T \varphi(t) wal_k(t/T)\, dt, \quad (3.2)$$

$wal_k(t) = sign(sin(\pi kt))$ - k-я функция Уолша.

Далее, для системы (1) верно соотношение:

$$\sigma(t) = \alpha(t) + \int\limits_0^t \gamma(t-\tau)\varphi(\tau)\,d\tau, \tag{4}$$

где $\alpha(t) = c^* e^{At} x_0, \gamma(t) = c^* e^{At} b, x(0) = x_0 = 0.$
Подставив (4) в формулу (3.2) для a_k иммем:

$$a_k = \frac{1}{T} \int\limits_0^T \Big(\int\limits_0^t \gamma(t-\tau)\varphi(\tau)\,d\tau \Big) wal_k(t/T)\,dt.$$

Окончательно, перепишем неравенство (2), используя представление функций $\varphi(t)$ и $\sigma(t)$ в виде ряда Фурье (3.1), проинтегрируем по периоду T и получим:

$$-\sum_{k=0}^{\infty}(\frac{1}{M}-\frac{a_k}{b_k})b_k^2 \geq 0.$$

Таким образом, периодический режим может существовать лишь в том случае, если хотя один из коэффициентов при b_k^2 отрицателен. Следовательно, критерий отсутствия периодических режимов имеет вид:

$$\frac{1}{M}-\frac{a_k}{b_k} \geq 0, k = 0, 1, \dots$$

План

Далее предлагается численно проверить полученный критерий для разных передаточных функций $W(p)$ и сравнить с результат с результатом, где в качестве в φ и σ выступает тригонометрический ряд Фурье.

Список литературы

1.*Леонов Г.А.* Теория управления. - СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2006. - 233 с.
2.*Гарбер Е.Д.* О частотных критериях отсутствия периодических режимов, Автомат. и телемех., 1967, № 11, 178–182.
3.*Голубов Б. И., Ефимов А. В., Скворцов В. А.* Ряды и преобразования Уолша: теория и применения. — М.: Изд-во Наука, 1987. - 344 с.