Упростить уравнение поверхности второго порядка в пространстве

Вариант 7:

In[278]:=
```
f[x_, y_, z_] := 8 x^2 - 2 x y - 4 y^2 + 2 x z - 2 y z + 3 z^2 + 7 x + 8 y + 9 z - 10
```

Составим матрицу A, столбец a и свободный член a0

In[279]:=
```
A = {
{8, -1,  1},
{-1, -4,  -1},
{1, -1,  3}
};
a = {7, 8, 9};
a0 = -10;
A // MatrixForm
a // MatrixForm
```

Out[282]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 8 & -1 & 1 \\ -1 & -4 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Out[283]//MatrixForm=

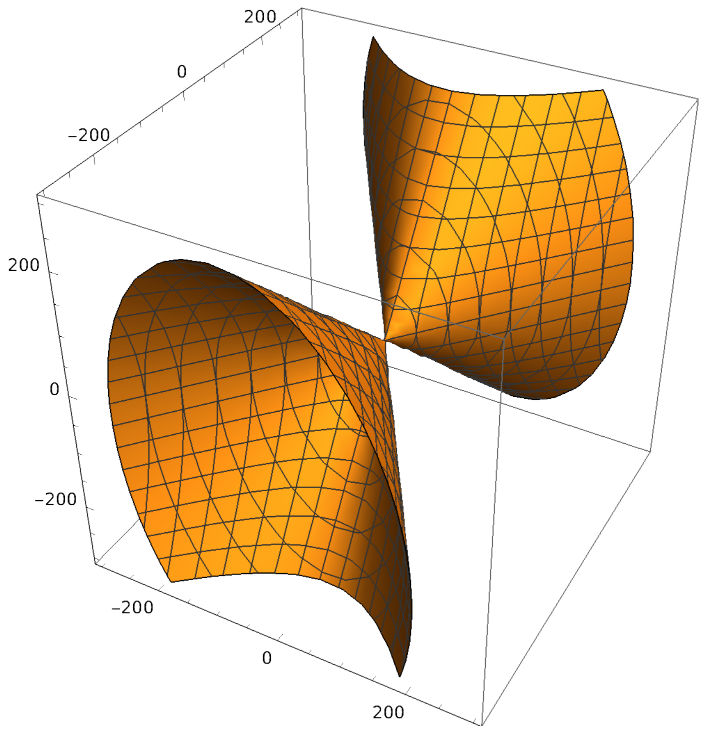
$$\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}$$

константы для отрисовки и работы

In[284]:=
```
{bb, ubb} = {-300, 300};
standart  = {bb, ubb};
{xmin, xmax} = standart;
{ymin, ymax} = standart;
{zmin, zmax} = standart;
```

In[289]:=
```
ContourPlot3D[f[x, y, z] == 0, {x, xmin, xmax}, {y, ymin, ymax}, {z, zmin, zmax}]
```

Out[289]=



Находим собственные значения через встроенные функции и своим путем, сравниваем:

In[290]:=
```
evalues = N[Eigenvalues[A]]
naiveEigenvalue = N[Solve[Det[A - l * IdentityMatrix[3]] == 0, l][[All, 1, 2]]]
Union[evalues] == Union[naiveEigenvalue]
```

Out[290]= {8.30508, -4.20036, 2.89528}

Out[291]= {-4.20036, 2.89528, 8.30508}

Out[292]= True

Видно, что собственное и встроенное решение совпадает.

Находим собственные векторы и формируем из них матрицу перехода. (аналогично 2 способа)

```
eigenVec = N[Eigenvectors[A]];
eigenOthetWay = {{}, {}, {}};
ST = {{}, {}, {}};
For[i = 1, i < 4, i++,
  m = A - evalues[[i]] * IdentityMatrix[3];
  sol = Reduce[m.{x, y, z} == 0, {x, y}];
 sol = {sol[[1, 2]], sol[[2, 2]], z} /. z → 1;
 eigenOthetWay[[i]] = sol;
 ST[[i]] = Normalize[sol];
   ];
```

Собственные векторы найденные встроенными функциями в виде матрицы:

In[297]:=
```
eigenVec // MatrixForm
```
Out[297]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 4.83119 & -0.473885 & 1. \\ 0.553586 & 7.75395 & 1. \\ -0.218111 & -0.113395 & 1. \end{pmatrix}$$

Собственные векторы найденные альтернативным путем:

In[298]:=
```
eigenOthetWay // MatrixForm
```
Out[298]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 4.83119 & -0.473885 & 1 \\ 0.553586 & 7.75395 & 1 \\ -0.218111 & -0.113395 & 1 \end{pmatrix}$$

Сформированная из нормализованных СВ матрица перехода:

In[299]:=
```
ST // MatrixForm
```
Out[299]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.974756 & -0.0956125 & 0.201763 \\ 0.0706308 & 0.989309 & 0.127588 \\ -0.211805 & -0.110116 & 0.971089 \end{pmatrix}$$

Проверка равенства

In[300]:=
```
eigenOthetWay == eigenVec
```
Out[300]= True

Новый столбец a:

In[304]:=
```
a' = ST.a;
a' // MatrixForm
```
Out[305]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 7.87426 \\ 9.55718 \\ 6.37623 \end{pmatrix}$$

In[302]:=
```
f'[x_, y_, z_] :=
 evalues[[1]] x^2 + evalues[[2]] y^2 + evalues[[3]] z^2 + a'[[1]] x + a'[[2]] y + a'[[3]] z + a0
```

In[303]:=

```
ContourPlot3D[f'[x, y, z] == 0, {x, xmin, xmax}, {y, ymin, ymax}, {z, zmin, zmax}]
```

Out[303]=