UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

ESCOLA DE ENGENHARIA

PROGRAMA DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

AUTOR, INICIAIS MAIÚSCULAS E RESTANTE MINÚSCULO

Quantificação do efeito de tumores superficiais e profundos sobre a temperatura da pele

Niterói, RJ

DATA

AUTOR, INICIAIS MAIÚSCULAS E RESTANTE MINÚSCULO

Quantificação do efeito de tumores superficiais e profundos sobre a temperatura da pele

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Mecânico.

Orientador:
ORIENTADOR

Niterói, RJ
DATA

Ficha catalográfica automática - SDC/BEE
Gerada com informações fornecidas pelo autor

P654i Pinheiro, Isabela Florindo
Integral transform solutions in heat and fluid flow: novel applications & advancement of the technique / Isabela Florindo Pinheiro ; Leandro Alcoforado Sphaier, orientador. Niterói, 2019.
236 f. : il.

Tese (doutorado)-Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2019.

DOI: http://dx.doi.org/10.22409/PGMEC.2019.d.13502386781

1. Transformada Integral. 2. Métodos numéricos. 3. Termociências. 4. Mecânica dos fluidos (Engenharia). 5. Produção intelectual. I. Sphaier, Leandro Alcoforado, orientador. II. Universidade Federal Fluminense. Escola de Engenharia. III. Título.

CDD -

Bibliotecária responsável: Fabiana Menezes Santos da Silva - CRB7/5274

AUTOR, INICIAIS MAIÚSCULAS E RESTANTE MINÚSCULO

Quantificação do efeito de tumores superficiais e profundos sobre a temperatura da pele

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Mecânico.

Grau:

Aprovado em DATA

BANCA EXAMINADORA

ORIENTADOR
Orientador

Prof. DSc César Cunha Pacheco

Eng. Matheus Coutinho Constantino

Niterói, RJ
DATA

Dedicatória.

Colocar em página ímpar.

Esta seção é opcional.

Agradecimentos

Agradecimentos

Colocar em página ímpar.

Esta seção é opcional.

Citar agência de fomento, se houver.

Epígrafe

Resumo

Sumarização do trabalho realizado, sem apresentar motivação, revisão da literatura e revisão teórica. Focar no trabalho desenvolvido, métodos, resultados, etc., e sumarizar conclusões.
Palavras-chave: Palavra-chave 1, palavra-chave 2, palavra-chave 3.

Abstract

Colocar em página ímpar

Keywords

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Lista de abreviaturas e siglas

COP	*Coefficient of performance*
EOS	*Equation of state*
GWP	*Global Warming Potential*
IEA	*International Energy Agency*
IIAR	*International Institute of Ammonia Refrigeration*
ODP	*Ozone depletion potential*
PR-EOS	*Peng-Robinson Equation of state*

Lista de símbolos

Γ	Letra grega Gama
Λ	Lambda
ζ	Letra grega minúscula zeta
$\in$	Pertence

Sumário

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZÃO

Na atualidade, o cancêr é uma das efermidades que mais tem atingido as pessoas, tendo mais de 18.1 milhões de casos diagnosticados e 9.6 milhões de mortes, somente em 2018. A estimativa é que em 2040, o número de casos anuais aumente em 50%, ultrapassando os 27 milhões de casos. Essa estimativa tem uma alta variação, dependendo dos nível de desenvolvimento economico e social do país. Apesar de a maior parte dos casos diagnósticados serem em países com Índice de Desenvolvimento Humano(IDH) alto, conforme a Figura 1, o aumento do número de casos de cancer em nações com baixo IDH é de 100%, enquanto nas com IDH alto/muito alto é de aproximadamente 11

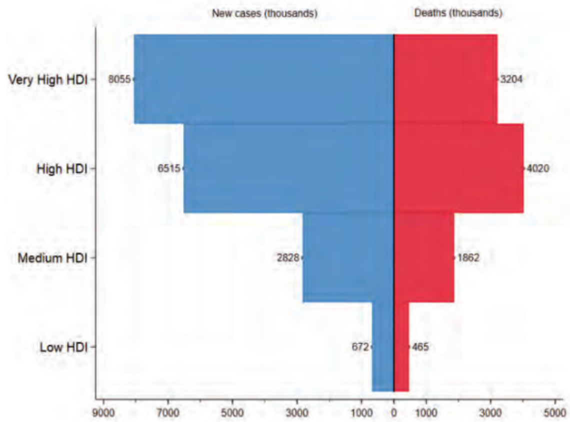

Figura 1 – Número de casos diagnosticados e mortes no mundo para cada nível de IDH. (Stewart, Bernard W.; Weiderpass, Elisabete,; Wild, Christopher P.,, 2020).

O câncer é a denominação dada ao conjunto de doenças que tem como característica comum a multiplicação descontrolada de células em um determinado tecido. Esse falta de controle advém de uma mutação no DNA da célula, que pode ocorrer devido a uma predisposição genética e/ou exposição a agentes carcinogênicos.

Na atualidade, existem mais de 100 tipos de câncer descobertos. Para cada um deles existem diferentes tratamentos e técnicas de diagnosticos mais efetivas

1.2 OBJETIVOS

2 Revisão Bibliográfica

O trabalho de **??** propós uma solução analítica para o modelo de Pennes em um tecido com multiplas camadas e com a presença de um tumor. Utilizando uma técnica de transformação integral, obteve-se distribuições de temperatura que estavam em acordo com simulações computacionais previamente validadas.

2.1 BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR

2.2 TERMOGRAFIA

O Trabalho de (AGNELLI; BARREA; TURNER, 2011) é utilizou-se do métodos de diferenças finitas de segunda ordem para resolver o modelo de Pennes em duas dimensões. Através do uso de Algoritmo de Pattern Search foi possível obter informações cruciais sobre o tumor, como seu tamanho e localização como a taxa de geração de calor devido ao metabolismo do tumor.

3 Modelagem Matemática

3.1 MODELAGEM

Este trabalho visa verificar a influência de diferentes configurações de tumores na superfície da pele. Considerou-se que o formato do antebraço de humano médio pode ser simplificado por um cilíndro maciço, dividido em três seções de diferentes diametros, representado pele, músculo e osso. As dimensões do cilíndro e de cada seção podem ser vistas na Figura 3 .

Figura 2 –

Para a simplificação do problema, propôs-se as seguinte hipóteses:

- Regime Permanente
- Problema Bidimensional, com axissimetria em torno do eixo Z.
- Propriedades Físicas constantes e uniformes em cada tecido.
- Tecidos Isotrópicos

O modelo de bio transferência de calor utilizado foi o Modelo de Pennes **??**, que apesar de sua simplicidade reproduz de maneira satisfatoria dados experimentais **??**. Esse modelo possui as seguintes variaveis:densidade do tecido ρ; condutividade térmica do tecido k; densidade do sangue ρ_b; calor específico do sangue a pressão constante c_b; taxa de perfusão sanguínea do tecido w; temperatura do sangue arterial T_a; temperatura do tecido analisado T; taxa de geração de calor metabolico por unidade de volume do tecido Q_m.

$$\rho c_p \frac{\partial T(r,z)}{\partial t} = \nabla \cdot [k(r)\nabla T(r,z)] + w_b \rho_b c_b [T_a - T(r,z)] + Q_m \tag{3.1}$$

Utilizando as hipótese 1 e realizando a transformação para coordenadas cilíndricas, através da relação **??**, obtem-se a equação **??**.

$$\nabla \cdot [k(r)\nabla T(r,z)] = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}k(r)r\frac{\partial T(r,z)}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z}k(r)\frac{\partial T(r,z)}{\partial z} \tag{3.2}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}kr\frac{\partial T(r,z)}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z}k\frac{\partial T(r,z)}{\partial z} + \rho_b c_b w[T_a - T(r,z)] + Q_m = 0 \tag{3.3}$$

3.1.1 Condições de Contorno

A condição de contorno para a fronteira superior do problema(r=R) foi de troca de calor por convecção com o ambiente. Considerou-se que a perda de calor da pele por radiação com o ambiente é desprezível para a situação modelada ??.

Para as fronteiras laterais, a condição de isolamento térmico foi utilizada. Essa condição de contorno é passível de ser utilizada caso a fronteira esteja distante o suficiente do elemento gerador de calor, neste caso o tumor.

Já para a fronteira inferior, a condição de isolamento térmico é a escolha natural, devido simetria térmica no centro do cilíndro (??).

3.1.2 Volumes Finitos

O método escolhido para a resolução numérica do modelo de biotranferência de calor apresentado anteriormente foi o Método dos Volumes Finitos ??.

Esse método consiste na divisao do domínio em n volumes de controle discretos, onde é suposto que as variáveis de controle são constantes, e a resolução da equação de interesse dentro de cada volume.

Sendo P o volume de controle a ser estudado, os volumes W, E, N e S são os volumes vizinhos do mesmo. As fronteiras do volume P com os volumes adjacentes são nomeadas w, e, n e s, respectivamente.

3.1.2.1 Discretização do Domínio

A tipo de malha escolhida para o problema foi uniforme e retangular. Para manter os volumes quadrados, a relação entre o número de volumes na direção r ena direção z obedece a fórmula 3.3.

Utilizou-se 3 diferentes malhas para verificar que a discretização não interferiu significativamente na resultado da simulação. De acordo com Celik o fator refinamento da malhar deve ser maior que 1.3.

Figura 3 –

3.1.2.2 INTEGRALIZAÇÃO DOS TERMOS

Integrando a equação **??** ao longo do volume de controle de interesse:

$$\int_{\Delta V} \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} kr \frac{\partial T(r,z)}{\partial r} dV + \int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial T(r,z)}{\partial z} dV + \int_{\Delta V} \rho_b c_b w [T_a - T(r,z)] dV + \int_{\Delta V} Q_m dV = 0 \tag{3.4}$$

Dividiu-se a equação **??**, em 4 termos para facilitar a manipulação.

$$\underbrace{\int_s^n \int_e^w \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} kr \frac{\partial T(r,z)}{\partial r} r dr dz}_{C1} + \underbrace{\int_s^n \int_e^w \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial T(r,z)}{\partial z} r dr dz}_{C2} + \underbrace{\int_s^n \int_e^w \rho_b c_b w [T_a - T(r,z)] r dr dz}_{C3} + \underbrace{Q_m}_{C4} = 0 \tag{3.5}$$

A integralização do termo P1 é direta, Integrando-se, respectivamente, em r e em z e utilizando as relações **??** e **??** para obtem-se o resultado abaixo:

$$P1: \int_s^n \int_e^w \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} kr \frac{\partial T(r,z)}{\partial r} r dr dz = \int_e^w kr \frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\bigg|_s^n dz = \tag{3.6}$$

$$kr \frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\bigg|_s^n \Delta z = k_n r_n \frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\bigg|_n \Delta z - k_s r_s \frac{\partial T_s(r,z)}{\partial r}\bigg|_s \Delta z \tag{3.7}$$

$$k_n r_n \frac{T_N - T_P}{\Delta r} \Delta z - k_s r_s \frac{T_P - T_S}{\Delta r} \Delta z \tag{3.8}$$

Para integral do termo P2, além do processo feito anteriormente, é necessário notar a relação **??** que é valida para malhas retangulares e uniformes.

$$\frac{r^2}{2}\Big|_s^n = \frac{r_n^2}{2} - \frac{r_s^2}{2} = \frac{1}{2}\Big(r_P + \frac{\Delta r}{2}\Big)^2 - \frac{1}{2}\Big(r_P - \frac{\Delta r}{2}\Big)^2 = \tag{3.9}$$

$$\frac{1}{2}\Big(r_P^2 + r_P\Delta r + \frac{\Delta r^2}{4}\Big) - \frac{1}{2}\Big(r_P^2 - r_P\Delta r + \frac{\Delta r^2}{4}\Big) = r_P\Delta r \tag{3.10}$$

$$P2: \int_s^n \int_e^w \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial T(r,z)}{\partial z} r\,dr\,dz = \int_s^n rk \frac{\partial T(r,z)}{\partial z}\Big|_e^w dr = \tag{3.11}$$

$$\frac{r^2}{2}\Big|_s^n k \frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\Big|_e^w = r_P\Delta r k_w \frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\Big|_w - r_P\Delta r k_e \frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\Big|_e \tag{3.12}$$

$$r_P\Delta r k_w \frac{T_W - T_P}{\Delta z} - r_P\Delta r k_e \frac{T_P - T_E}{\Delta z} \tag{3.13}$$

O termo P3, relacionado a transferência de calor devido a perfusão do sangue, pode ser integrado diretamente utilizando a equação **??** :

$$P3: \int_s^n \int_e^w \rho_b c_b w[T_a - T(r,z)] r\,dr\,dz = \rho_b c_b w[T_a - T_P] \frac{r^2}{2}\Big|_s^n z\Big|_e^w \tag{3.14}$$

$$= \rho_b c_b w[T_a - T_P] r_P \Delta r \Delta z \tag{3.15}$$

Juntando os termos desenvolvidos, obtem-se a equação **??**. Como ela depende das derivada da temperatura no contorno do volume P, foi necessário aproximar os gradientes de temperatura por diferenças finitas de primeira ordem, como pode ser visto nas equações **??**-**??**.

$$k_n r_n \frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\Big|_n \Delta z - k_s r_s \frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\Big|_s \Delta z + r_P\Delta r k_w \frac{\partial T(r,z)}{\partial z}\Big|_w - r_P\Delta r k_e \frac{\partial T(r,z)}{\partial z}\Big|_e \tag{3.16}$$

$$= \rho_b c_b w[T_a - T_P] r_P \Delta r \Delta z \tag{3.17}$$

$$\frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\Big|_n = \frac{T_N - T_P}{\Delta r} \tag{3.18}$$

$$\frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\Big|_s = \frac{T_P - T_S}{\Delta r} \tag{3.19}$$

$$\frac{\partial T(r,z)}{\partial z}\Big|_e = \frac{T_E - T_P}{\Delta z} \tag{3.20}$$

$$\frac{\partial T(r,z)}{\partial z}\Big|_w = \frac{T_P - T_W}{\Delta z} \tag{3.21}$$

Dessa forma é obtida a equação discretizada **??**.

$$k_n r_n \frac{T_N - T_P}{\Delta r}\Delta z - k_s r_s \frac{T_P - T_S}{\Delta r}\Delta z + r_P\Delta r k_w \frac{T_W - T_P}{\Delta z} - r_P\Delta r k_e \frac{T_P - T_E}{\Delta z} + \rho_b c_b w[T_a - T_P] r_P \Delta r \Delta z = 0 \tag{3.22}$$

$$k_n r_n \frac{\Delta z}{\Delta r} T_N + k_s r_s \frac{\Delta z}{\Delta r} T_S + r_P k_w \frac{\Delta r}{\Delta z} T_W + r_P k_e \frac{\Delta r}{\Delta z} T_E - \tag{3.23}$$

$$\left(k_n r_n \frac{\Delta z}{\Delta r} + k_s r_s \frac{\Delta z}{\Delta r} + r_P k_w \frac{\Delta r}{\Delta z} + r_P k_e \frac{\Delta r}{\Delta z} + \rho_b c_b w r_P \Delta r \Delta z\right) Tp + \rho_b c_b w r_P \Delta r \Delta z T_a = 0 \tag{3.24}$$

Como os termos que multiplicam as temperaturas dos volumes e a temperatura sanguínea são constantes dentro de cada volume é natural agrupa-los de forma a simplificar a equação.

$$A_N = k_n r_n \frac{\Delta z}{\Delta r} \tag{3.25}$$

$$A_S = k_s r_s \frac{\Delta z}{\Delta r} \tag{3.26}$$

$$A_E = r_P k_e \frac{\Delta r}{\Delta z} \tag{3.27}$$

$$A_W = r_P r k_w \frac{\Delta r}{\Delta z} \tag{3.28}$$

$$A_a = \rho_b c_b w r_P \Delta r \Delta z \tag{3.29}$$

$$\cancel{A_P = k_n r_n \frac{\Delta z}{\Delta r} + k_s r_s \frac{\Delta z}{\Delta r} + r_P r k_w \frac{\Delta r}{\Delta z} + r_P k_e \frac{\Delta r}{\Delta z} + \rho_b c_b w r_P \Delta r \Delta z} \tag{3.30}$$

$$A_P = (A_N + A_S + A_E + A_W + A_a) \tag{3.31}$$

3.1.2.3 Volumes de Fronteira

Devido as condições de contorno, a integralização nos volumes de fronteira requer alguns cuidados especiais.

ENTRA FIGURA AQUI

Devido a condição de isolamento térmico na fronteira esquerda, o gradiente de temperatura na face esquerda do volume é nulo. Para os outros gradientes de temperatura, a aproximação escolhida foi a mesma da discretização da equação geral (3.18,3.19,3.21).

$$\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=0} = \left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{w} = 0 \tag{3.32}$$

Susbtituindo os gradientes de temperatura na equação 3.16 e agrupando os termos que multiplicam as temperaturas dos volumes, obteve-se a equação a abaixo:

$$k_n r_n \frac{\Delta z}{\Delta r} T_N + k_s r_s \frac{\Delta z}{\Delta r} T_S + r_P k_e \frac{\Delta r}{\Delta z} T_E - \tag{3.33}$$

$$\left(k_n r_n \frac{\Delta z}{\Delta r} + k_s r_s \frac{\Delta z}{\Delta r} + r_P k_e \frac{\Delta r}{\Delta z} + \rho_b c_b w r_P \Delta r \Delta z\right) Tp + \rho_b c_b w r_P \Delta r \Delta z T_a = 0 \tag{3.34}$$

$$A_W = 0 \tag{3.35}$$

$$A_N T_N + A_S T_S + A_E T_E - (A_N + A_S + A_E + A_a) T_P = -A_a T_a \tag{3.36}$$

A outra fronteira lateral segue o mesmo procedimento, porém gradiente de temperatura nulo é o da face direita.

$$\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=Lz} = \left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{e} = 0 \tag{3.37}$$

$$k_n r_n \frac{T_N - T_P}{\Delta r}\Delta z - k_s r_s \frac{T_P - T_S}{\Delta r}\Delta z + r_P \Delta r k_w \frac{T_W - T_P}{\Delta z} - \rho_b c_b w[T_a - T_P] r_P \Delta r \Delta z = 0 \tag{3.38}$$

$$A_E = 0 \tag{3.39}$$

$$A_N T_N + A_S T_S + A_W T_W - (A_N + A_S + A_W + A_a) T_P = -A_a T_a \tag{3.40}$$

Para a fronteira inferior o racíocinio é análogo, porém o fluxo de calor vindo da direção sul que é nulo. Dessa forma, a derivada modificada é em relação a variavel r, ao contrário dos casos anteriores.

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=0} = \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{s} = 0 \tag{3.41}$$

Logo a equação discretizada assume a forma a seguir:

$$k_n r_n \frac{T_N - T_P}{\Delta r}\Delta z - r_P \Delta r k_w \frac{T_W - T_P}{\Delta z} - r_P \Delta r k_e \frac{T_P - T_E}{\Delta z} + \rho_b c_b w[T_a - T_P] r_P \Delta r \Delta z = 0 \tag{3.42}$$

$$A_S = 0 \tag{3.43}$$

$$A_N T_N + A_W T_W + A_E T_E - (A_N + A_W + A_E + A_a) T_P = -A_a T_a \tag{3.44}$$

O procedimento para o limite superior é um pouco mais complexo, por ser uma condição de contorno de terceiro tipo, onde o fluxo de calor depende da temperatura do contorno. Por isso, aproximou-se o fluxo de calor na fronteira por uma diferença finita avançada de primeira ordem (3.46). Com essa relação e a condição de contorno, obteve-se a formula para a temperatura da fronteira a partir de fatores já conhecidos.

$$-k\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=Lr} = h(T_\infty - T_f) \tag{3.45}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=Lr} = \frac{T_f - T_P}{\Delta r_f} \tag{3.46}$$

$$Tf = \left(hT_\infty - T_P\frac{k}{\Delta r_f}\right)\frac{1}{\frac{k}{\Delta r_f}+h} \tag{3.47}$$

$$\tag{3.48}$$

Substituindo a na equação **??** e seguindo o resto do processo de integralização, obtem-se a expressão da derivada da temperatura na fronteira superior em função dos parâmetros do volume de controle e do ambiente externo.

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=Lr} = \frac{h}{k+h\Delta r_f}(T_\infty - T_P) \tag{3.49}$$

$$A_N = 0 \tag{3.50}$$

$$A_c = \frac{h}{1+h\frac{\Delta r}{k_P}}r_n\Delta z \tag{3.51}$$

$$A_S T_S + A_W T_W + A_E T_E - (A_S + A_W + A_E + A_a + A_c)T_P = -A_a T_a - A_c T_\infty \tag{3.52}$$

Quinas.

Nordeste

$$k\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=Lr} = h(T_\infty - T_f) \tag{3.53}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=Lz} = \left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_e = 0 \tag{3.54}$$

$$A_W = 0 A_C = \tag{3.55}$$

$$A_N T_N + A_S T_S + A_W T_W - (A_N + A_S + A_W + A_a)T_P = -A_a T_a \tag{3.56}$$

Sudeste

$$\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=Lz} = \left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_e = 0 \tag{3.57}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=Lz} = \left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_e = 0 \tag{3.58}$$

$$A_W = 0 A_C = \tag{3.59}$$

$$A_N T_N + A_S T_S + A_W T_W - (A_N + A_S + A_W + A_a)T_P = -A_a T_a \tag{3.60}$$

Noroeste

$$k\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=Lr} = h(T_\infty - T_f) \tag{3.61}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=Lz} = \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{e} = 0 \tag{3.62}$$

$$A_W = 0 A_C = \tag{3.63}$$

$$A_N T_N + A_S T_S + A_W T_W - (A_N + A_S + A_W + A_a) T_P = -A_a T_a \tag{3.64}$$

Sudoeste

$$\frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=Lz} = \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{e} = 0 \tag{3.65}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=Lz} = \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{e} = 0 \tag{3.66}$$

$$A_W = 0 A_C = z \tag{3.67}$$

$$A_N T_N + A_S T_S + A_W T_W - (A_N + A_S + A_W + A_a) T_P = -A_a T_a \tag{3.68}$$

Referências

Stewart, Bernard W.; Weiderpass, Elisabete,; Wild, Christopher P.,. *WORLD CANCER REPORT: Cancer Research for Cancer Development.* Place of publication not identified: IARC, 2020. ISBN 978-92-832-0447-3. Citado 2 vezes nas páginas v e 1.