1 Modelagem

Este trabalho visa verificar a influência de diferentes configurações de tumores na superfície da pele. Considerou-se que o formato do antebraço de humano médio pode ser simplificado por um cilíndro maciço, dividido em três seções de diferentes diametros, representado a pele, o músculo e osso. As dimensões do cilíndro e de cada seção podem ser vistas na Figura 1 abaixo.

Figure 1

O modelo de bio transferência de calor utilizado foi o descrito por . Esse modelo possui as seguintes variaveis:densidade do tecido ρ; condutividade térmica do tecido k; densidade do sangue ρ_b; calor específico do sangue a pressão constante c_b; taxa de perfusão sanguínea do tecido w; temperatura do sangue arterial T_a; temperatura do tecido analisado T; taxa de geração de calor metabolico por unidade de volume do tecido Q_m.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}kr\frac{\partial T(r,z)}{\partial r}+\frac{\partial}{\partial z}k\frac{\partial T(r,z)}{\partial z}+\rho_b c_b w[T_a-T(r,z)]=0 \tag{1}$$

$$\underbrace{\int_s^n\int_e^w \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}kr\frac{\partial T(r,z)}{\partial r}rdrdz}_{\text{P1}}+\underbrace{\int_s^n\int_e^w \frac{\partial}{\partial z}k\frac{\partial T(r,z)}{\partial z}rdrdz}_{\text{P2}}+\underbrace{\int_s^n\int_e^w \rho_b c_b w[T_a-T(r,z)]rdrdz}_{\text{P3}}=0 \tag{2}$$

$$P1:\int_s^n\int_e^w \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}kr\frac{\partial T(r,z)}{\partial r}rdrdz=\int_s^n\int_e^w \frac{\partial}{\partial r}kr\frac{\partial T(r,z)}{\partial r}drdz=\int_e^w kr\frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\bigg|_s^n dz= \tag{3}$$

$$kr\frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\bigg|_s^n\Delta z=k_n r_n\frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\bigg|_n\Delta z-k_s r_s\frac{\partial T_s(r,z)}{\partial r}\bigg|_s\Delta z \tag{4}$$

$$=k_n r_n\frac{T_N-T_P}{\Delta r}\Delta z-k_s r_s\frac{T_P-T_S}{\Delta r}\Delta z \tag{5}$$

$$P2:\int_s^n\int_e^w \frac{\partial}{\partial z}k\frac{\partial T(r,z)}{\partial z}rdrdz=\int_s^n kr\frac{\partial T(r,z)}{\partial z}\bigg|_e^w dr= \tag{6}$$

$$\int_s^n rk\frac{\partial T(r,z)}{\partial z}\bigg|_e^w dr=\frac{r^2}{2}\bigg|_s^n k\frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\bigg|_e^w= \tag{7}$$

$$\frac{r^2}{2}\bigg|_s^n k_w\frac{T_W-T_P}{\Delta z}-\frac{r^2}{2}\bigg|_s^n k_e\frac{T_P-T_E}{\Delta z}=r_P\Delta r k_w\frac{T_W-T_P}{\Delta z}-r_P\Delta r k_e\frac{T_P-T_E}{\Delta z} \tag{8}$$

$$P3:\int_s^n\int_e^w \rho_b c_b w[T_a-T(r,z)]rdrdz=\rho_b c_b w[T_a-T_P]\frac{r^2}{2}\bigg|_s^n z\bigg|_e^w \tag{9}$$

$$=\rho_b c_b w[T_a-T_P]r_P\Delta r\Delta z \tag{10}$$

$$*OBS: \frac{r^2}{2}\bigg|_s^n = \frac{r_n^2}{2} - \frac{r_s^2}{2} = \frac{1}{2}\left(r_P + \frac{\Delta r}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(r_P - \frac{\Delta r}{2}\right)^2 \tag{11}$$

$$= \frac{1}{2}\left(r_P^2 + r_P\Delta r + \frac{\Delta r^2}{4}\right) - \frac{1}{2}\left(r_P^2 - r_P\Delta r + \frac{\Delta r^2}{4}\right) = r_P\Delta r \tag{12}$$

Reorganizando as equações:

$$k_n r_n \frac{T_N - T_P}{\Delta r}\Delta z - k_s r_s \frac{T_P - T_S}{\Delta r}\Delta z + r_P \Delta r k_w \frac{T_W - T_P}{\Delta z} - r_P \Delta r k_e \frac{T_P - T_E}{\Delta z} + \rho_b c_b w[T_a - T_P] r_P \Delta r \Delta z = 0 \tag{13}$$

$$k_n r_n \frac{\Delta z}{\Delta r} T_N + k_s r_s \frac{\Delta z}{\Delta r} T_S + r_P r k_w \frac{\Delta r}{\Delta z} T_W + r_P k_e \frac{\Delta r}{\Delta z} T_E \tag{14}$$

$$-\Bigg(k_n r_n \frac{\Delta z}{\Delta r} + k_s r_s \frac{\Delta z}{\Delta r} + r_P r k_w \frac{\Delta r}{\Delta z} + r_P k_e \frac{\Delta r}{\Delta z} + \rho_b c_b w r_P \Delta r \Delta z) Tp + \rho_b c_b w r_P \Delta r \Delta z T_a = 0\Bigg(\tag{15}$$

Para as condições de contorno:
Fronteira Esquerda:

$$\frac{\partial T}{\partial z}\bigg|_{z=0} = 0 \tag{16}$$

$$A_W = 0 \tag{17}$$

$$A_N T_N + A_S T_S + A_E T_E - (A_N + A_S + A_E + A_a) T_P = -A_a T_a \tag{18}$$

Fronteira Direita:

$$\frac{\partial T}{\partial z}\bigg|_{z=Lz} = 0 \tag{19}$$

$$A_E = 0 \tag{20}$$

$$A_N T_N + A_S T_S + A_W T_W - (A_N + A_S + A_W + A_a) T_P = -A_a T_a \tag{21}$$

Fronteira Sul:

$$\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{r=0} = 0 \tag{22}$$

$$A_S = 0 \tag{23}$$

$$A_N T_N + A_W T_W + A_E T_E - (A_N + A_W + A_E + A_a) T_P = -A_a T_a \tag{24}$$

Fronteira Norte:

$$-k\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{r=Lr} = h(T_\infty - T) \tag{25}$$

$$A_N = 0 \tag{26}$$

$$A_c = \frac{h}{1 + h\frac{\Delta r}{k_P}} r_n \Delta z \tag{27}$$

$$A_S T_S + A_W T_W + A_E T_E - (A_S + A_W + A_E + A_a + A_c) T_P = -A_a T_a - A_c T_\infty \tag{28}$$