Theoretische Informatik	WS 2022/23
Übungsblatt 2	21. Okt. 2022

OSTBAYERISCHE TECHNISCHE HOCHSCHULE REGENSBURG
INFORMATIK UND MATHEMATIK

Quickies

1. Es gelte $\Sigma = \{\mathrm{a}, \mathrm{b}\}$. Geben Sie die folgende Mengen oder Zahlen an: $\{\mathrm{a}x \mid x \in \Sigma^*\} \cap \{x\mathrm{b} \mid x \in \Sigma^*\}$, $\Sigma \times \Sigma$, $\Sigma^* \cap \Sigma^2$
2. Ist $\mathbb{N}$ ein gültiges Alphabet? Kurze Begründung.

Aufgabe 1

Es ist in dieser Aufgabe ausreichend, Automaten durch Graphen zu spezifizieren. Wir betrachten die aus der Vorlesung bekannten Automaten M_1 für die Sprache

$$L_1 \equiv \{w \mid w \text{ beginnt mit 1 und endet mit 0}\}$$

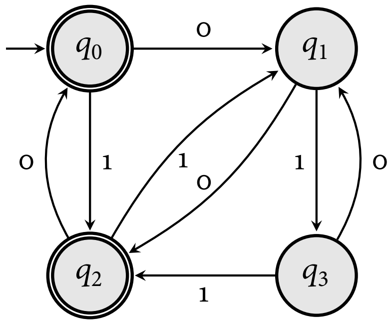
und M_2 für die Sprache

$$L_2 \equiv \{(\mathrm{ab})^n \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

1. Erweitern Sie M_1 auf das Alphabet $\{0, 1\} \cup \Sigma'$ mit $|\Sigma'| > 0$ und $\{0, 1\} \cap \Sigma' = \varnothing$, so dass die Bedingungen für Wortanfang und -ende weiterhin gelten.
2. Modifizieren Sie den Automaten M_2, so dass er für $n \in \mathbb{N}_0$ anstelle von $n \in \mathbb{N}$ arbeitet.
3. Geben Sie Automaten für die Sprachen $L_3 \equiv \{\mathrm{ab}^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ und $L_3 \equiv \{\mathrm{a}^n\mathrm{b}^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$ an.

Aufgabe 2

Betrachten Sie folgenden deterministischen endlichen Automaten:



1. Geben Sie eine *vollständige* formale Charakterisierung des Automaten M mit Hilfe des 5-Tupels $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ an.

2. Verwenden Sie die Funktion $\hat{\delta}$, um *formal sauber* zu zeigen, dass das Wort »0010« akzeptiert und das Wort »0111« abgelehnt wird.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die induktiv erweiterte Übergangsfunktion $\hat{\delta}$ für deterministische endliche Automaten.

1. Geben Sie eine alternative Definition an, die den jeweils ersten Buchstaben eines Wortes mit Hilfe der δ-Funktion bearbeitet.

2. Geben Sie eine Version an, die für Wörter gerader Länge den Zustand des Automatens nach Lesen des Wortes angibt, und die für alle Wörter ungerader Länge $\perp$ liefert.

Aufgabe 4

Betrachten Sie die in der Vorlesung besprochene Grammatik für die Sprache $\{\mathrm{a}^n\mathrm{b}^n\mathrm{c}^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

1. Geben Sie eine Ableitungssequenz an, die in eine »Sackgasse« läuft, d.h. die in einer Kette von Terminal- und Nicht-Terminal-Symbolen endet, die nicht mehr weiter durch Anwendung von Produktionsregeln verändert werden kann.

2. Erweitern Sie die Grammatik G so, dass die Sprache

$$L_1 = \{\mathrm{a}^{2n}\mathrm{b}^n\mathrm{c}^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

   generiert wird. Zeigen Sie die Ableitungssequenz für das Wort »aaaaaabbbccc«

3. Geben Sie eine nach k parametrisierte Grammatik an, die die Sprache

$$L_2(k) = \{\mathrm{a}^{kn}\mathrm{b}^n\mathrm{c}^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

   für $k \in \mathbb{N}$ generiert.