Zadanie 1

Niech:
f - tablica, gdzie f_i = maksymalna ilość paliwa jaką może dostarczyć firma j
g - tablica, gdzie g_i = wymagana ilość paliwa na lotnisku i
c - macierz, gdzie c_{ij} = koszta dostarczenia galonu paliwa na lotnisko i przez firmę j

zmienne decyzyjne

x - macierz, gdzie x_{ij} = ilość galonów paliwa, które na lotnisko i dostarczy firma j

ograniczenia

$\forall i \forall j : x_{ij} \geqslant 0$
$\forall j : \sum_i x_{ij} \leqslant f_j$
$\forall i : \sum_j x_{ij} = g_i$

funkcja celu

$\min \sum_i \sum_j x_{ij} c_{ij}$

wyniki

Dla danych:
$f = (27500, 550000, 660000)$
$g = (11000, 220000, 330000, 440000)$
$c = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 8 \\ 10 & 11 & 14 \\ 9 & 12 & 4 \\ 11 & 13 & 9 \end{pmatrix}$
mamy:
$x = \begin{pmatrix} 0 & 110000 & 0 \\ 165000 & 55000 & 0 \\ 0 & 0 & 330000 \\ 110000 & 0 & 330000 \end{pmatrix}$
cost = 8525000

Zadanie 2

Niech: G = (N,A), gdzie
N - zbiór wierzchołków (miast),
A - zbiór krawędzi (połączeń),
c - funkcja kosztu,

t - funkcja czasu,
T_{max} - górne ograniczenie czasu
i° - start
j° - cel
Graf i funkcje c oraz t modeluje za pomocą macierzy

zmienne decyzyjne

x - macierz, gdzie $x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli poszliśmy drogą od i do j} \\ 0, & \text{w p. p.} \end{cases}$

ograniczenia

$\forall i : \sum_{j \in S(i)} x_{ij} - \sum_{j \in P(i)} x_{ji} = \begin{cases} 1 : & i = i^\circ \\ -1 : & i = j^\circ \\ 0 : & \text{w. p. p.} \end{cases}$

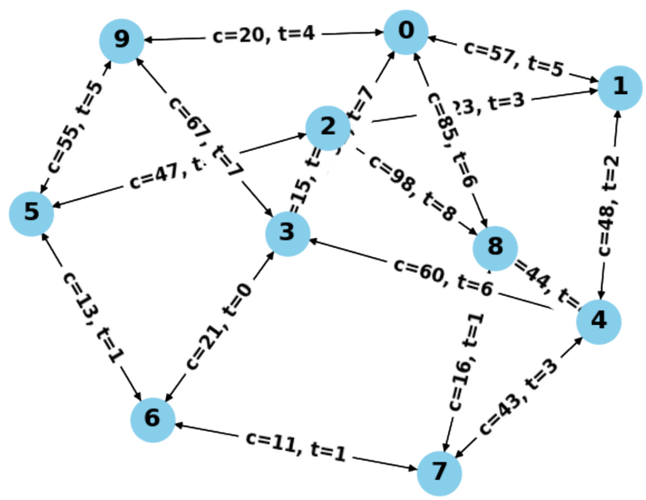
$\sum_i \sum_j x_{ij} t_{ij} \leqslant T_{max}$

funkcja celu

$\min \sum_i \sum_j x_{ij} c_{ij}$

wyniki

Dla danych:
$|N| = 10$
Graf:



$i^\circ = 1$
$j^\circ = 8$
$T_{max} = 20$
mamy:
ścieżka: $1 \rightarrow 10 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8$
czas: 16
koszt: 99
Po usunięciu ograniczeń na całkowitoliczbowość mamy:

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.363636 & 0.636364 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6363640 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6363640 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3636360 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6363640 & 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix}$$

Gdy do tego usuniemy ograniczenia na czas, nasze rozwiązanie ponownie jest akceptowalne (ponadto optymalniejsze od pierwotnego):
ścieżka: $1 \rightarrow 9 \rightarrow 8$
koszt: 71.0 czas: 27

Zadanie 3

Niech:
r_{min} - macierz, gdzie $r_{\text{min}_{ij}}$ = minimalna ilość radiowozów przydzielonych do dzielnicy i dla zmiany j
r_{max} - macierz, gdzie $r_{\text{max}_{ij}}$ = maksymalna ilość radiowozów przydzielonych do dzielnicy i dla zmiany j
z_{min} - tablica, gdzie z_{min_i} = minimalna ilość radiowozów podczas zmiany i
p_{min} - tablica, gdzie p_{min_i} = minimalna ilość radiowozów w dzielnicy i

zmienne decyzyjne

x - macierz, gdzie x_{ij} = ilość radiowozów w dzielnicy i podczas zmiany j

ograniczenia

$\forall i \forall j : r_{min_{ij}} \leqslant x_{ij} \leqslant r_{max_{ij}}$
$\forall j : \sum_i x_{ij} \geqslant z_{min_j}$
$\forall i : \sum_j x_{ij} \geqslant p_{min_i}$

funkcja celu

$\min \sum_i \sum_j x_{ij}$

wyniki

Dla danych:
$r_{\min} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 6 & 5 \\ 5 & 7 & 6 \end{pmatrix}$
$r_{\max} = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 5 \\ 5 & 7 & 10 \\ 8 & 12 & 10 \end{pmatrix}$
$z_{\min} = (10, 20, 18)$
$p_{\min} = (10, 14, 13)$
mamy:
$x = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 5 \\ 3 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 6 \end{pmatrix}$
ilość radiowozów $= 48$

Zadanie 4

Niech:
$n \times m$ - wymiary macierzy T (ilość wierszy, ilość kolumn)
T - macierz, gdzie $T_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli jest w tym polu kontener} \\ 0, & \text{w p. p.} \end{cases}$
k - odległość na jaką widzą kamery

zmienne decyzyjne

x - macierz, gdzie $x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli umieszczamy w tym polu kamerę} \\ 0, & \text{w p. p.} \end{cases}$

ograniczenia

$\forall i \forall j : (T_{ij} = 1) \implies (\sum_{l=i-k}^{i+k} x_{lj} + \sum_{l=j-k}^{j+k} x_{il}) \geqslant 1$
$\forall i \forall j : T_{ij} + x_{ij} \leqslant 1$

funkcja celu

$\min \sum_i \sum_j x_{ij}$

wyniki

Dla danych:
$n = 10$
$m = 10$
ilość kontenerów $= 21$

$$T = \begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&1&1&0&0&0\\ 1&1&0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&1&1&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1&1&1\\ 1&1&1&1&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$

k = 2:
ilość kamer $= 10$

$$x = \begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&1&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$

k = 5:
ilość kamer $= 5$

$$x = \begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$

Zadanie 5

Niech:
s - tablica, gdzie $s_i =$ cena sprzedaży wyrobu i
c_t - tablica, gdzie $c_{t_i} =$ koszt pracy maszyny i

c_m - tablica, gdzie c_{m_i} = koszt materiału wyrobu i
p - tablica, gdzie p_i = maksymalny tygodniowy popyt na wyrób i
$t_{\max}$ - ilość godzin przez które maszyny są dostępne w tygodniu
t - macierz, gdzie t_{ij} = czas potrzebny na zrobienie wyrobu i przez maszynę j

zmienne decyzyjne

x - tablica, gdzie x_i = wyprodukowana ilość wyrobu i

ograniczenia

$\forall i : 0 \leqslant x_i \leqslant p_i$
$\forall j : \sum_i x_i \frac{t_{ij}}{60} \leqslant t_{\max}$

funkcja celu

$\max \sum_i x_i(s_i - c_{m_i}) - \sum_j \frac{c_{t_j}}{60} \sum_i x_i t_{ij}$

wyniki

Dla danych:
$s = (9, 7, 6, 5)$
$c_t = [2, 2, 3]$
$c_m = [4, 1, 1, 1]$
$p = [400, 100, 150, 500]$
$t_{\max} = 60$
$t = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 6 \\ 3 & 6 & 4 \\ 4 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
mamy:
zarobek = 3632.5
$x = (125, 100, 150, 500)$