

## Grupo de Pesquisa em Macroeconomia Aplicada

João Ricardo Costa Filho  
Ibmec - São Paulo

*Good ideas shine far more brightly when supported by good models*  
Avinash Dixit ("The making of Economic Policy", 1996, p. 17)

*Models are to be used, not believed.*  
Henri Theil ("Principles of Econometrics", 1971, p. vi)

# Overview

- 1 Introdução e premissas
- 2 Famílias
- 3 Empresas
- 4 Equilíbrio Estacionário
- 5 Simulação

# Agentes

Seguindo [Costa, 2015], trabalharemos com dois tipos de agentes representativos:

- Famílias
  - Oferecem trabalho.
  - Detêm o capital.
- Empresas
  - Recrutam trabalhadores.
  - Utilizam o estoque de capital.

## Problema de maximização

Um conjunto de  $j \in [0, 1]$  de agentes compõe as famílias que possuem preferências acerca do consumo  $C$  e do  $L$  trabalho de tal forma que maximizam a seguinte utilidade intertemporal:

$$\max_{C_{j,t}, L_{j,t}, K_{j,t}} E_t \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left( \frac{C_{j,t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{L_{j,t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right) \right] \quad (1)$$

s.a.

$$P_t(C_{j,t} + I_{j,t}) = W_t L_{j,t} + R_t K_{j,t} + \Pi_{j,t} \quad (2)$$

onde  $P$  é o nível de preços,  $I$  os gastos com investimentos,  $W$  representa o salário nominal,  $R$  o retorno nominal do capital ( $K$ ) e  $\Pi$  o lucro das empresas.

## Problema de maximização

Temos que

$$K_{j,t+1} = (1 - \delta)K_{j,t} + I_{j,t} \quad (3)$$

Utilizando as equações (1), (2) e (3), temos:

$$\mathcal{L} = E_t \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left( \frac{C_{j,t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{L_{j,t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right) + \right. \\ \left. \beta^t \lambda_t (W_t L_{j,t} + R_t K_{j,t} + \Pi_{j,t} - P_t C_{j,t} - P_t K_{j,t+1} + P_t (1 - \delta) K_{j,t}) \right]$$

## Problema de maximização

C.P.O.:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{j,t}} = 0 \iff C_{j,t}^{-\sigma} - \lambda_t P_t = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_{j,t}} = 0 \iff -L_{j,t}^{\varphi} + \lambda_t W_t = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_{j,t+1}} = 0 \iff -\lambda_t P_t \beta E_t[\lambda_{t+1}(1 - \delta)P_{t+1} + R_{t+1}] \quad (6)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_t} = 0 \iff P_t(C_{j,t} + I_{j,t}) = W_t L_{j,t} + R_t K_{j,t} + \Pi_{j,t} \quad (7)$$

## Problema de maximização

Em um ambiente de concorrência perfeita, as empresas possuem a seguinte tecnologia de produção:

$$Y_{j,t} = A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha} \quad (8)$$

As empresas maximizam os seus lucros escolhendo a quantidade de insumos:

$$\max_{K_{j,t}, L_{j,t}} \Pi_t = P_{j,t} A_t K_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha} - W_t L_{j,t} - R_t K_{j,t} \quad (9)$$



## Problema de maximização

C.P.O.:

$$\frac{\partial \Pi_{j,t}}{\partial L_{j,t}} = 0 \iff \frac{W_t}{P_t} = (1 - \alpha) \frac{Y_{j,t}}{L_{j,t}} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \Pi_{j,t}}{\partial K_{j,t}} = 0 \iff \frac{R_t}{P_t} = \alpha \frac{Y_{j,t}}{K_{j,t}} \quad (11)$$

Combinando as equações (10) e (11), temos que a taxa econômica de substituição (TES) é igual à taxa marginal de substituição (TMST):

$$\frac{-W_t}{R_t} = -\frac{(1 - \alpha)K_{j,t}}{\alpha L_{j,t}} \quad (12)$$

## Problema de maximização

Na concorrência perfeita, temos que  $P_t = CM_{g_t}$ .

$$CT_{j,t} = W_{tj,t} + R_t K_{j,t}$$

$$\vdots$$

$$CM_{j,t} \frac{1}{A_t} \left( \frac{W_t}{1 - \alpha} \right)^{(1 - \alpha)} \left( \frac{R_t}{\alpha} \right)^\alpha \quad (13)$$

$$\therefore$$

$$P_t = \frac{1}{A_t} \left( \frac{W_t}{1 - \alpha} \right)^{(1 - \alpha)} \left( \frac{R_t}{\alpha} \right)^\alpha$$

## Dinâmica da Produtividade

$$\ln A_t = (1 - \rho_A) \ln A_{ss} + \rho_A \ln A_{t-1} - \varepsilon_t \quad (14)$$

onde o subscrito  $ss$  representa o valor da variável no equilíbrio estacionário e  $\varepsilon$  é um choque exógeno.

## Quatro grandes decisões macroeconômicas

- Quanto produzir

$$Y_{j,t} = A_t K_{j,t}^{\alpha} L_{j,t}^{1-\alpha} \quad (15)$$

- Quanto trabalhar

$$C_{j,t}^{-\sigma} L_{j,t}^{\varphi} = \frac{W_t}{P_t} \quad (16)$$

- Quanto poupar

$$E_t\left[\frac{C_{j,t+1}}{C_{j,t}}\right] = \beta((1 - \delta) + E_t\left(\frac{R_{t+1}}{P_{t+1}}\right)) \quad (17)$$

- Como dividir os recursos

$$Y_t = C_t + I_t \quad (18)$$

## O que caracteriza um equilíbrio?

Seguindo [Costa, 2015], um equilíbrio competitivo é uma sequência de variáveis endógenas tal que:

- 1 Deve conter um sistema de preços  $W_t, R_t$  e  $P_t$ .
- 2 Tem que determinar os valores para  $K_t, L_t, I_t, C_t$  e  $Y_t$ .
- 3 Deve satisfazer a restrição de possibilidades de produção:  
$$Y_t = C_t + I_t.$$

Utilizaremos, a partir de agora, o agente representativo.

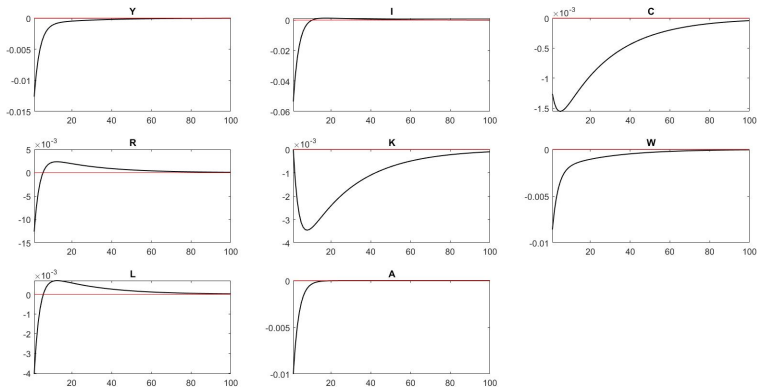
## Sistema de Equações – 9 variáveis endógenas (C, L, K, W, R, Y, I, P, A)

- $C_t^{-\sigma} L_t^\varphi = \frac{W_t}{P_t}$
- $E_t\left[\frac{C_{t+1}}{C_t}\right] = \beta((1 - \delta) + E_t(\frac{R_{t+1}}{P_{t+1}}))$
- $K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$
- $Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$
- $\frac{R_t}{P_t} = \alpha \frac{Y_t}{K_t}$
- $\frac{W_t}{P_t} = (1 - \alpha) \frac{Y_t}{L_t}$
- $P_t = \frac{1}{A_t} \left(\frac{W_t}{1-\alpha}\right) (1 - \alpha) \left(\frac{R_t}{\alpha}\right)^\alpha$
- $Y_t = C_t + I_t$
- $\ln A_t = (1 - \rho_A) \ln A_{ss} + \rho_A \ln A_{t-1} - \varepsilon_t$

## Sistema de Equações – 9 variáveis endógenas (C, L, K, W, R, Y, I, P, A)

- Cálculo do equilíbrio.
- Log-linearização
- Simulação (IRFs): Dynare

## Dinâmica – Choque negativo de produtividade





## Referências I



Costa, C. (2015).

*Entendendo os modelos de equilíbrio geral dinâmico estocástico (DSGE).*