CAsimulations: Modelación de dinámicas topológicas en la propagación de una enfermedad usando autómatas celulares

Jorge Andres Ibañez Huertas, Carlos Isaac Zainea Maya

Universidad Central, Bogotá

Introducción

Aunque es imposible determinar dónde y en qué momento aparecerá un nuevo brote de una enfermedad, es posible analizar su comportamiento con el objetivo de establecer medidas de control que frenen su propagación y a su vez se eviten problemas de salud relevantes.

Introducción

Aunque es imposible determinar dónde y en qué momento aparecerá un nuevo brote de una enfermedad, es posible analizar su comportamiento con el objetivo de establecer medidas de control que frenen su propagación y a su vez se eviten problemas de salud relevantes.

Nos enfocaremos únicamente en los modelos compartimentales, y más específicamente, en los modelos basados en autómatas celulares, debido a su capacidad de simular comportamientos globales a partir de dinámicas individuales.

¿Cuál es el nivel de incidencia de las interacciones sociales individuales en la propagación de una enfermedad?

Objetivos

1. Proporcionar una metodología para formular modelos epidemiológicos basados en autómatas celulares, a partir de patrones y reglas lógicas.

Objetivos

1. Proporcionar una metodología para formular modelos epidemiológicos basados en autómatas celulares, a partir de patrones y reglas lógicas.
2. Crear una librería en Python que permita analizar la propagación de una enfermedad, en función de las interacciones sociales individuales.

Objetivos

1. Proporcionar una metodología para formular modelos epidemiológicos basados en autómatas celulares, a partir de patrones y reglas lógicas.
2. Crear una librería en Python que permita analizar la propagación de una enfermedad, en función de las interacciones sociales individuales.
3. Determinar el impacto de las interacciones sociales en la propagación de una enfermedad.

Modelos compartimentales

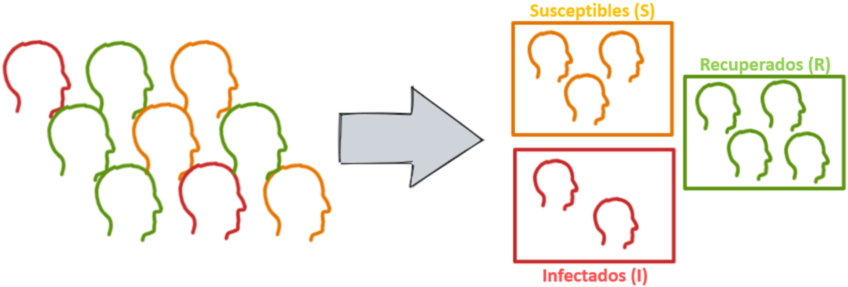


Figura: Clasificación de individuos por estado de salud.

Modelos compartimentales

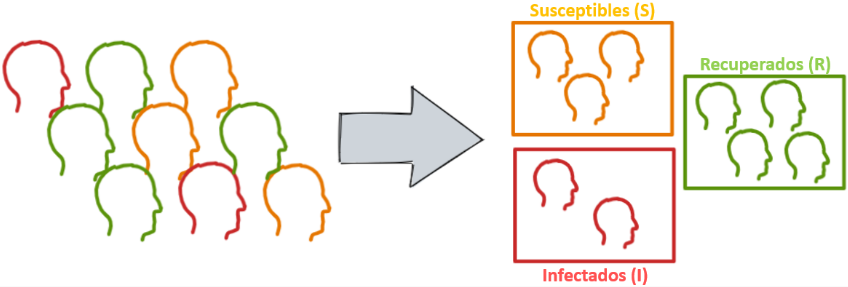
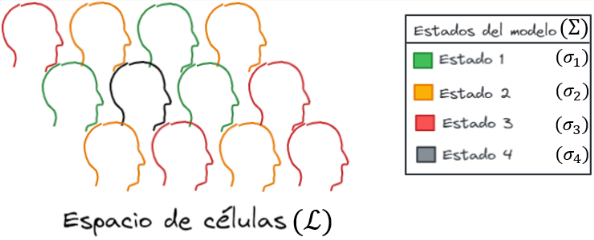


Figura: Clasificación de individuos por estado de salud.

Nota: Usaremos las versiones con tamaño de población constante de los modelos SIS y SIR. Se espera que en futuras investigaciones se profundice en poblaciones de tamaño variable.

Podemos pensar en un **autómata celular** como un conjunto de células que tienen diferentes comportamientos en el tiempo y que interactúan entre sí, de la misma manera que en un sistema biológico.

Podemos pensar en un **autómata celular** como un conjunto de células que tienen diferentes comportamientos en el tiempo y que interactúan entre sí, de la misma manera que en un sistema biológico.

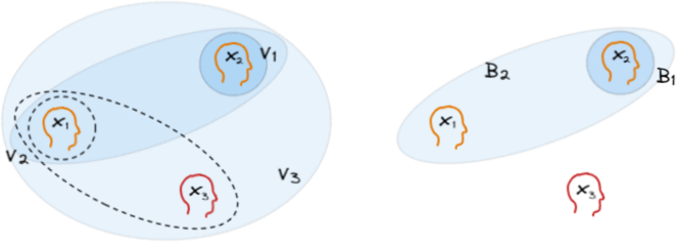



Von Neumann
Moore

UNIVERSIDAD CENTRAL

Recordemos

Para un punto x en un espacio topológico X, un subconjunto $\mathcal{B}(x)$ de $\mathcal{V}(x)$ es un **sistema fundamental de vecindades de** x sí para cada $V \in \mathcal{V}(x)$, existe $B \in \mathcal{B}(x)$ tal que $B \subseteq V$.



Familia de vecindades $\mathcal{V}(x_2)$

Sistema fundamental de vecindades $\mathcal{B}(x_2) \subseteq \mathcal{V}(x_2)$

Interacción entre células

Diremos que dos células x e y en un espacio de células $\mathcal{L}$ interactúan (o en símbolos $x \sim y$), si existe un conjunto A en la topología de $\mathcal{L}$ tal que $x, y \in A$.

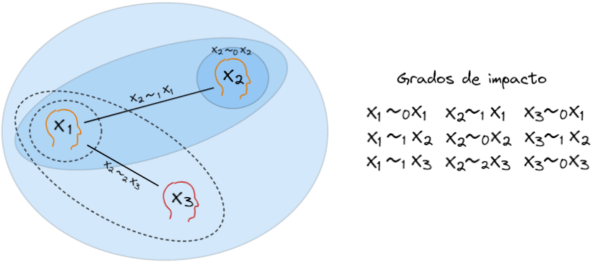
UNIVERSIDAD CENTRAL

Interacción entre células

Diremos que dos células x e y en un espacio de células $\mathcal{L}$ interactúan (o en símbolos $x \sim y$), si existe un conjunto A en la topología de $\mathcal{L}$ tal que $x, y \in A$.

Grado de impacto

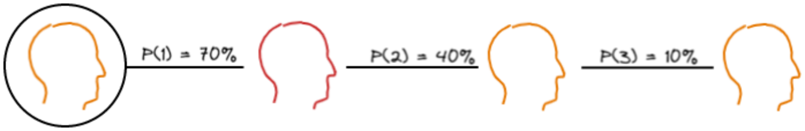
Definimos el *grado de impacto* entre dos puntos a y b como la menor cantidad de interacciones necesaria para llegar de a a b.



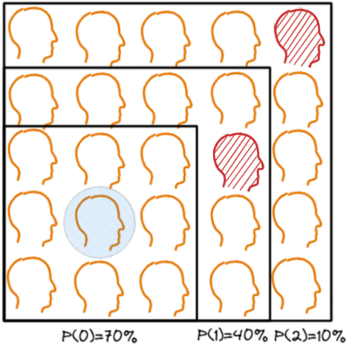
Relaciones entre células: Tasas de impacto

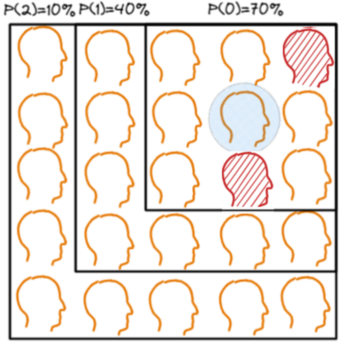
Tasas de impacto $P(g)$

Se entenderán como la probabilidad de que un cambio de estado afecte a la célula con la que estamos realizando la comparación.



Reglas de evolución: Niveles de incidencia





$$\mathrm{NI}(S) = 8 \cdot 70\% + 6 \cdot 40\% + 8 \cdot 10\% = 8.8$$
$$\mathrm{NI}(I) = 0 \cdot 70\% + 1 \cdot 40\% + 1 \cdot 10\% = 0.5$$
$$\mathrm{TCE}(x_{4,2}) = \frac{0 \cdot 70\%}{8} + \frac{1 \cdot 40\%}{7} + \frac{1 \cdot 10\%}{9} \approx 6.8\%$$

$$\mathrm{NI}(S) = 6 \cdot 70\% + 7 \cdot 40\% + 9 \cdot 10\% = 7.9$$
$$\mathrm{NI}(I) = 2 \cdot 70\% + 0 \cdot 40\% + 0 \cdot 10\% = 1.4$$
$$\mathrm{TCE}(x_{2,4}) = \frac{2 \cdot 70\%}{8} + \frac{0 \cdot 40\%}{7} + \frac{0 \cdot 10\%}{9} \approx 17.5\%$$

Para cada célula en el espacio $\mathcal{L}$ se debe cumplir que:

- Si la célula es susceptible a contraer la enfermedad, se infectará si el nivel de incidencia de la población infectada es mayor al de la población susceptible, o si para $\rho \in \mathcal{D}$ se cumple $\rho \leq TCE(x) \cdot \frac{\beta}{\alpha}$.
- Si la célula es susceptible y no se cumplen las condiciones anteriores, se mantendrá susceptible.
- En los demás casos conservará su estado.

Reglas de evolución: Las reglas SIS y SIR

Para cada célula en el espacio $\mathcal{L}$ se debe cumplir que:

- Si es susceptible a contraer la enfermedad, aplique la regla SI.
- Si está infectada, se recuperará con una probabilidad α y se mantendrá enferma con una probabilidad $1 - \alpha$.
- Si es inmune a la enfermedad, se mantiene en ese estado (modelo SIR).

La regla SIS

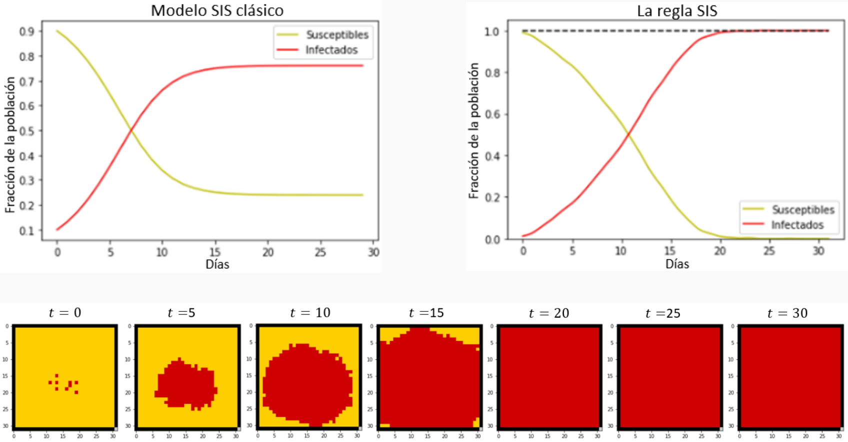


Figura: Evolución de la enfermedad - modelo SIS.($\alpha = 0{,}2$, $\beta = 0{,}5$)

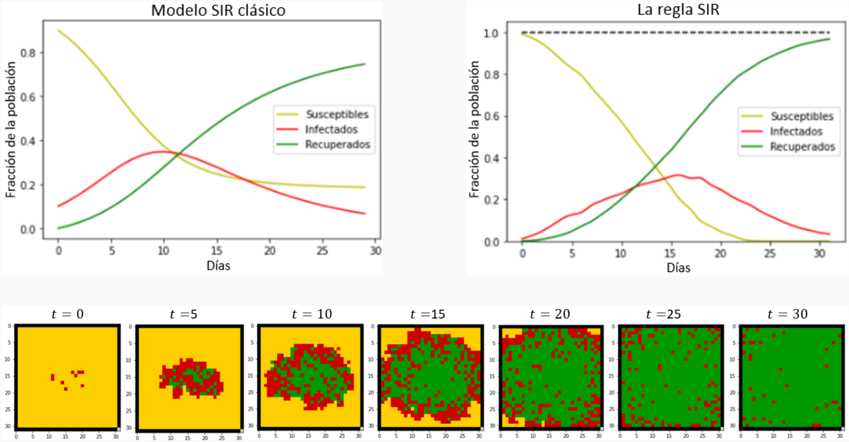


Figura: Evolución de la enfermedad - modelo SIR.($\alpha = 0{,}2$, $\beta = 0{,}5$)

Ejemplo

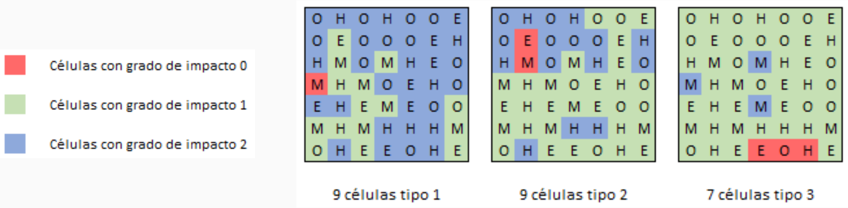
- **Escuela (E):** Se sabe que en el pueblo hay 9 niños y 2 profesores.
- **Oficinas (O):** Cuenta con un personal de 16 individuos.
- **Mercado (M):** Se identificaron 8 trabajadores.
- **Hospital (H):** Entre doctores, enfermeros y pacientes se identifica una cantidad de 14 individuos. Para un total de 49 personas en el pueblo.

28	90	40	38	48	50	30
31	7	26	36	41	12	35
75	41	35	29	37	38	29
61	80	32	39	4	39	41
2	36	9	33	2	32	37
60	48	53	51	56	35	40
55	59	11	8	50	47	7

O	H	O	H	O	O	E
O	E	O	O	O	E	H
H	M	O	M	H	E	O
M	H	M	O	E	H	O
E	H	E	M	E	O	O
M	H	M	H	H	H	M
O	H	E	E	O	H	E

Figura: Edades y ocupaciones en el pueblo.

Ejemplo: S.F.V por tipo de vivienda



Ejemplo

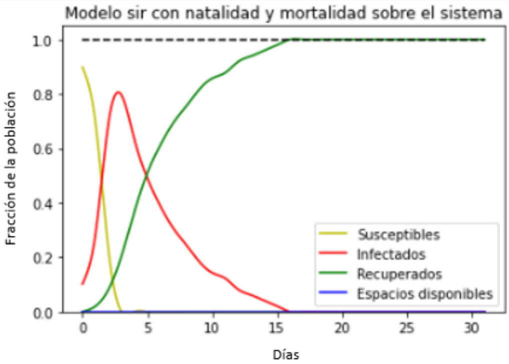


Figura: Evolución de la enfermedad en 30 días con tasas de impacto $P(0) = 100\,\%$, $P(1) = 50\,\%$ y $P(2) = 25\,\%$.

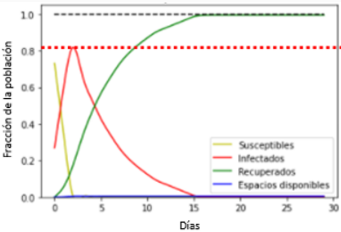
Parámetros

En el caso de la enfermedad:

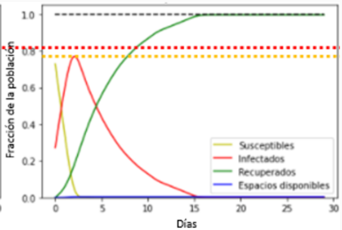
- Tasa de recuperación $\alpha = 20\,\%$.
- Tasa de infección $\beta = 30\,\%$.
- Tasa de natalidad $b = 2\,\%$.
- Tasa de mortalidad $\mu = 0{,}5\,\%$.

A nivel espacial:

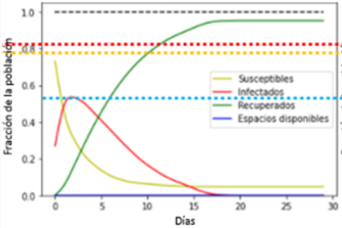
- Supondremos inicialmente que la enfermedad parte del hospital.



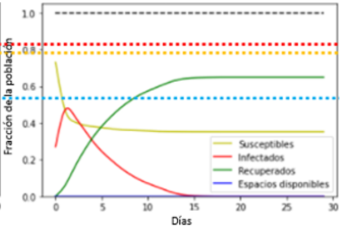
$$P(0) = 100\%; P(1) = 50\%$$
$$P(2) = 25\%$$



$$P(0) = 100\%; P(1) = 5\%$$
$$P(2) = 2{,}5\%$$



$$P(0) = 100\%; P(1) = 0{,}5\%$$
$$P(2) = 0{,}25\%$$



$$P(0) = 100\%; P(1) = 0{,}05\%$$
$$P(2) = 0{,}025\%$$

Ejemplo

Teniendo en cuenta que el ejemplo anterior muestra que diferentes tasas de impacto afectan a las curvas de evolución del modelo, podemos preguntarnos si ocurre algo similar con diferentes condiciones iniciales.

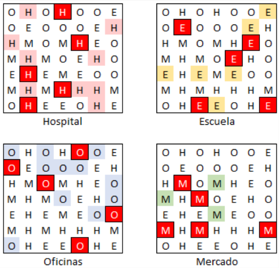


Figura: Población infectada por condición inicial.

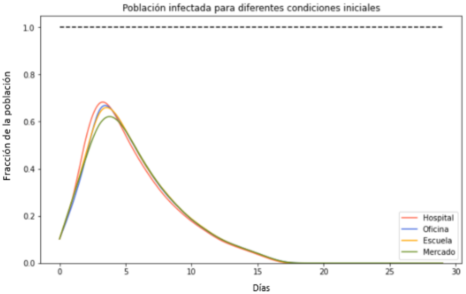


Figura: Población infectada por condición inicial.

Ejemplo

Por otro lado, podemos también preguntarnos si el sistema de vecindades con el que se describen las interacciones, tiene algún tipo de incidencia en el comportamiento de la enfermedad.

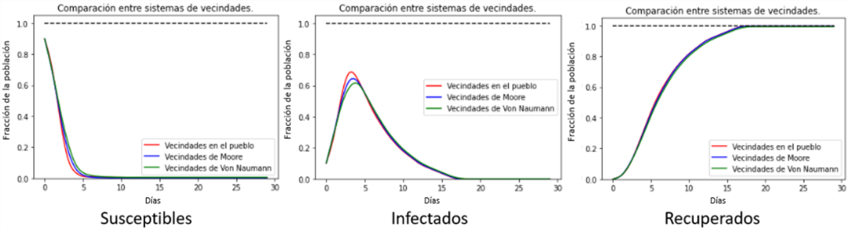


Figura: Evolución promedio de la enfermedad tomando tres sistemas de vecindades.

Conclusiones

- Las reglas y algoritmos propuestos mantenían un comportamiento que puede ser descrito en cierta medida por los modelos compartimentales clásicos.

Conclusiones

- Las reglas y algoritmos propuestos mantenían un comportamiento que puede ser descrito en cierta medida por los modelos compartimentales clásicos.
- A diferencia de los modelos clásicos, las reglas propuestas permiten analizar características globales a partir de comportamientos individuales.

Conclusiones

- Las reglas y algoritmos propuestos mantenían un comportamiento que puede ser descrito en cierta medida por los modelos compartimentales clásicos.
- A diferencia de los modelos clásicos, las reglas propuestas permiten analizar características globales a partir de comportamientos individuales.
- Se evidencia que cambios en las condiciones iniciales sobre cómo interactúan las células, **no afectan a los puntos de equilibrio** de las curvas que describen el comportamiento de la enfermedad.

Conclusiones

- Las reglas y algoritmos propuestos mantenían un comportamiento que puede ser descrito en cierta medida por los modelos compartimentales clásicos.
- A diferencia de los modelos clásicos, las reglas propuestas permiten analizar características globales a partir de comportamientos individuales.
- Se evidencia que cambios en las condiciones iniciales sobre cómo interactúan las células, **no afectan a los puntos de equilibrio** de las curvas que describen el comportamiento de la enfermedad.
- Los cambios en la condición inicial pueden afectar a la **velocidad de propagación** de la misma enfermedad.

Conclusiones

- Limitar la intensidad de las interacciones sociales **es una medida efectiva para disminuir los casos de individuos infectados**.

Conclusiones

- Limitar la intensidad de las interacciones sociales **es una medida efectiva para disminuir los casos de individuos infectados**.
- Se evidencia una **limitación** en cuanto a que se asume una **capacidad máxima de individuos en el sistema.**

Conclusiones

- Limitar la intensidad de las interacciones sociales **es una medida efectiva para disminuir los casos de individuos infectados**.
- Se evidencia una **limitación** en cuanto a que se asume una **capacidad máxima de individuos en el sistema.**
- La **metodología** empleada brinda un camino claro para la definición de reglas que modelen el comportamiento de modelos epidemiológicos más generales.

Muchas Gracias.