

GC²RE/SciLab

Código geral para solução da equação de Richards Unidimensional com a plataforma SciLab e o Método de Volumes Finitos

Manual do Usuário

Elaborado por:

Fábio Freitas Ferreira – UFF

Wagner Rambaldi Telles – UFF

Antônio José da Silva Neto – UERJ

Gustavo Bastos Lyra – UFF

Marcelo de Oliveira Temperini – Secretaria de Educação/RJ

Jader Lugon Jr. – IFF

Data de criação: 25 de março de 2018

SUMÁRIO:

1	INTRODUÇÃO	01
2	DESCRIÇÃO DO CÓDIGO	01
3	EXEMPLO DE APLICAÇÃO.....	06
4	REFERÊNCIAS <u>BIBLIOGRÁFICAS</u>	09

GC²RE/SciLab

Código geral para solução da equação de Richards Unidimensional com a plataforma SciLab e o método de Volumes Finitos

1. Introdução

O código computacional desenvolvido tem como objetivo obter a solução aproximada da equação de Richards, para simulação da infiltração da água no solo por meio do método de Volumes Finitos.

Este código permite ao usuário escolher qual curva de retenção utilizar no processo, i.e., van Genuchten ou Haverkamp, assim como a discretização do domínio unidimensional e os dados de tempo de simulação.

2. Descrição do Simulador

O GC²RE/SciLab é um código computacional, desenvolvido em SciLab, para obtenção da solução aproximada da equação de Richards (Richards, 1931), dada por

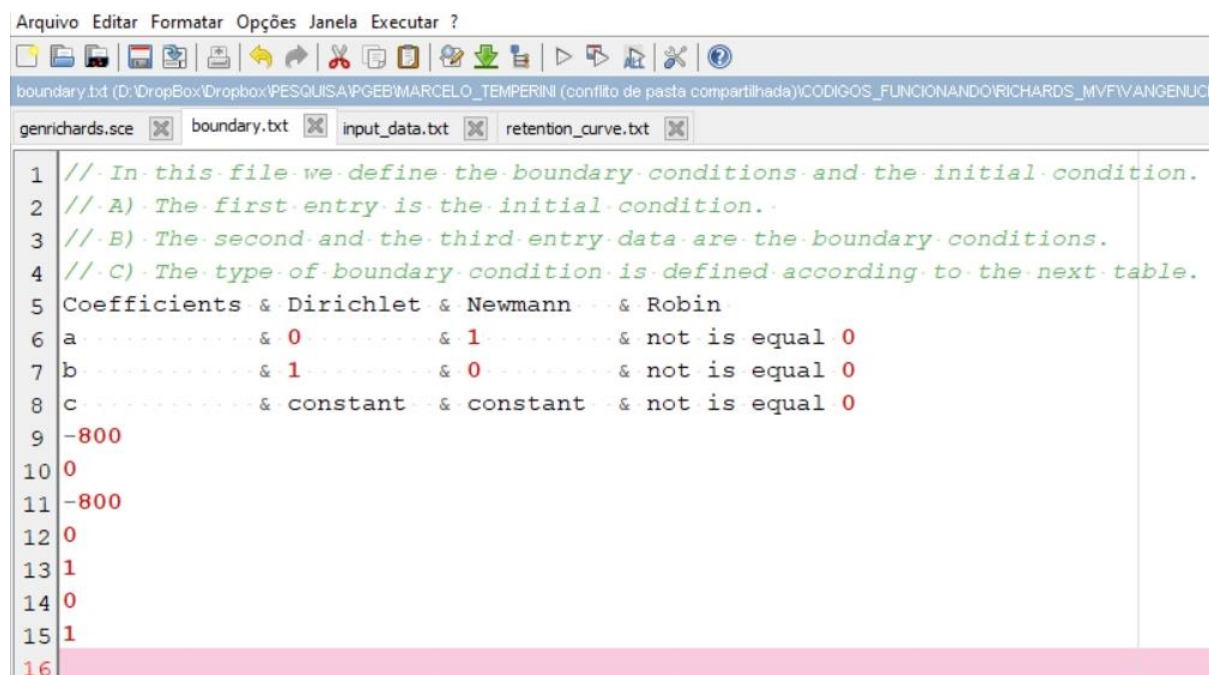
$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\psi) \frac{\partial (\psi - z)}{\partial z} \right]$$

onde ψ é a carga de pressão (cm), $C(\psi)$ é a capacidade hídrica específica do solo (cm⁻¹), t é o tempo (s), $K(\psi)$ é a condutividade hidráulica (cm s⁻¹) e z é a coordenada vertical (cm), no sentido da origem ao eixo negativo, $-z$, (GUTERRES, 2013).

O código permite ao usuário final escolher qual tipo de condição de contorno usar para resolver a equação de Richards, Dirichlet (primeiro tipo), Neumann (segundo tipo) ou Robin (terceiro tipo), conforme Tabela 1. Para fazer a escolha basta informar no arquivo de entrada **boundary.txt**, a , b e c , conforme representado na Figura 1.

Tabela 1: Opções de condições de contorno.

Coeficientes	Dirichlet	Neumann	Robin ³
a	0	1	$\neq 0$
b	1	0	$\neq 0$
c	constante	constante	$\neq 0$



```

1 // In this file we define the boundary conditions and the initial condition.
2 // A) The first entry is the initial condition.
3 // B) The second and the third entry data are the boundary conditions.
4 // C) The type of boundary condition is defined according to the next table.
5 Coefficients & Dirichlet & Neumann & Robin
6 a ..... & 0 ..... & 1 ..... & not is equal 0
7 b ..... & 1 ..... & 0 ..... & not is equal 0
8 c ..... & constant & constant & not is equal 0
9 -800
10 0
11 -800
12 0
13 1
14 0
15 1
16

```

Figura 1: Arquivo de entrada das condições de contorno e condição inicial boundary.txt.

A discretização do domínio unidimensional, representado na Figura 2, é definida no arquivo **input_data.txt**. Neste arquivo também são definidas as informações relativas ao tempo, como tempo total simulado e quantidade de pontos na malha temporal, permitindo assim definir o passo de tempo, Δt , vide Figura 3.

Para a obtenção da solução da equação de Richards são necessárias três funções: curva de retenção de água no solo; condutividade hidráulica; e capacidade hídrica. Estas funções são apresentadas a seguir. Neste código é possível escolher entre a função de van Genuchten e a de Haverkamp. As curvas de retenção de água no solo de van Genuchten e Haverkamp (KROES et al., 2017; TEMPERINI, 2018; VAN GENUCHTEN, 1980; HAVERKAMP et al., 1977), são dadas, respectivamente, por

$$\theta(\psi) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r)(1 + |\alpha \psi|^n)^{-m} \quad 4$$

$$\theta(\psi) = \theta_r + B(\theta_s - \theta_r)(B + |\psi|^\lambda)^{-1}$$

onde θ_s é umidade volumétrica do solo saturado ($cm^3 \text{ } cm^{-3}$), θ_r é a umidade volumétrica residual do solo ($cm^3 \text{ } cm^{-3}$), e α (cm^{-1}), n , m , λ e B (adimensionais) são fatores empíricos.

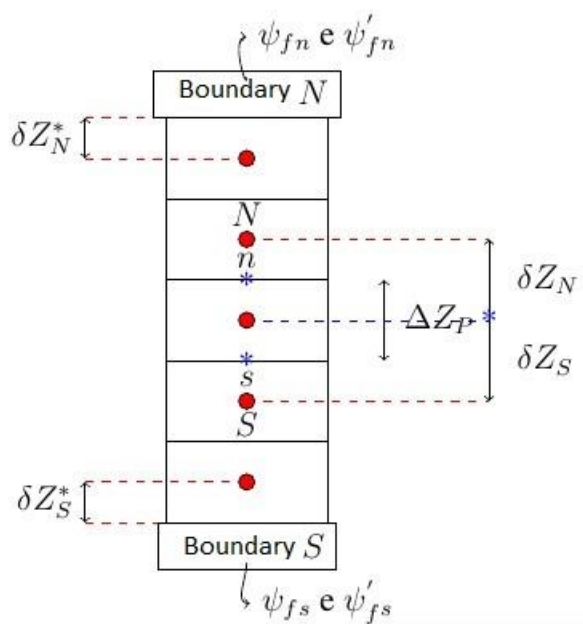


Figura 2: Representação da discretização do domínio unidimensional do problema.

```
Arquivo Editar Formatar Opções Janela Executar ?
input_data.txt (D:\DropBox\Dropbox\PESQUISA\PGEB\MARCELO_TEMPERINI (conflito de pasta compartilhada)\CODIGOS_FUNCIONAN
genrichards.sce [X] boundary.txt [X] input_data.txt [X] retention_curve.txt [X]
1 // The data should be inserted in the following order:
2 // A) total time of simulation in seconds
3 // B) Quantity of time steps in the temporal grid
4 // C) depth of soil
5 // D) quantity of nodes in the spatial computational grid
6 46800
7 468
8 100
9 100
10
```

Figura 3: Arquivo de entrada para as informações do tempo de simulação e da discretização do domínio unidimensional, input_data.txt. 5

A condutividade hidráulica é dada por

$$K(\psi) = K_s (1 - (\alpha |\psi|)^{n-1} [1 + (\alpha |\psi|)^n]^{-m})^2 [1 + (\alpha |\psi|)^n]^{-m/2}$$

$$K(\psi) = K_s A (A + |\psi|^\phi)^{-1}$$

onde K_s é a condutividade saturada, ($cm\ s^{-1}$) e, ϕ e A são parâmetros adimensionais.

A capacidade hídrica específica do solo (cm^{-1}) é dada por

$$c(\psi) = (-mn\alpha^n)(\theta_s - \theta_r)(1 + \alpha^n |\psi|^n)^{-(m+1)} |\psi|^n \psi^{-1}$$

$$c(\psi) = -B(\theta_s - \theta_r) \lambda |\psi|^\lambda \psi^{-1} (B + |\psi|^\lambda)^{-2}$$

Para escolher qual conjunto de curvas utilizar no código, a de van Genuchten ou Haverkamp, basta alterar o arquivo **retention_curve.txt**, conforme representado na Figura 4, de acordo com a escolha feita. Na primeira linha do arquivo é definida qual curva será adotada: 1 – van Genuchten; 2 – Haverkamp.

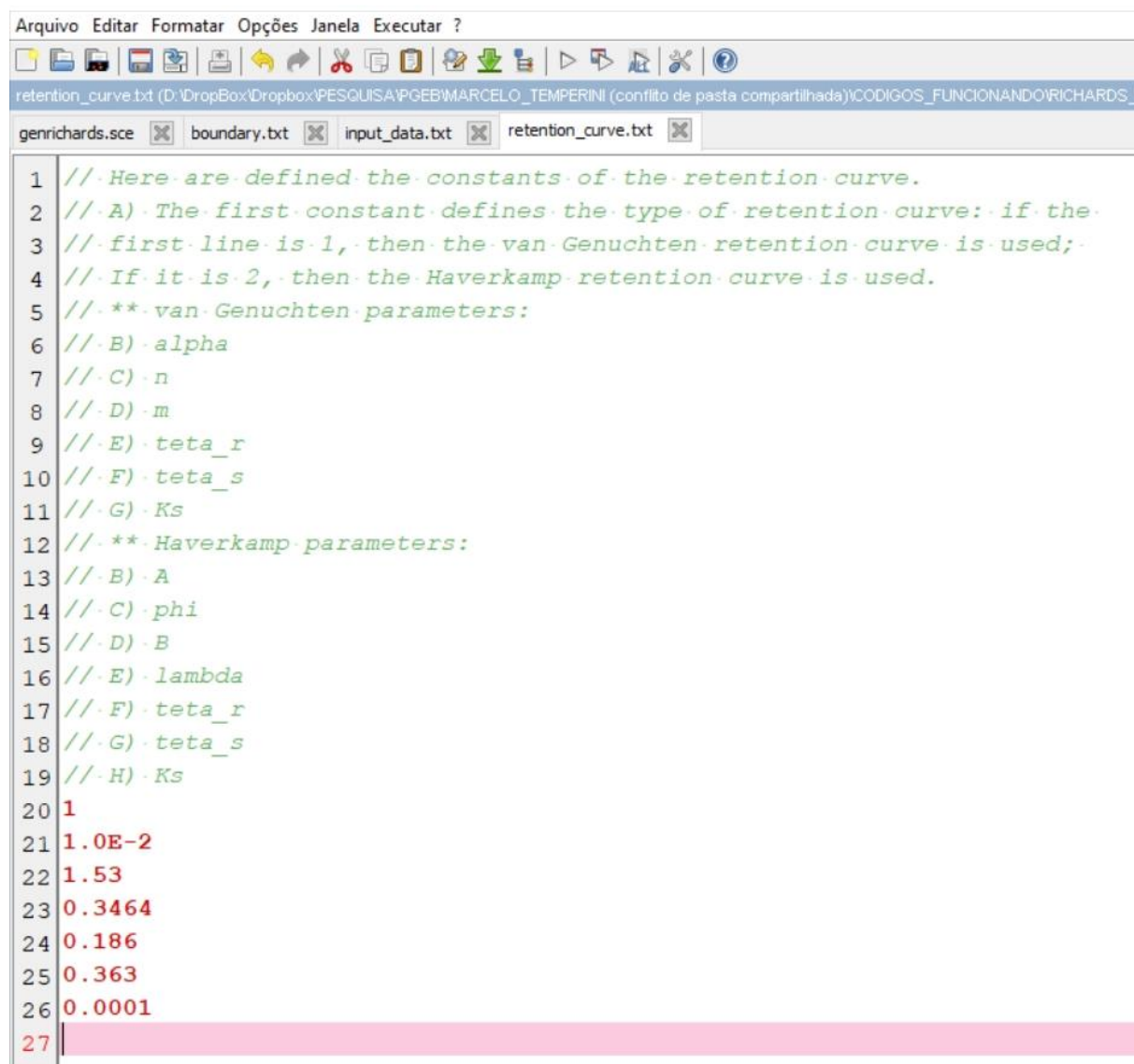
3. Exemplo de Aplicação

Para utilizar o código é necessário abrir a plataforma SciLab. Copiar a pasta de trabalho que contém o código **genrichards.sce** e as subpastas **FUNCTION**, que contém as funções do código **genrichards.sce**, **VANGENUCHTEN** e **HAVERKAMP**. Dentro das pastas **VANGENUCHTEN** e **HAVERKAMP** estão as pastas **CASO** a serem utilizadas. Cada pasta **CASO** contém duas pastas, **INPUT_DATA** e **OUTPUT_DATA**. A pasta **INPUT_DATA** contém os arquivos de entrada do problema: **input_data.txt**, **boundary.txt** e **retention_curve.txt**, conforme apresentado no Apêndice A.

No código principal **genrichards.sce** é necessário alterar o nome da pasta **CASO** e o nome da pasta da curva de retenção, **VANGENUCHTEN** ou **HAVERKAMP**, conforme apresentado em destaque na Figura 5.

O caso teste considerado no exemplo aqui apresentado é relativo à infiltração em um solo de profundidade de 100 *cm*, com um tempo total de 13 *h* de simulação, condição inicial $\psi(z, 0) = -800\ cm$, $0 < z < 100\ cm$, condições de contorno $\psi(0, t) = 0\ cm$ e $\psi(100, t) = -800\ cm$, $t > 0$.

Os parâmetros da curva de retenção de van Genuchten são $K_s = 10^{-4} \text{ cm s}^{-1}$, $\alpha = 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$, $n = 1,53$, $m = 0,3464$, $\theta_r = 0,186 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$ e $\theta_s = 0,363 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$ (TEMPERINI, 2018).

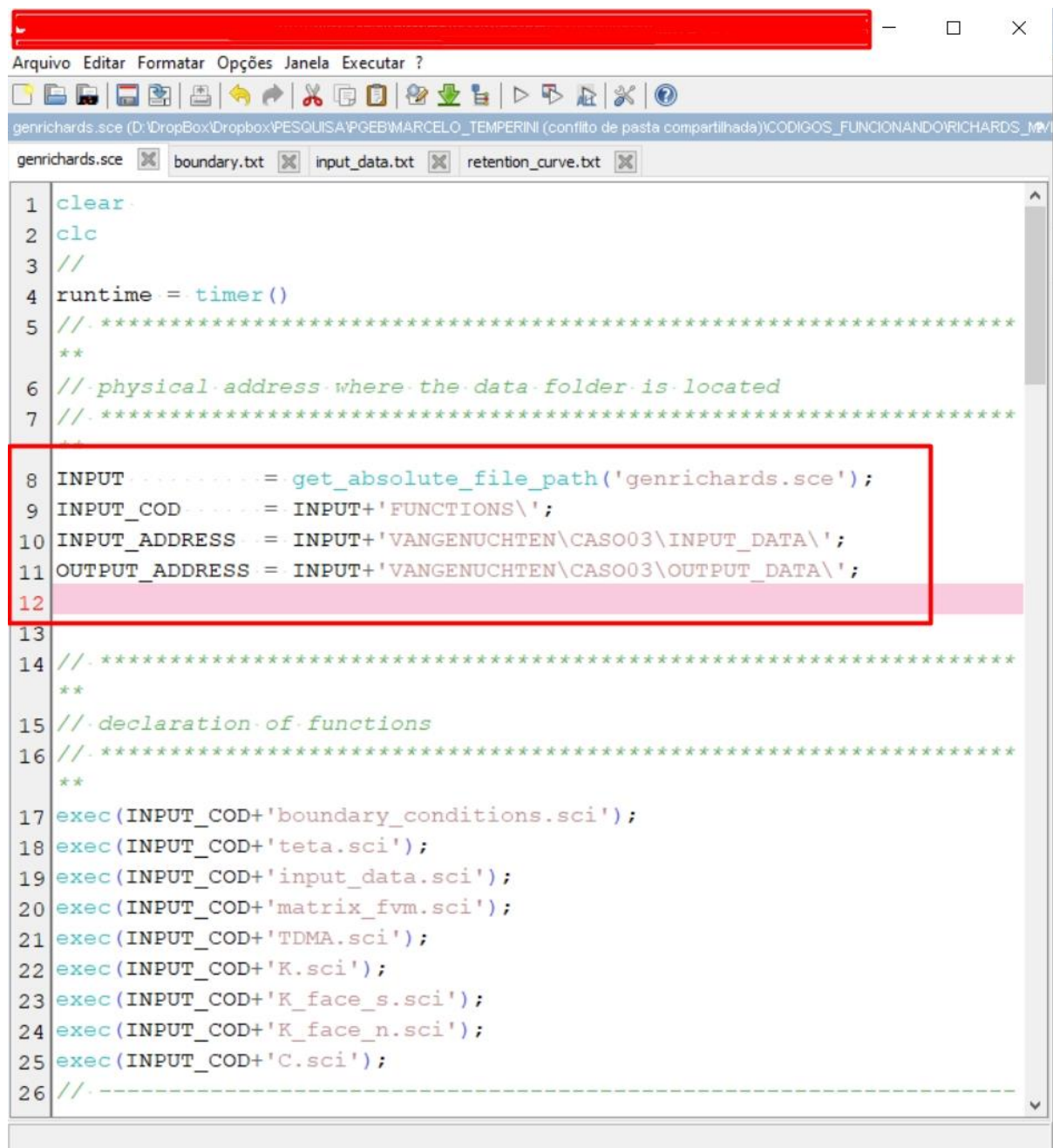


```

1 // Here are defined the constants of the retention curve.
2 // A) The first constant defines the type of retention curve: if the
3 // first line is 1, then the van Genuchten retention curve is used;
4 // If it is 2, then the Haverkamp retention curve is used.
5 // ** van Genuchten parameters:
6 // B) alpha
7 // C) n
8 // D) m
9 // E) teta_r
10 // F) teta_s
11 // G) Ks
12 // ** Haverkamp parameters:
13 // B) A
14 // C) phi
15 // D) B
16 // E) lambda
17 // F) teta_r
18 // G) teta_s
19 // H) Ks
20 1
21 1.0E-2
22 1.53
23 0.3464
24 0.186
25 0.363
26 0.0001
27

```

Figura 4: Arquivo que contém os parâmetros da curva de retenção de água no solo retention_curve.txt.



```

1 clear
2 clc
3 //
4 runtime = timer()
5 // *****
6 // physical address where the data folder is located
7 // *****
8 INPUT = get_absolute_file_path('genrichards.sce');
9 INPUT_COD = INPUT + 'FUNCTIONS\';
10 INPUT_ADDRESS = INPUT + 'VANGENUCHTEN\CASO03\INPUT_DATA\';
11 OUTPUT_ADDRESS = INPUT + 'VANGENUCHTEN\CASO03\OUTPUT_DATA\';
12
13
14 // *****
15 // declaration of functions
16 // *****
17 exec(INPUT_COD + 'boundary_conditions.sci');
18 exec(INPUT_COD + 'teta.sci');
19 exec(INPUT_COD + 'input_data.sci');
20 exec(INPUT_COD + 'matrix_fvm.sci');
21 exec(INPUT_COD + 'TDMA.sci');
22 exec(INPUT_COD + 'K.sci');
23 exec(INPUT_COD + 'K_face_s.sci');
24 exec(INPUT_COD + 'K_face_n.sci');
25 exec(INPUT_COD + 'C.sci');
26 // -----

```

Figura 5: Código genrichards.sce onde se faz necessário mudar o nome da pasta CASO.

Na Figura 6 é apresentada a solução para a carga de pressão ψ em função da

profundidade, para o instante de tempo $t = 13 h$.

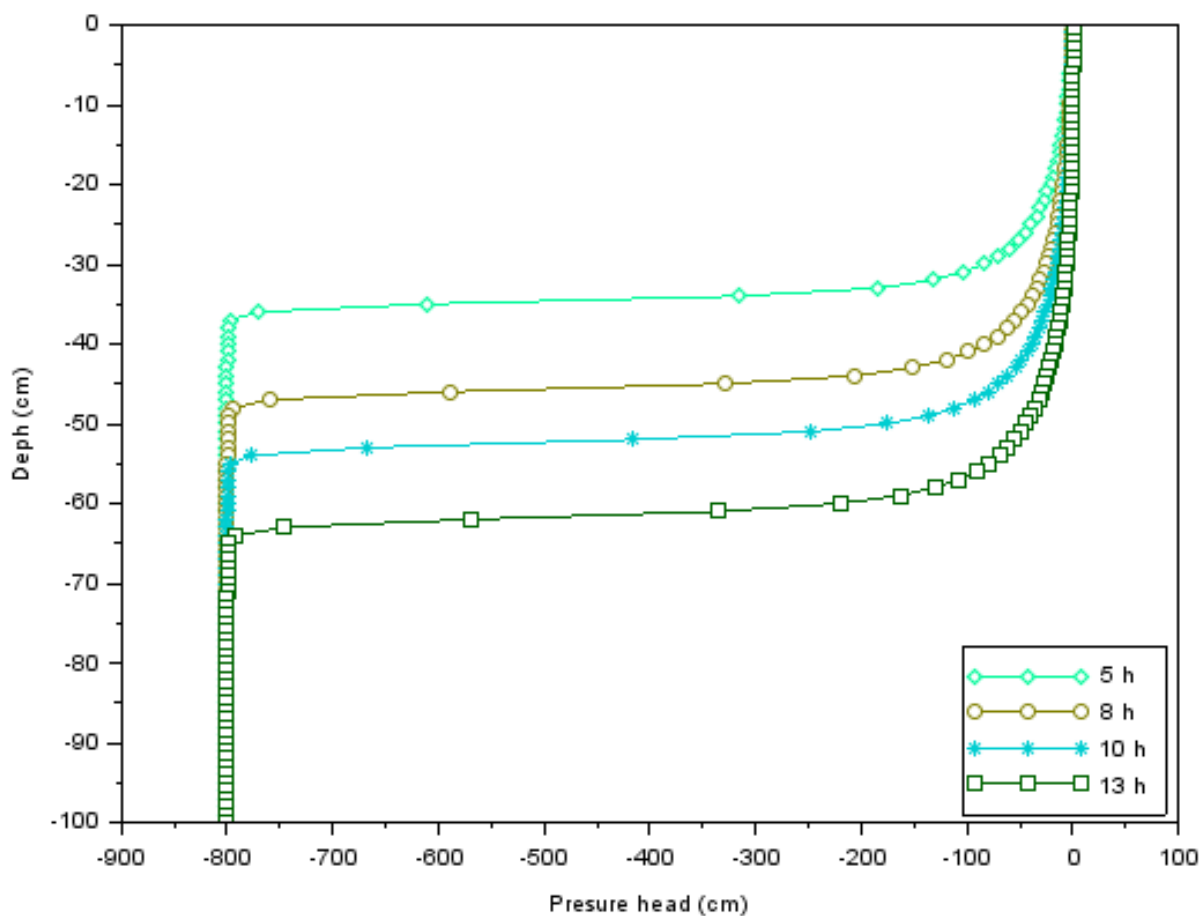


Figura 6: Solução para a carga de pressão ψ para um tempo total de 13 horas de simulação.

Na Figura 7 é apresentada a solução para o conteúdo de umidade θ , obtida com a curva de retenção de van Genuchten (eq. (2)), para um tempo total de $t = 13 h$.

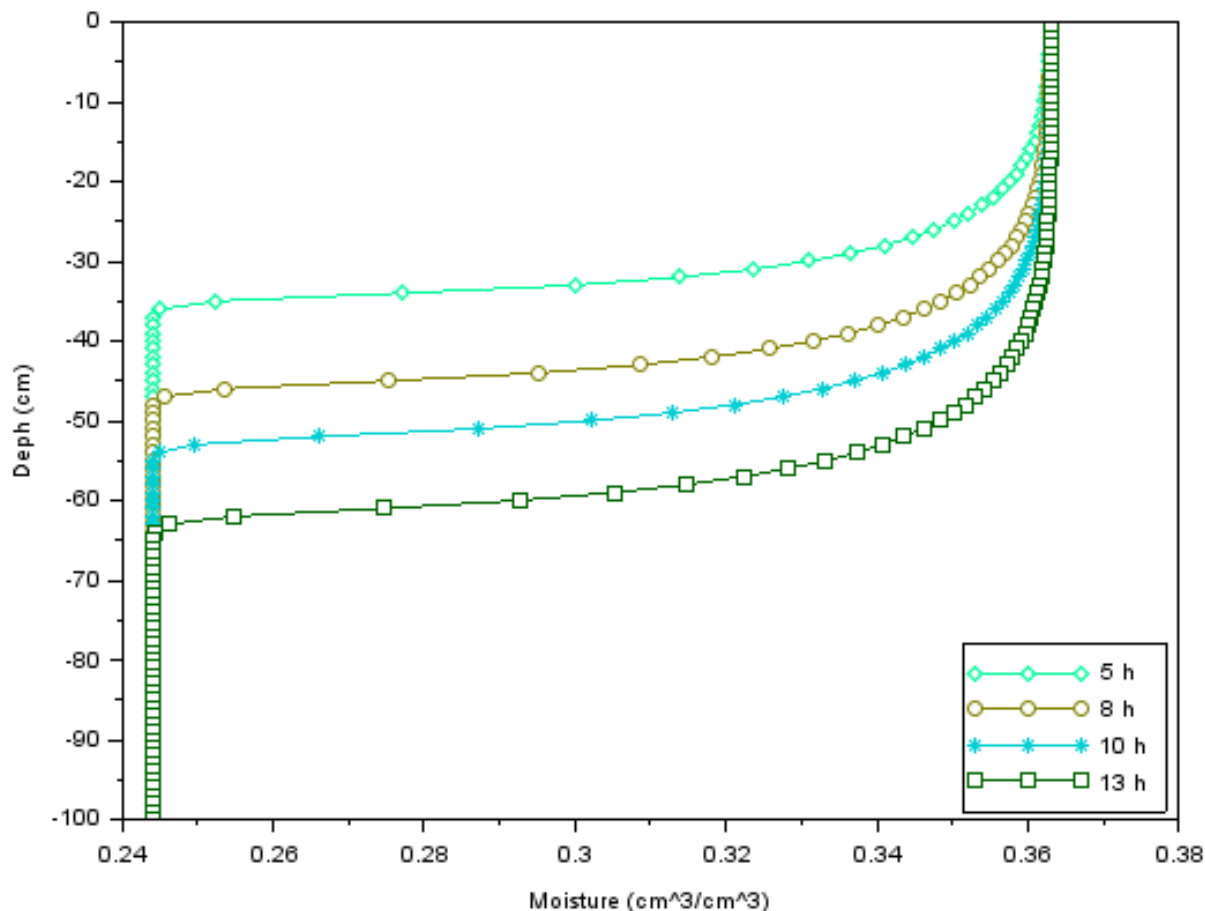


Figura 7: Solução para o conteúdo de umidade θ para um tempo total de 13 horas de simulação.

4. Referências Bibliográficas

van GENUCHTEN, M. T., A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, Soil Science Society of America Journal, 44 (5), 892-898, 1980.

GUTERRES, M. X. Avaliação dos algoritmos de Picard-Krylov e Newton-Krylov na solução da equação de Richards. IPRJ/UERJ, 2013, Nova Friburgo, Tese de doutorado.

HAVERKAMP, R., VAUCLIN, M., TOUMA, J., WIERENGA, P. J., VACHAUD, G. (1977), A comparison of numerical simulation models for one-dimensional infiltration, Soil Science Society of America Journal, vol 41, 2, 285-294.

KROES, J. G., van DAM, J. C., GROENENDIJK, P., HENDRIKS, R. F. A. and JACOBS, C. M. J., SWAP version 4. Theory description and user manual. KWR Watercycle Research Institute, Wageningen Environmental Research (Alterra), Alterra Repor, 1649 (02), Wageningen, May, 2017.

RICHARDS, L. A. (1931), Capillary conduction of liquids through porous mediums, Journal of Applied Physics, 1, pp. 318-333, DOI: 10.1063/1.1745010.

TEMPERINI, M. O. Modelagem Inversa para Obtenção dos Parâmetros da Equação de Richards, 2018. Dissertação de Mestrado, PGEB/UFF, Niterói.

Anexo A

Fluxograma de funcionamento do código **genrichards.sce**.

