Nome: Guilherme Santos da Silva - Ra: 1111392411040 - Álgebra Linear

Vetores da Geometria Euclidiana – Grupo Abeliano

$$V = \mathbb{R}^3 = \left\{ \vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \quad ; \quad (u_i)_{1 \leq i \leq 3} \in \mathbb{R} \right\}$$

A) Mostre que a soma é uma operação associativa

(V1)	Associatividade da soma de vetores	$\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$

$$\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) + \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} + \left(\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 + w_1 \\ v_2 + w_2 \\ v_3 + w_3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} u_1 + (v_1 + w_1) \\ u_2 + (v_2 + w_2) \\ u_3 + (v_3 + w_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (u_1 + v_1) + w_1 \\ (u_2 + v_2) + w_2 \\ (u_3 + v_3) + w_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 \\ u_3 + v_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} =$$

(associatividade da soma)

$$\left(\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$$

B) Encontre o vetor nulo desse espaço

(V2)	Existência do vetor nulo ($\vec{0}$)	$\vec{u}+\vec{0}=\vec{u}$ & $\vec{0}+\vec{u}=\vec{u}$

$$\vec{0}+\vec{u}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0+u_1\\0+u_2\\0+u_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{pmatrix}=\vec{u}$$

(adição à esquerda)

$$\vec{u}+\vec{0}=\begin{pmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u_1+0\\u_2+0\\u_3+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{pmatrix}=\vec{u}$$

(adição à direita)

C) Para dado vetor ($\vec{u}\in V$) arbitrariamente escolhido, encontre o seu vetor oposto

(V3)	Existência do vetor oposto ($-\vec{u}$)	$\vec{u}+(-\vec{u})=\vec{0}$ & $(-\vec{u})+\vec{u}=\vec{0}$

$$\vec{u}+(-\vec{u})=\begin{pmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-u_1\\-u_2\\-u_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u_1+(-u_1)\\u_2+(-u_2)\\u_3+(-u_3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}=\vec{0}$$

(oposto à direita)

$$(-\vec{u})+\vec{u}=\begin{pmatrix}-u_1\\-u_2\\-u_3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(-u_1)+u_1\\(-u_2)+u_2\\(-u_3)+u_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}=\vec{0}$$

(oposto à esquerda)

D) Mostre que a soma é uma operação comutativa

(V4)	Comutatividade da soma de vetores(-u)	$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 \\ u_3 + v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 + u_1 \\ v_2 + u_2 \\ v_3 + u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \vec{v} + \vec{u}$$

(comutatividade da soma)