



¡Hola, futuro líder! En este taller, vamos a fortalecer una de las áreas más fascinantes y útiles de las matemáticas: el **Componente Aleatorio**.

¿Qué es esto? Es el estudio de la incertidumbre, el azar y los datos. Aquí aprenderás a interpretar gráficos y tablas, entender conceptos como promedio y mediana, calcular probabilidades y analizar conjuntos de datos para tomar decisiones informadas. Este componente es fundamental para vivir en el mundo actual, que está lleno de información.

Piensa en las noticias que ves todos los días: encuestas de opinión, gráficos sobre la economía, estadísticas deportivas, o incluso el pronóstico del tiempo. Todo eso es el componente aleatorio en acción. Cuando eliges entre dos productos basándote en las reseñas de otros usuarios o decides si llevar paraguas, estás usando un razonamiento estadístico y probabilístico. Dominar este componente te convertirá en un ciudadano más crítico y capaz de entender la información que te rodea, separando los hechos de las opiniones.

RUTA METODOLÓGICA A DESARROLLAR

Para navegar con éxito por el mundo de los datos y la probabilidad, usaremos nuestra brújula infalible en el Grupo Educate: **Las 4 Fases del Razonamiento Matemático**. Este método te dará la estructura que necesitas para abordar cualquier problema de estadística con confianza.

Este taller está diseñado para que entrenes y domines este proceso completo. Cada fase es crucial y se conecta con la siguiente:



• Fase 1: DECONSTRUCCIÓN (Entender el Problema y sus Datos)

- * Primero, serás un analista de datos. Identificarás con precisión qué información te presentan (en tablas, gráficos, texto) y cuál es la pregunta específica que debes responder (¿un promedio?, ¿una probabilidad?, ¿una comparación?).



• Fase 2: ESTRATEGIA Y MODELACIÓN (Planificar la Solución)

- * Luego, te convertirás en un estratega. Decidirás qué camino seguir. ¿Necesitas la fórmula del promedio? ¿Debes aplicar la regla de la probabilidad (casos favorables / casos totales)? ¿O tal vez usar el principio de multiplicación? Aquí diseñas tu plan.



• Fase 3: EJECUCIÓN Y CÁLCULO (Realizar las Operaciones)

- * Ahora, eres el calculista. Ejecutarás tu plan, realizando las operaciones necesarias con los datos. Sumar, contar, dividir, multiplicar, todo con el objetivo de obtener un resultado numérico claro.



• Fase 4: VALIDACIÓN Y SELECCIÓN (Comprobar y Elegir Respuesta)

- * Finalmente, actuarás como un auditor. ¿Tu respuesta tiene sentido? (Por ejemplo, una probabilidad no puede ser mayor que 1). ¿Responde a lo que se preguntó? Compara tu resultado con las opciones y elige con seguridad.



Este taller está diseñado para que te conviertas en un experto en este proceso de 4 pasos. ¡Empecemos!

SECCIÓN DE ORIENTACIÓN METODOLÓGICA (MODELADO)

Contexto Modelo: Basado en la pregunta 10 de la prueba Épsilon 11°, que trabaja con probabilidad simple en un naípe).

Pregunta Modelo:

(Inédita, basada en el contexto de la pregunta 3):

En el naípe de 40 cartas descrito en la prueba, se sabe que hay 20 cartas rojas y 20 cartas negras. De las 20 cartas rojas, 10 tienen el símbolo \diamond y 10 tienen el símbolo \heartsuit . Un jugador extrae una carta al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que la carta extraída sea de color rojo Y tenga el símbolo \heartsuit ?

- A. $1/40$ B. $10/20$ C. $1/4$ D. $1/2$

Aplicando las 4 Fases del Razonamiento Matemático:

FASE 1: DECONSTRUCCIÓN (¿Qué tengo y qué necesito?):

Tengo: Un naípe de 40 cartas en total.

Dato 1: Hay 20 cartas rojas y 20 negras.

Dato 2: De las rojas, 10 son de corazón (\heartsuit).

Necesito: Calcular la probabilidad de un evento específico: que la carta sea "roja Y de corazón".



FASE 2 - ESTRATEGIA Y MODELACIÓN (¿Cuál es mi plan?):

0. La palabra clave es "probabilidad". La estrategia fundamental para la probabilidad simple es usar la fórmula:
$$P(\text{Evento}) = (\text{Número de casos favorables}) / (\text{Número total de casos posibles})$$
1. Identificar los "casos favorables": Son las cartas que cumplen AMBAS condiciones: ser rojas Y ser de corazón (♥). Según el enunciado, hay 10 cartas así.
2. Identificar los "casos totales": Es el número total de cartas que se pueden sacar de la baraja. Según el enunciado, son 40.
3. El plan es dividir el número de casos favorables entre el número de casos totales y simplificar la fracción si es posible.

FASE 3 - EJECUCIÓN Y CÁLCULO (Manos a la obra):

0. **Casos favorables:** 10 (las cartas de corazón rojo).
1. **Casos totales:** 40 (el total de cartas en el naipe).
2. **Calcular la probabilidad:**
$$P(\text{Corazón Rojo}) = 10 / 40$$
3. **Simplificar la fracción:** Se puede dividir el numerador y el denominador por 10.
$$10 / 40 = 1 / 4.$$

FASE 4 - VALIDACIÓN Y SELECCIÓN (¿Tiene sentido?):

- El resultado es $1/4$ o 0.25. Es un valor entre 0 y 1, lo cual es correcto para una probabilidad.
- Tiene sentido que la probabilidad sea relativamente baja, ya que estoy pidiendo una característica muy específica (un palo de un color).
- El resultado de $1/4$ coincide perfectamente con la opción C. La opción A ($1/40$) sería la probabilidad de sacar UNA carta específica, no un tipo de carta. La opción D ($1/2$) sería la probabilidad de sacar una carta roja en general.

Selección final: La respuesta correcta es la C.



Bloque 1: Nivel Bajo

Pregunta #1

- **Contexto:** Basado en la tabla del "Grupo de niñas" de la pregunta 9 de la prueba Épsilon 11°.
- **Etiqueta de Especificaciones:**
 - Competencia:** Interpretación y Representación.
 - Afirmación:** Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.
 - Evidencia:** Da cuenta de las características básicas de la información presentada en diferentes formatos.

Pregunta: Observando la tabla del "Grupo de niñas", ¿cuál es el promedio de edad de este grupo?

Edad en años	Frecuencia
3	10
4	10
5	10

- A. 3 años
- B. 4 años
- C. 5 años
- D. 10 años

Tu Espacio de Trabajo - Aplica las 4 Fases:

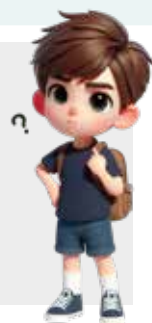
• FASE 1 - DECONSTRUCCIÓN:

• FASE 2 - ESTRATEGIA Y MODELACIÓN:

• FASE 3 - EJECUCIÓN Y CÁLCULO:

• FASE 4 - VALIDACIÓN Y SELECCIÓN:

Pausa para Pensar: En la Fase 1, ¿cómo interpretaste la columna "Frecuencia"? ¿Qué te dice ese número sobre los datos?





Pregunta #2

- **Contexto:** Basado en la información del naipes de 40 cartas de la pregunta 10 de la prueba Épsilon 11°.
- **Etiqueta de Especificaciones:**
 - Competencia:** Interpretación y Representación.
 - Afirmación:** Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.
 - Evidencia:** Resuelve un problema que involucra información cuantitativa o esquemática.

• **Pregunta:** En el naipes de 40 cartas, hay 10 cartas numeradas del 1 al 10 para cada uno de los cuatro símbolos (dos rojos y dos negros). Si un jugador saca una carta al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la carta tenga el número 7, sin importar su color o símbolo?

A. $1/10$

B. $1/40$

C. $4/10$

D. $7/40$

Tu Espacio de Trabajo - Aplica las 4 Fases:

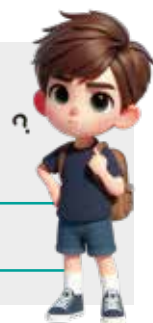
• FASE 1 - DECONSTRUCCIÓN:

• FASE 2 - ESTRATEGIA Y MODELACIÓN:

• FASE 3 - EJECUCIÓN Y CÁLCULO:

• FASE 4 - VALIDACIÓN Y SELECCIÓN:

Pausa para Pensar: En tu Fase 2 (Estrategia), ¿cuál fue tu razonamiento para determinar el "número de casos favorables"? ¿Cuántas cartas con el número 7 hay en toda la baraja?





Bloque 2: Nivel Medio

Pregunta #3

- **Contexto:** Basado en el diagrama de caja y bigotes de la pregunta 8 de la prueba Épsilon 11°.
- **Etiqueta de Especificaciones:**
 - Competencia:** Interpretación y Representación.
 - Afirmación:** Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.
 - Evidencia:** Da cuenta de las características básicas de la información presentada en diferentes formatos (percentiles, mediana).

- ☐ **Pregunta:** Observando el diagrama de resultados del examen para los estudiantes de Japonés, ¿cuál es el puntaje que representa la mediana del grupo?
- ☐ **Japonés:**
[Diagrama de caja que muestra: Mínimo=20, Q1=40, Mediana(Q2)=50, Q3=80, Máximo=100]
- ☐ A. 40 puntos B. 50 puntos C. 60 puntos D. 80 puntos

Tu Espacio de Trabajo - Aplica las 4 Fases:

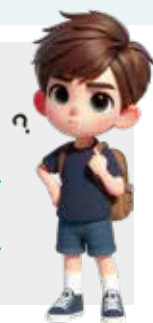
• FASE 1 - DECONSTRUCCIÓN:

• FASE 2 - ESTRATEGIA Y MODELACIÓN:

• FASE 3 - EJECUCIÓN Y CÁLCULO:

• FASE 4 - VALIDACIÓN Y SELECCIÓN:

Pausa para Pensar: La Fase 1 aquí es puramente visual. ¿Qué parte específica del diagrama de caja y bigotes representa la mediana (o segundo cuartil, Q2)?





Pregunta #4

- **Contexto:** Basado en la información de la pizzería de la pregunta 38 de la prueba Épsilon 11°.
- **Etiqueta de Especificaciones:**
 - Competencia:** Formulación y Ejecución.
 - Afirmación:** Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.
 - Evidencia:** Resuelve problemas usando conceptos básicos de conteo (combinaciones).

- **Pregunta:** Una pizzería ofrece una pizza básica y permite personalizarla con ingredientes adicionales. Las opciones de ingredientes adicionales son: champiñones, salami, jamón, aceitunas y pimentón (5 opciones en total). Si un cliente quiere personalizar su pizza eligiendo exactamente 3 ingredientes adicionales distintos, ¿cuántas combinaciones diferentes de tres ingredientes puede formar?
- A. 3 B. 10 C. 15 D. 60

Tu Espacio de Trabajo - Aplica las 4 Fases:

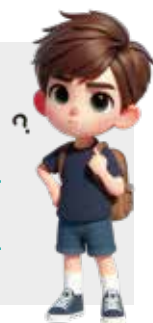
• FASE 1 - DECONSTRUCCIÓN:

• FASE 2 - ESTRATEGIA Y MODELACIÓN:

• FASE 3 - EJECUCIÓN Y CÁLCULO:

• FASE 4 - VALIDACIÓN Y SELECCIÓN:

Pausa para Pensar: En la Fase 2, ¿por qué este problema se resuelve con una combinación y no con una permutación? ¿Importa el orden en que se eligen los ingredientes para la pizza?





Bloque 3: Nivel Alto

Pregunta #5

• **Contexto:** Basado en los diagramas de la pregunta 32 de la prueba Épsilon 11°.

• **Etiqueta de Especificaciones:**

Competencia: Formulación y Ejecución.

Afirmación: Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias de varios pasos que lleven a soluciones adecuadas.

Evidencia: Resuelve problemas que requieren la articulación de información de diferentes gráficos.

• **Pregunta:** Según los diagramas, en el año 1998 las exportaciones totales de Zedlandia fueron de 27,1 millones de zeds. Si se sabe que en ese año la distribución porcentual de exportaciones fue idéntica a la del año 2000, ¿cuál fue el valor aproximado de las exportaciones de Carne en 1998?

- A. 2,7 millones de zeds
- B. 3,8 millones de zeds
- C. 14 millones de zeds
- D. 27,1 millones de zeds

Tu Espacio de Trabajo - Aplica las 4 Fases:

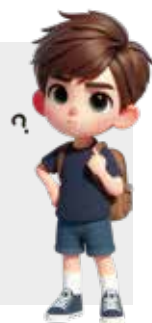
• **FASE 1 - DECONSTRUCCIÓN:**

• **FASE 2 - ESTRATEGIA Y MODELACIÓN:**

• **FASE 3 - EJECUCIÓN Y CÁLCULO:**

• **FASE 4 - VALIDACIÓN Y SELECCIÓN:**

Pausa para Pensar: Este problema requería conectar dos fuentes de información. En la Fase 1, ¿cuál fue el dato clave que tuviste que sacar del gráfico circular para poder usar la información del gráfico de barras?



**Pregunta #6**

- **Contexto:** Basado en la información de los sucesos independientes de la pregunta 11 de la prueba Épsilon 11°
- **Etiqueta de Especificaciones:**
Competencia: Argumentación.
Afirmación: Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.
Evidencia: Plantea afirmaciones que sustentan o refutan una interpretación dada a la información disponible.

Pregunta: Se tienen dos sucesos independientes, M y N. La probabilidad de que ocurra M es 0,5. La probabilidad de que ocurran M y N simultáneamente es 0,2. Un estudiante afirma que "la probabilidad de que ocurra el suceso N debe ser 0,4". ¿Es correcta la afirmación del estudiante?

- ☐ A. Sí, porque para eventos independientes $P(M \text{ y } N) = P(M) - P(N)$.
- ☐ B. No, porque la probabilidad de N no se puede determinar con los datos dados.
- ☐ C. Sí, porque para eventos independientes $P(M \text{ y } N) = P(M) \times P(N)$, entonces $P(N) = 0,2 / 0,5 = 0,4$.
- ☐ D. No, porque $P(N)$ debería ser la suma de las otras dos probabilidades.

Tu Espacio de Trabajo - Aplica las 4 Fases:

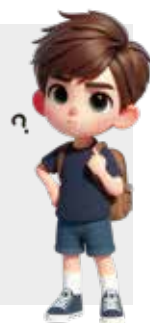
• FASE 1 - DECONSTRUCCIÓN:

• FASE 2 - ESTRATEGIA Y MODELACIÓN:

• FASE 3 - EJECUCIÓN Y CÁLCULO:

• FASE 4 - VALIDACIÓN Y SELECCIÓN:

Pausa para Pensar: La Fase 4 (Validación) aquí es crucial. No solo debías encontrar la respuesta, sino también la justificación matemática correcta. ¿Cómo descartaste las otras opciones basándote en la regla de probabilidad para eventos independientes?





¡Felicitaciones por haber completado este riguroso entrenamiento!

¡Magnífico trabajo! Has finalizado tu entrenamiento en el componente aleatorio. Ahora viene el momento más poderoso para tu aprendizaje: la reflexión. Evalúa tu desempeño con honestidad usando esta rúbrica. Reconocer tus aciertos y áreas de oportunidad es el secreto para mejorar constantemente.

Criterio / Fase del Razonamiento	Descripción de mi desempeño	Mi Puntaje (1-5)
Fase 1: DECONSTRUCCIÓN	¿Identifiqué correctamente los datos en tablas y gráficos, y entendí qué me pedía cada pregunta (probabilidad, promedio, mediana)?	_____
Fase 2: ESTRATEGIA Y MODELACIÓN	¿Supe qué fórmula o método usar para cada problema (probabilidad simple, promedio ponderado, combinatoria, etc.)?	_____
Fase 3: EJECUCIÓN Y CÁLCULO	¿Realicé las operaciones (divisiones, multiplicaciones, sumas de datos) con precisión y sin cometer errores de cálculo?	_____
Fase 4: VALIDACIÓN Y SELECCIÓN	¿Verifiqué si mi respuesta era lógica (ej. una probabilidad entre 0 y 1) y si la justificación era la correcta?	_____



Mi Plan de Acción Personalizado

- Mi mayor fortaleza en este componente es:

- El aspecto de la ruta metodológica en el que debo enfocarme más la próxima vez es:

- Una acción concreta que haré para mejorar es:



"Glosario Clave"

Probabilidad Simple

¿Qué es? La medida de la posibilidad de que ocurra un evento. Se calcula con la regla de Laplace.

Acción Clave: Dividir el número de resultados que te favorecen entre el número total de resultados posibles.

Promedio (Media Aritmética)

¿Qué es? Un valor central que representa un conjunto de datos. Se obtiene sumando todos los datos y dividiendo por la cantidad de datos.

Acción Clave: Sumar todos los valores y dividir por el número total de valores.

Mediana

¿Qué es? El valor que se encuentra exactamente en la mitad de un conjunto de datos ordenado de menor a mayor.

Acción Clave: Ordenar los datos y encontrar el valor del centro. En un diagrama de caja y bigotes, es la línea que divide la caja.

Combinación

¿Qué es? Una selección de elementos de un conjunto donde el orden NO importa.

Acción Clave: Calcular cuántos grupos diferentes se pueden formar. Se usa cuando la pregunta es sobre "elegir un comité" o "escoger ingredientes", donde el orden de selección es irrelevante.

Eventos Independientes

¿Qué es? Dos o más eventos cuya ocurrencia no se afecta mutuamente. Que ocurra uno no cambia la probabilidad de que ocurra el otro.

Acción Clave: Calcular la probabilidad de que ocurran ambos multiplicando sus probabilidades individuales: $P(A \text{ y } B) = P(A) \times P(B)$.



¡Felicidades por tu dedicación!

Has completado un riguroso entrenamiento en el lenguaje de los datos y el azar. Cada problema que resolviste, y sobre todo cada error del que aprendiste, te ha hecho más fuerte. Has demostrado que puedes analizar información, diseñar estrategias y validar resultados. Esa es la habilidad de un pensador crítico. Continúa practicando con esta misma disciplina y confianza. Estás construyendo las herramientas para interpretar el mundo y tomar mejores decisiones. ¡El éxito está a tu alcance!

¡Te estás convirtiendo en un verdadero arquitecto del lenguaje!



SECCIÓN DE VERIFICACIÓN: RESPUESTAS Y JUSTIFICACIONES

(Consulta esta sección solo después de haber resuelto todo el taller y completado tu autoevaluación)

Clave de Respuestas y Justificaciones

Pregunta 1: B

Justificación Rápida: F1: Pide promedio de edad. F2: Sumar todas las edades y dividir por el total de niñas. F3: Suma de edades = $(3 \times 10) + (4 \times 10) + (5 \times 10) = 30 + 40 + 50 = 120$. Total de niñas = $10 + 10 + 10 = 30$. Promedio = $120 / 30 = 4$. F4: 4 años es un promedio lógico para edades de 3, 4 y 5.

Pregunta 2: A

Justificación Rápida: F1: Pide probabilidad de sacar un "7". F2: Usar $P = \text{Casos favorables} / \text{Casos totales}$. F3: Hay cuatro "7" en la baraja (uno por cada símbolo). Casos favorables = 4. Casos totales = 40. $P = 4/40 = 1/10$. F4: La respuesta coincide y es una probabilidad válida.

Pregunta 3: B

Justificación Rápida: F1: Pide la mediana del grupo Japonés. F2: Identificar la línea central dentro de la caja en el diagrama. F3: El diagrama de caja y bigotes muestra explícitamente que la línea central (Mediana o Q2) está en el valor 50. F4: La opción B corresponde directamente al dato visual.

Pregunta 4: B

Justificación Rápida: F1: Pide combinaciones de 3 ingredientes de un total de 5. F2: Como el orden no importa, se usa la fórmula de combinaciones $C(n,k) = n! / (k!(n-k)!)$. F3: $C(5,3) = 5! / (3!(5-3)!) = 120 / (6 \times 2) = 120 / 12 = 10$. F4: Hay 10 maneras diferentes de combinar los ingredientes.

Pregunta 5: B

Justificación Rápida: F1: Pide valor de exportaciones de Carne en 1998. F2: Obtener el porcentaje de Carne del gráfico circular (14%) y aplicarlo al total de exportaciones de 1998. F3: $14\% \text{ de } 27,1 \text{ millones} = 0,14 \times 27,1 \approx 3,794 \text{ millones}$. F4: El valor más cercano es 3,8 millones de zeds.

Pregunta 6: C

Justificación Rápida: F1: Evaluar la afirmación del estudiante. F2: Usar la fórmula de probabilidad para eventos independientes $P(M \text{ y } N) = P(M) \times P(N)$ y despejar $P(N)$. F3: $0,2 = 0,5 \times P(N)$. Despejando, $P(N) = 0,2 / 0,5 = 0,4$. F4: El cálculo confirma que la afirmación del estudiante es correcta y la justificación matemática coincide con la opción C.