

Komputasi Numerik: Tugas 3

Kelompok 15

1. Dapatkan akar-akar persamaan berikut dengan metode Iterasi:

(a) $x^3 + 6,6x^2 - 29,05x + 22,64 = 0$

Penyelesaian: Untuk melakukan metode Iterasi, $f(x) = 0$ harus diubah menjadi $x = g(x)$:

$$\begin{aligned} x^3 + 6,6x^2 - 29,05x + 22,64 &= 0 \\ \Rightarrow x &= \frac{x^3 + 6,6x^2 + 22,64}{29,05} \end{aligned}$$

Dengan demikian,

$$g(x) = \frac{x^3 + 6,6x^2 + 22,64}{29,05}$$

Dengan asumsi $x_0 = 1$, selanjutnya akan dicari tahu apakah nilai x_0 tersebut memenuhi syarat $|g'(x_0)| < 1$:

$$\begin{aligned} |g'(x_0)| &< 1 \\ \left| \frac{3(1)^2 + 13,2(1)}{29,05} \right| &< 1 \\ \left| \frac{16,2}{29,05} \right| &< 1 \\ 0,55 &< 1 \end{aligned}$$

Dengan demikian, dengan $x_0 = 1$, proses iterasi akan konvergen.

Dengan relasi berulang:

$$x_{n+1} = \frac{x_n^3 + 6,6x_n^2 + 22,64}{29,05}$$

diperoleh hasil proses iterasi sebagai berikut:

n	x_n	x_{n+1}
0	1,000	$\frac{1,000^3 + 6,6 \times 1,000^2 + 22,64}{29,05} = 1,040$
1	1,040	$\frac{1,040^3 + 6,6 \times 1,040^2 + 22,64}{29,05} = 1,065$
2	1,065	$\frac{1,065^3 + 6,6 \times 1,065^2 + 22,64}{29,05} = 1,080$
3	1,080	$\frac{1,080^3 + 6,6 \times 1,080^2 + 22,64}{29,05} = 1,090$
4	1,090	$\frac{1,090^3 + 6,6 \times 1,090^2 + 22,64}{29,05} = 1,095$
5	1,095	$\frac{1,095^3 + 6,6 \times 1,095^2 + 22,64}{29,05} = 1,097$

Dengan demikian, akar dari persamaan di atas adalah $x \approx 1,097$.

(b) $x^4 - 0,41x^3 + 1,632x^2 - 9,146x + 7,260 = 0$

Penyelesaian: $f(x) = 0 \iff x = g(x)$:

$$\begin{aligned} x^4 - 0,41x^3 + 1,632x^2 - 9,146x + 7,260 &= 0 \\ \implies x &= \frac{x^4 - 0,41x^3 + 1,632x^2 + 7,260}{9,146} \\ \therefore g(x) &= \frac{x^4 - 0,41x^3 + 1,632x^2 + 7,260}{9,146} \end{aligned}$$

Dengan asumsi $x_0 = 1$, selanjutnya akan dicari tahu apakah nilai x_0 tersebut memenuhi syarat $|g'(x_0)| < 1$:

$$\begin{aligned} |g'(x_0)| &< 1 \\ \left| \frac{4(1)^3 - 1,23(1)^2 + 3,264(1) - 9,146}{9,146} \right| &< 1 \\ \left| \frac{3,112}{9,146} \right| &< 1 \\ 0,34 &< 1 \end{aligned}$$

Dengan demikian, dengan $x_0 = 1$, proses iterasi akan konvergen.

Dengan relasi berulang:

$$x_{n+1} = \frac{x_n^4 - 0,41x_n^3 + 1,632x_n^2 + 7,260}{9,146}$$

diperoleh hasil proses iterasi sebagai berikut:

n	x_n	x_{n+1}
0	1,000	$\frac{1,000^4 - 0,41 \times 1,000^3 + 1,632 \times 1,000^2 + 7,260}{9,146} = 1,037$
1	1,037	$\frac{1,037^4 - 0,41 \times 1,037^3 + 1,632 \times 1,037^2 + 7,260}{9,146} = 1,062$
2	1,062	$\frac{1,062^4 - 0,41 \times 1,062^3 + 1,632 \times 1,062^2 + 7,260}{9,146} = 1,078$
3	1,078	$\frac{1,078^4 - 0,41 \times 1,078^3 + 1,632 \times 1,078^2 + 7,260}{9,146} = 1,088$
4	1,088	$\frac{1,088^4 - 0,41 \times 1,088^3 + 1,632 \times 1,088^2 + 7,260}{9,146} = 1,094$
5	1,094	$\frac{1,094^4 - 0,41 \times 1,094^3 + 1,632 \times 1,094^2 + 7,260}{9,146} = 1,098$

Dengan demikian, akar dari persamaan di atas adalah $x \approx 1,098$.

2. Dapatkan akar-akar persamaan berikut dengan metode Faktorisasi:

(a) $x^3 + 6,6x^2 - 29,05x + 22,64 = 0$

Penyelesaian: Persamaan tersebut memenuhi rumusan metode Faktorisasi derajat tiga. Dengan $P_3(x) = x^3 + A_2x^2 + A_1x + A_0$, bentuk faktornya adalah $P_3(x) = (x + b_0)(x^2 + a_1x + a_0)$.

Dengan $P_3(x) = x^3 + 6,6x^2 - 29,05x + 22,64 = 0$ dan fakta bahwa $b_0 = A_0/a_0$, hasil proses iterasi diperoleh sebagai berikut:

iterasi	b_0	a_1	a_0	keterangan
1	0,000	6,600	-29,050	Inisialisasi ($b_0 = 0$)
2	-0,779	7,379	-23,300	$b_0 = 22,64/(-29,05)$
3	-0,972	7,572	-21,690	$b_0 = 22,64/(-23,30)$
4	-1,044	7,644	-21,070	$b_0 = 22,64/(-21,69)$
5	-1,075	7,675	-20,800	$b_0 = 22,64/(-21,07)$
6	-1,088	7,688	-20,800	

Dengan demikian, diperoleh hasil faktorisasi: $P_3(x) \approx (x - 1,088)(x^2 + 7,688x - 20,800)$.

Akar-akar dari persamaan tersebut antara lain:

- $(x - 1,088) = 0 \implies x \approx 1,088.$
- $(x^2 + 7,688x - 20,800) = 0$
 $\implies x = \frac{-7,688 \pm \sqrt{7,688^2 - 4 \times -20,800}}{2}$
 $\therefore x \approx 2,121 \vee x \approx -9,809.$

Dengan demikian, terdapat tiga akar berbeda, yakni $x_1 = 1,088$, $x_2 = 2,121$, dan $x_3 = -9,809$.

(b) $x^4 - 0,41x^3 + 1,632x^2 - 9,146x + 7,260 = 0$

Penyelesaian: Persamaan tersebut memenuhi rumusan metode faktorisasi derajat empat. Dengan $P_4(x) = x^4 + A_3x^3 + A_2x^2 + A_1x + A_0$, bentuk faktornya adalah $P_4(x) = (x^2 + b_1x + b_0)(x^2 + a_1x + a_0)$.

Dengan $P_4(x) = x^4 - 0,41x^3 + 1,632x^2 - 9,146x + 7,260 = 0$, hasil proses iterasi diperoleh sebagai berikut:

iterasi	b_0	b_1	a_1	a_0	keterangan
1	0,000	0,000	1,632	-9,146	Inisialisasi ($b_0 = 0$)
2	-0,794	1,022	2,426	-7,260	$b_0 = 7,260/(-9,146)$
3	-1,012	1,305	2,644	-6,678	$b_0 = 7,260/(-7,260)$
4	-1,101	1,447	2,733	-6,400	$b_0 = 7,260/(-6,678)$
5	-1,145	1,518	2,777	-6,260	$b_0 = 7,260/(-6,400)$
6	-1,167	1,553	2,799	-6,200	Konvergensi tercapai

Dengan demikian, diperoleh hasil faktorisasi:

$$P_4(x) \approx (x^2 + 1,553x - 1,167)(x^2 + 2,799x + 6,200).$$

Akar-akar dari persamaan tersebut antara lain:

- $(x^2 + 1,553x - 1,167) = 0$
 $\implies x = \frac{-1,553 \pm \sqrt{(1,553)^2 - 4 \times -1,167}}{2}$
 $\therefore x \approx 0,577 \vee x \approx -2,130.$
- $(x^2 + 2,799x + 6,200) = 0$
 $\implies x = \frac{-2,799 \pm \sqrt{(2,799)^2 - 4 \times 6,200}}{2}$
 $\therefore x \approx -1,400 + 1,825i \vee x \approx -1,400 - 1,825i.$

Dengan demikian, terdapat empat akar berbeda, yakni $x_1 = 0,577$, $x_2 = -2,130$, $x_3 = -1,400 + 1,825i$, dan $x_4 = -1,400 - 1,825i$.

3. Gunakan metode Newton-Raphson untuk mendapatkan akar persamaan:

$$f(x) = -0,875x^2 + 1,75x + 2,625$$

dengan $x_i = 3,1$

Penyelesaian:

4. Gunakan metode Newton-Raphson untuk mendapatkan akar persamaan:

$$f(x) = -2,1 + 6,21x - 3,9x^2 + 0,667x^3$$

Penyelesaian:

5. Gunakan metode Newton-Raphson untuk mendapatkan akar persamaan:

$$f(x) = -23,33 + 79,35x - 88,09x^2 + 41,6x^3 - 8,68x^4 + 0,658x^5$$

dengan $x_i = 3,5$

Penyelesaian:

6. Gunakan metode Secant untuk mendapatkan akar dari persamaan:

$$f(x) = 9,36 - 21,963x + 16,2965x^2 - 3,70377x^3$$

Penyelesaian:

7. Gunakan metode Secant untuk mendapatkan akar dari persamaan:

$$f(x) = x^4 - 8,6x^3 - 35,51x^2 + 464x - 998,46$$

dengan $x_{i-1} = 7$ dan $x_i = 9$

Penyelesaian:

8. Gunakan metode Secant untuk mendapatkan akar dari persamaan:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

dengan $x_{i-1} = 2,5$ dan $x_i = 3,6$

Penyelesaian:

9. Buatlah sebuah paparan untuk menjelaskan tentang metode Bairstow dan metode Quotient-Difference (Q-D). Dan buatlah sebuah kesimpulan mengenai kemudahan/kesulitan kedua metode tersebut didalam menyelesaikan masalah dibanding dengan metode2 yang telah anda pelajari dalam materi ini.

Penyelesaian: