Komputasi Numerik: Tugas 2

Kelompok 15

1. Soal 1

(a) Subsoal (a)

Penyelesaian: Penyelesaian soal 1 subsoal (a)

(b) Subsoal (b)

Penyelesaian: Penyelesaian soal 1 subsoal (b)

(c) Subsoal (c)

Penyelesaian soal 1 subsoal (c)

2. Soal 2 **Penyelesaian:** Penyelesaian soal 2

3. Dengan metode Bolzano, dapatkan akar-akar persamaan:

(a) $x^3 - 3x + 1 = 0$ ($x_0 = 1.5$; s.d. 3 digit)

Penyelesaian:

:4:				f()	f()	f()
iterasi	x_1	x_2	x_3	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$
1	1,000	2,000	1,500	-1,000	3,000	-0,125
2	1,500	2,000	1,750	-0,125	3,000	1,109
3	1,500	1,750	1,625	-0,125	1,109	0,416
4	1,500	1,625	1,562	-0,125	0,416	$0,\!127$
5	1,500	1,562	1,531	-0,125	0,127	-0,003
6	1,531	1,562	1,547	-0,003	0,127	0,061
7	1,531	1,547	1,539	-0,003	0,061	0,028
8	1,531	1,539	1,535	-0,003	0,028	0,012
9	1,531	1,535	1,533	-0,003	0,012	0,005
10	1,531	1,533	1,532	-0,003	0,005	0,001
11	1,531	1,532	1,532	-0,003	0,001	-0,001
12	1,532	1,532	1,532	-0,001	0,001	-0,000
13	1,532	1,532	1,532	-0,000	0,001	0,000

Dengan demikian, akar dari persamaan $x^3 - 3x + 1 = 0$ hingga 3 digit dibelakang koma adalah x = 1,532.

(b) $\cos x = 3x \ (x_0 = 0.3; \text{ s.d. 5 digit})$

Penyelesaian:

iterasi	x_1	x_2	x_3	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$
1	0,20000	0,40000	0,30000	0,38007	-0,27894	0,05534
2	0,30000	0,40000	$0,\!35000$	0,05534	-0,27894	-0,11063
3	0,30000	0,35000	$0,\!32500$	0,05534	-0,11063	-0,02735
4	0,30000	0,32500	0,31250	0,05534	-0.02735	0,01407
5	0,31250	0,32500	0,31875	0,01407	-0.02735	-0,00662
6	0,31250	0,31875	$0,\!31563$	0,01407	-0,00662	0,00373
7	0,31563	0,31875	0,31719	0,00373	-0,00662	-0,00145
8	0,31563	0,31719	0,31641	0,00373	-0,00145	0,00114
9	0,31641	0,31719	0,31680	0,00114	-0,00145	-0,00015
10	0,31641	0,31680	0,31660	0,00114	-0,00015	0,00049
11	0,31660	0,31680	0,31670	0,00049	-0,00015	0,00017
12	0,31670	0,31680	$0,\!31675$	0,00017	-0,00015	0,00001
13	0,31675	0,31680	$0,\!31677$	0,00001	-0,00015	-0,00007
14	0,31675	0,31677	$0,\!31676$	0,00001	-0,00007	-0,00003
15	0,31675	0,31676	$0,\!31675$	0,00001	-0,00003	-0,00001
16	0,31675	0,31675	0,31675	0,00001	-0,00001	-0,00000

Dengan demikian, akar dari persamaan $\cos x = 3x$ hingga 5 digit di belakang koma adalah x = 0.31675.

(c) $10^x = 100 - 2x$ ($x_0 = 2$; s.d. 4 digit)

Penyelesaian:

iterasi	x_1	x_2	x_3	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$
1	1,5000	2,5000	2,0000	-65,3772	221,2278	4,0000
2	1,5000	2,0000	1,7500	-65,3772	4,0000	-40,2659
3	1,7500	2,0000	1,8750	-40,2659	4,0000	-21,2606
4	1,8750	2,0000	1,9375	-21,2606	4,0000	-9,5286
5	1,9375	2,0000	1,9688	-9,5286	4,0000	-3,0053
6	1,9688	2,0000	1,9844	-3,0053	4,0000	0,4349
7	1,9688	1,9844	1,9766	-3,0053	0,4349	-1,3005
8	1,9766	1,9844	1,9805	-1,3005	$0,\!4349$	-0,4367
9	1,9805	1,9844	1,9824	-0,4367	$0,\!4349$	-0,0019
10	1,9824	1,9844	1,9834	-0,0019	$0,\!4349$	0,2163
11	1,9824	1,9834	1,9829	-0,0019	0,2163	0,1072
12	1,9824	1,9829	1,9827	-0,0019	0,1072	0,0526
13	1,9824	1,9827	1,9825	-0,0019	0,0526	0,0254
14	1,9824	1,9825	1,9825	-0,0019	0,0254	0,0118
15	1,9824	1,9825	1,9825	-0,0019	0,0118	0,0050
16	1,9824	1,9825	1,9824	-0,0019	0,0050	0,0016
17	1,9824	1,9824	1,9824	-0,0019	0,0016	-0,0001
18	1,9824	1,9824	1,9824	-0,0001	0,0016	0,0007
19	1,9824	1,9824	1,9824	-0,0001	0,0007	0,0003
20	1,9824	1,9824	1,9824	-0,0001	0,0003	0,0001
21	1,9824	1,9824	1,9824	-0,0001	0,0001	-0,0000
22	1,9824	1,9824	1,9824	-0,0000	0,0001	0,0000
23	1,9824	1,9824	1,9824	-0,0000	0,0000	-0,0000
24	1,9824	1,9824	1,9824	-0,0000	0,0000	-0,0000

Dengan demikian, akar persamaan dari $10^x = 100 - 2x$ hingga 4 digit di belakang koma adalah x = 1,9824.

(d) $\ln x = 1 + 1/x^2$ ($x_0 = 3$; s.d. 4 digit)

Penyelesaian:

				e/ \	e/ \	e/ \
iterasi	x_1	x_2	x_3	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$
1	2,5000	3,5000	3,0000	-0,2437	0,1711	-0,0125
2	3,0000	3,5000	3,2500	-0,0125	0,1711	0,0840
3	3,0000	$3,\!2500$	3,1250	-0,0125	0,0840	0,0370
4	3,0000	3,1250	3,0625	-0,0125	0,0370	0,0126
5	3,0000	3,0625	3,0312	-0,0125	0,0126	0,0001
6	3,0000	3,0312	3,0156	-0,0125	0,0001	-0,0062
7	3,0156	3,0312	3,0234	-0,0062	0,0001	-0,0030
8	3,0234	3,0312	3,0273	-0,0030	0,0001	-0,0014
9	3,0273	3,0312	3,0293	-0,0014	0,0001	-0,0006
10	3,0293	3,0312	3,0303	-0,0006	0,0001	-0,0002
11	3,0303	3,0312	3,0308	-0,0002	0,0001	-0,0001
12	3,0308	3,0312	3,0310	-0,0001	0,0001	0,0000
13	3,0308	3,0310	3,0309	-0,0001	0,0000	-0,0000

Dengan demikian, akar persamaan dari $\ln x = 1 + 1/x^2$ hingga 4 digit di belakang koma adalah x = 3,0309.

(e) $e^x - \ln x = 20$ ($x_0 = 3$; s.d. 5 digit)

Penyelesaian:

iterasi	x_1	x_2	x_3	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$
1	2,50000	3,50000	3,00000	-8,73380	11,86269	-1,01308
2	3,00000	3,50000	3,25000	-1,01308	11,86269	4,61168
3	3,00000	3,25000	3,12500	-1,01308	4,61168	1,62046
4	3,00000	3,12500	3,06250	-1,01308	1,62046	0,26171
5	3,00000	3,06250	3,03125	-1,01308	0,26171	-0.38585
6	3,03125	3,06250	3,04688	-0,38585	0,26171	-0.06465
7	3,04688	3,06250	3,05469	-0,06465	0,26171	0,09788
8	3,04688	3,05469	3,05078	-0,06465	0,09788	0,01645
9	3,04688	3,05078	3,04883	-0,06465	0,01645	-0.02414
10	3,04883	3,05078	3,04980	-0,02414	0,01645	-0,00386
11	3,04980	3,05078	3,05029	-0,00386	0,01645	0,00629
12	3,04980	3,05029	3,05005	-0,00386	0,00629	0,00122
13	3,04980	3,05005	3,04993	-0,00386	0,00122	-0,00132
14	3,04993	3,05005	3,04999	-0,00132	0,00122	-0,00005
15	3,04999	3,05005	3,05002	-0,00005	0,00122	0,00058
16	3,04999	3,05002	3,05000	-0,00005	0,00058	0,00027
17	3,04999	3,05000	3,05000	-0,00005	0,00027	0,00011
18	3,04999	3,05000	3,04999	-0,00005	0,00011	0,00003
19	3,04999	3,04999	3,04999	-0,00005	0,00003	-0,00001
20	3,04999	3,04999	3,04999	-0,00001	0,00003	0,00001
21	3,04999	3,04999	3,04999	-0,00001	0,00001	-0,00000
22	3,04999	3,04999	3,04999	-0,00000	0,00001	0,00000
23	3,04999	3,04999	3,04999	-0,00000	0,00000	0,00000
24	3,04999	3,04999	3,04999	-0,00000	0,00000	-0,00000

Dengan demikian, akar persamaan dari $e^x - \ln x = 20$ hingga 5 digit di belakang koma adalah x = 3,04999.

(f) $10^x - 1 \ (x_0 = 0; \text{ s.d. 4 digit})$ Penyelesaian:

iterasi	x_1	x_2	x_3	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$
1	-0,5000	1,5000	0,5000	-0,6838	30,6228	2,1623
2	-0,5000	0,5000	0,0000	-0,6838	2,1623	0,0000

Dengan demikian, akar persamaan $10^x - 1$ hingga 4 digit di belakang koma adalah x = 0,0000;