# Organizatorzy: Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu Wydział Matematyki i Informatyki Oddział Kujawsko-Pomorski Polskiego Towarzystwa Informatycznego Centrum Kształcenia Ustawicznego TODMiDN w Toruniu

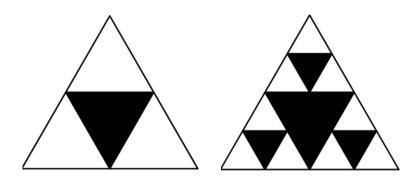
				1	Arkusz	z I							
Czas j	pracy: 60 minut				Liczba	a punl	ctów (	do uzy	skani	a: <b>15</b>			
Instr	ukcja dla zdającego												
1.	Sprawdź, czy arkus przewodniczącemu							dania	1 – 3)	. Ewe	entu	alny	brak zgło
2.	Rozwiązania i odpo	wiedzi z	zamieś	ć w n	niejscu	na to	przez	naczo	nym.				
3.	Pisz czytelnie. Użyv	vaj dług	opisu/	pióra	tylko	z czar	nym t	uszem	/atrar	nente	m.		
4.	Nie używaj korekto	ra, a błę	dne za	pisy v	wyraźr	nie prz	ekreś	l.					
5.	Pamiętaj, że zapisy	w brudr	opisie	nie p	odlega	ają oce	nie.						
6.	Wpisz poniżej zade kompilator języka p								nin śro	odow	isko	kom	nputerow
7.	Jeżeli rozwiązanien siebie notacji: listy egzamin												
 Dane	uzupełnia uczeń:												
WYB	RANE:		•••		(środo	owisk	o)	······					
			•••	•••••	(kom	pilato	···········						
			•••	•••••	(prog	ram u	żytko	wy)					
DEĞT								_			_		
PESE	LL:												
	<u> </u>	1	<u> </u>		1	<u>                                     </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	_		
Klasa	:	1	1										

# Zadanie 1. Test (0-5)

Oceń, czy poniższe zdania są prawdziwe. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli zdanie jest fałszywe. W każdym zadaniu uzyskasz punkt, jeśli poprawnie odpowiesz na wszystkie jego części.

## Zadanie 1.1. (0–1)

Poniżej jest pokazany Trójkąt Sierpińskiego stopnia 1 i otrzymany z niego Trójkąt Sierpińskiego stopnia 2. Ten drugi trójkąt ilustruje, jak powstają kolejne Trójkąty Sierpińskiego – w każdy biały trójkąt jest wpisywany odpowiednio zmniejszony trójkąt nr 1.



Ile białych i czarnych trójkątów zawiera Trójkąt Sierpińskiego stopnia k?

$3k  ext{ (biale)} + 3k  ext{ (czarne)}$	P	F
$3^2k$ (białe) + 1+3 $k$ (czarne)	P	F
$3^k$ (białe) + $(3^k-1)/2$ (czarne)	P	F
$3^k$ (białe) + 1+3 $k$ (czarne)	P	F

# Zadanie 1.2. (0-1)

Ciąg liczb 10, 0, 3, 7, 8, 5, 4 poddano sortowaniu przez proste wybieranie w porządku niemalejącym. Poniżej widoczne są postaci tego ciągu po dwóch kolejnych etapach tego sortowania.

0, 10, 3, 7, 8, 5, 4

0, 3, 10, 7, 8, 5, 4

Wskaż kolejne wyrazy tego ciągu po trzecim etapie:

0, 3, 7, 10, 8, 5, 4	P	F
0, 3, 4, 7, 8, 5, 10	P	F
0, 3, 4, 10, 7, 8, 5	P	F
0, 3, 4, 5, 10, 7, 8	P	F

## Zadanie 1.3. (0–1)

Wskaż zdania prawdziwe i zdania fałszywe. Wyrażenie ONP zapisane w postaci (argumentami w tych wyrażeniach są pojedyncze cyfry):

3 2 + 1 *	ma wartość 5	P	F
24+3*1+	odpowiada zapisowi (2 + 4) * 3 + 1	P	F
21+31+*	odpowiada zapisowi 2+1+3*1	P	F
22*2+	ma wartość 8	P	F

## Zadanie 1.4. (0-1)

Adres MAC jest 48-bitową liczbą zapisywaną heksadecymalnie (szesnastkowo). Czasami można się spotkać z określeniem, że adres MAC jest 6-bajtowy, ponieważ 1 bajt to 8 bitów, więc 6 bajtów odpowiada 48 bitom. Pierwsze 24 bity liczby oznaczają producenta karty sieciowej, pozostałe 24 bity są unikatowym identyfikatorem danego egzemplarza karty. Na przykład adres **00:0A:E6:3E:FD:E1** oznacza, że karta została wyprodukowana przez Elitegroup Computer System Co. (definicja za wikipedia.pl)

Który z przedstawionych poniżej adresów MAC w postaci 48 bitowych słów wskazuje, że pochodzi z Elitegroup Computer System Co (zgodnie z przedstawioną definicją):

00000000 00001010 11100110 0011 1110 111111	P	F
00000000 00001010 11100111 0011 1110 111111	P	F
10000000 00001010 11100110 0011 1110 111111	P	F
00000000 00001010 11100110 1111 1111 111111	P	F

# **Zadanie 1.5.** (0–1)

Ponieważ kod ASCII jest 7-bitowy, a większość komputerów operuje na 8-bitowych bajtach, dodatkowy bit można wykorzystać na powiększenie zbioru kodowanych znaków do 256 symboli. Załóżmy, że nie mamy do dyspozycji kodów ASCII. Co najmniej ile bitowe kody są potrzebne do zakodowania pięciu symboli różnymi kodami jednakowej długości?

4	P	F
3	P	F
2	Р	F
1	P	F

	Numer zadania	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	Suma
Wypełnia egzaminator	Maksymalna liczba punktów	1	1	1	1	1	5
	Uzyskana liczba punktów						

## Zadanie 2. Gra (0-5)

Jaś i Małgosia postanowili zagrać w grę o liczbach. Zasady gry są proste:

- na stole znajduje się 10 różnych żetonów z wartościami od 1 do 10;
- gracze naprzemiennie wykonują po jednym ruchu: zabranie wybranego żetonu do swojej puli;
- celem gry jest takie dobieranie żetonów do swojej puli, żeby nie przekroczyć sumy punktów równej 25;
- gracz, który w dowolnym momencie uzyska sumę punktów większą od 25, natychmiast przegrywa i gra się kończy.

Ponieważ Jaś i Małgosia są początkującymi graczami, postanowili najpierw przyjrzeć się następującym strategiom gry:

- Strategia A: zawsze wybieraj żeton o maksymalnej wartości.
- Strategia B: zawsze wybieraj żeton o minimalnej wartości.

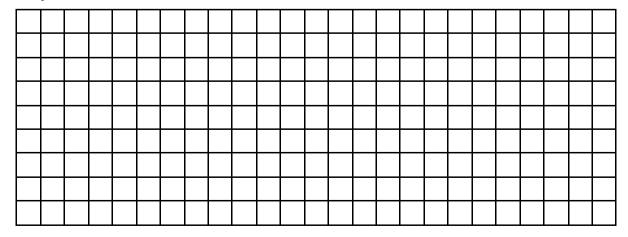
Przykład: Jaś i Małgosia używają strategii A. Jaś zaczyna jako pierwszy i bierze żeton o wartości 10. Następnie Małgosia zabiera ten o wartości 9. Teraz Jaś bierze 8, a następnie Małgosia bierze 7. Ponownie Jaś bierze 6, a Małgosia 5. Teraz, zgodnie ze strategią, Jaś bierze żeton o wartości 4, tym samym przegrywając grę, ponieważ suma jego punktów wynosi 28 (10+8+6+4).

## Zadanie 2.1. (0-1)

Uzupełnij tabelkę. Jaś zawsze wykonuje pierwszy ruch. Punkty zliczamy w momencie, w którym jeden z graczy przegrywa i gra się kończy.

Strategia Jasia	Strategia Małgosi	Punkty Jasia	Punkty Małgosi	Zwycięzca
A	A	28 (10+8+6+4)	21 (9+7+5)	Małgosia
В	В			
A	В			
В	A			

Miejsce na obliczenia.



Po przyjrzeniu się efektom strategii Jaś i Małgosia zauważyli, że dla gracza rozpoczynającego rozgrywkę tylko jedna ze strategii może przynieść mu wygraną.

## Zadanie 2.2. (0-1)

W wybranej przez siebie notacji (pseudokod, lista kroków, kod w wybranym języku programowania) napisz dwie funkcje: **stratA(zetony, n)** oraz **stratB(zetony, n)**, które dla podanej tablicy aktualnie pozostałych na planszy żetonów oraz ich ilości **n** zwrócą wartość kolejnego żetonu, który należy zabrać zgodnie ze strategią A dla funkcji **stratA**, lub zgodnie ze strategią B dla funkcji **stratB**.

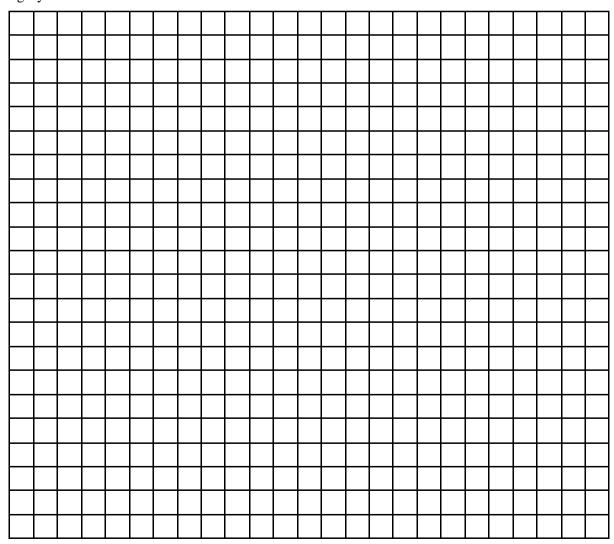
Specyfikacja:

Dane: zetony – tablica liczb całkowitych zawierająca wartości żetonów aktualnie pozostałych na planszy

*n* − liczba żetonów w tablicy

Wynik: z – wartość kolejnego żetonu do zabrania, zgodnie ze strategią

#### Algorytm



# Zadanie 2.3. (0–3)

Wykorzystując napisane w punkcie 2.2 funkcje napisz program, w wybranej przez siebie notacji (pseudokod, lista kroków, kod w wybranym języku programowania), który dla podanych przyjętych strategii obu graczy obliczy, który z nich jest zwycięzcą.

# Uwaga:

W programie możesz użyć funkcji usun(tab, w), która z tablicy tab usuwa element o wartości w.

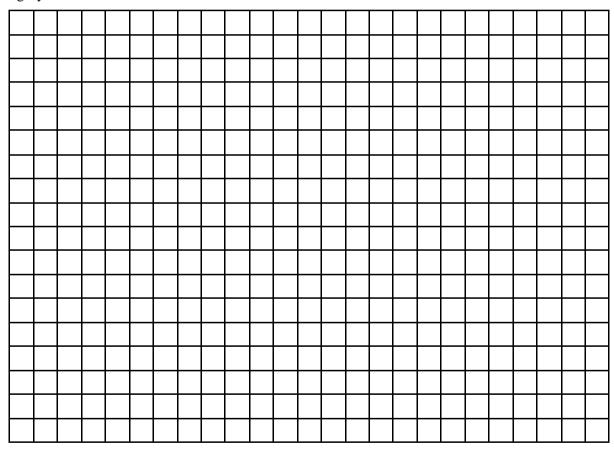
# Specyfikacja:

Dane: Strategia Jasia: znak 'A' lub znak 'B'

Strategia Małgosi: znak 'A' lub znak 'B'

Wynik: Zwycięzca: tekst "Jaś" lub "Małgosia"

# Algorytm



Wypełnia egzaminator	Numer zadania	2.1	2.2	2.3
	Maksymalna liczba punktów	1	1	3
	Uzyskana liczba punktów			

## Zadanie 3. Tablica (0-6)

Dana jest tablica o N wierszach i M kolumnach liczb całkowitych  $a_{i,j}$ , gdzie i oznacza numer wiersza, zaś j numer kolumny. Każdy z N wierszy tablicy jest posortowany niemalejąco, tzn. dla dowolnego i

$$a_{i,1} \le a_{i,2} \le \ldots \le a_{i,M}$$
.

## Zadanie 3.1. (0-1)

Uzupełnij specyfikację przedstawionego poniżej algorytmu.

#### Dane:

N, M – liczby całkowite, dodatnie

 $A = [a_{i,j}]$  — tablica  $N \cdot M$  liczb całkowitych, nieujemnych o N wierszach i M kolumnach

Wynik:

x -.....

# Algorytm:

Krok 1. Rozpocznij algorytm.

**Krok 2.**  $x \leftarrow 0$ 

**Krok 3.** Dla i  $\leftarrow$  1, 2, ..., N wykonuj Kroki 4-6:

**Krok 4.** Jeśli  $a_{i,1}$  mod 2 = 0 to wykonaj Kroki 5-6:

**Krok 5.** Dla j  $\leftarrow$  1, 2, ..., M wykonuj Krok 6:

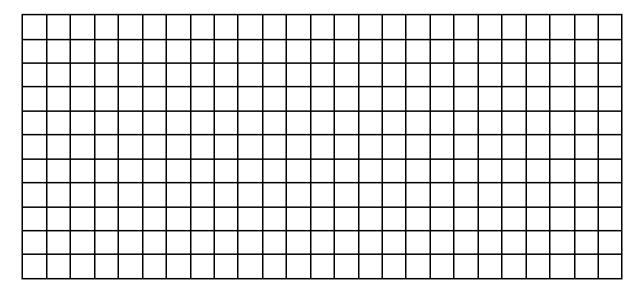
**Krok 6.**  $x \leftarrow x + 1$ 

**Krok 7.**  $x \leftarrow x \operatorname{div} M$ 

Krok 8. Wypisz x jako wynik i zakończ algorytm.

Uwaga: W tym algorytmie div oznacza dzielenie całkowite, mod oznacza resztę z dzielenia.

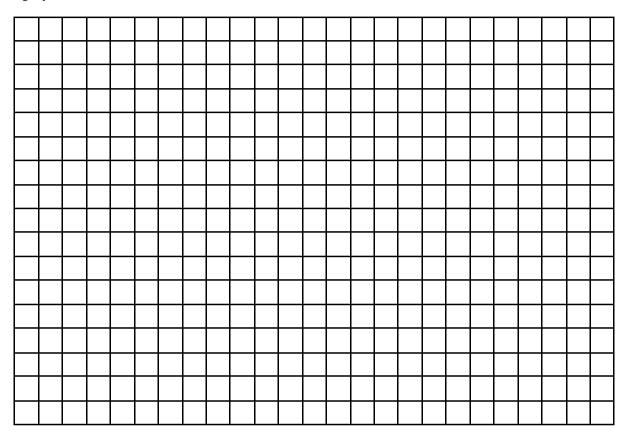
Miejsce na obliczenia



# Zadanie 3.2. (0–2)

Złożoność opisanego powyżej algorytmu to O(NM). Zapisz algorytm, w wybranej przez siebie notacji, zgodny z tą samą specyfikacją, lecz działający w czasie O(N).

## Algorytm



# Zadanie 3.3. (0–3)

**Załóżmy dodatkowo, że liczby w każdym wierszu są parami różne.** Zaproponuj algorytm, działający w czasie  $O(N \log M)$ , rozwiązujący problem zadany poniższą specyfikacją. Za algorytm rozwiązujący poniższy problem, lecz o większej złożoności, otrzymasz mniejszą liczbę punktów.

#### Dane:

N, M – liczby całkowite, dodatnie

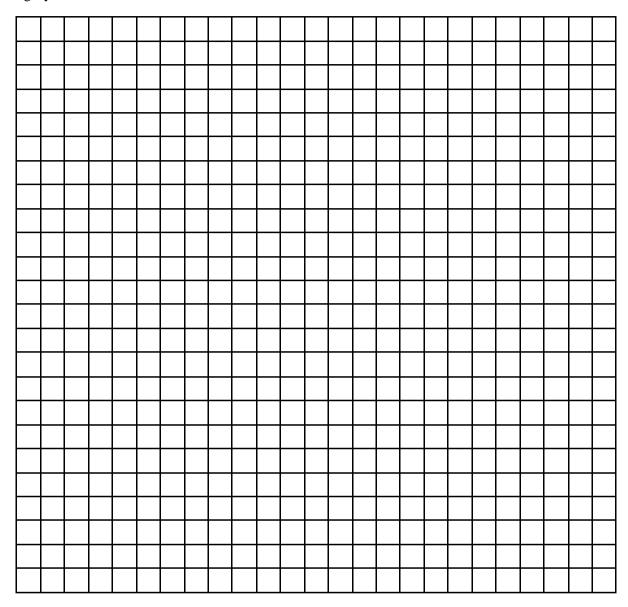
 $A=[a_{i,j}]$  – tablica  $N\cdot M$  liczb całkowitych, nieujemnych o N wierszach i M kolumnach o posortowanych rosnąco wierszach

x — liczba całkowita, nieujemna

## Wynik:

L – liczba wystąpień x w tablicy A

# Algorytm



Wypełnia	Numer zadania	3.1	3.2	3.3
egzaminator				
	Maksymalna liczba punktów	1	2	3
	Uzyskana liczba punktów			
	V F			

# BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)