

# Raport - Zadanie numeryczne 9

Grzegorz Janysek

23 stycznia 2022

## 1 Wstęp teoretyczny

## 2 Wstęp teoretyczny

Funkcja rzeczywista ciągła na przedziale  $[a; b]$  przyjmuje wszystkie wartości należące do tego przedziału. Korzystając z tego faktu, oraz wybierając  $a$  i  $b$  tak żeby znak funkcji  $f$  w tych punktach był różny, mamy pewność, że

$$\exists c \in [a; b] : f(c) = 0 \quad (1)$$

Innymi słowy  $f$  ma co najmniej jeden pierwiastek w przedziale  $[a; b]$ .

### 2.1

Na tym rozumowaniu opierają się metody reguła fałsi i bisekcji, służące znajdowaniu pierwiastków funkcji. Są to metody iteracyjne, opierające się na zawężaniu przedziału  $[a; b]$  zachowując przy tym różne znaki funkcji na krańcach tego przedziału. W obu metodach sprawdzany jest znak wybranego punktu  $c \in [a; b]$ . Jeśli znak  $f(c)$  jest taki sam jak  $f(a)$  to  $c$  staje się nowym  $a$ . W przeciwnym wypadku  $c$  staje się nowym  $b$ . Metody rozróżnia sposób wyboru  $c$ . Dla reguła fałsi jest to pierwiastek prostej przeprowadzonej przez  $f(a)$  i  $f(b)$ :

$$c = \frac{f(a)b - f(b)a}{f(a) - f(b)} \quad (2)$$

Natomiast dla metody bisekcji jest to średnia arytmetyczna  $a$  i  $b$ :

$$c = f\left(\frac{a+b}{2}\right) \quad (3)$$

### 2.2

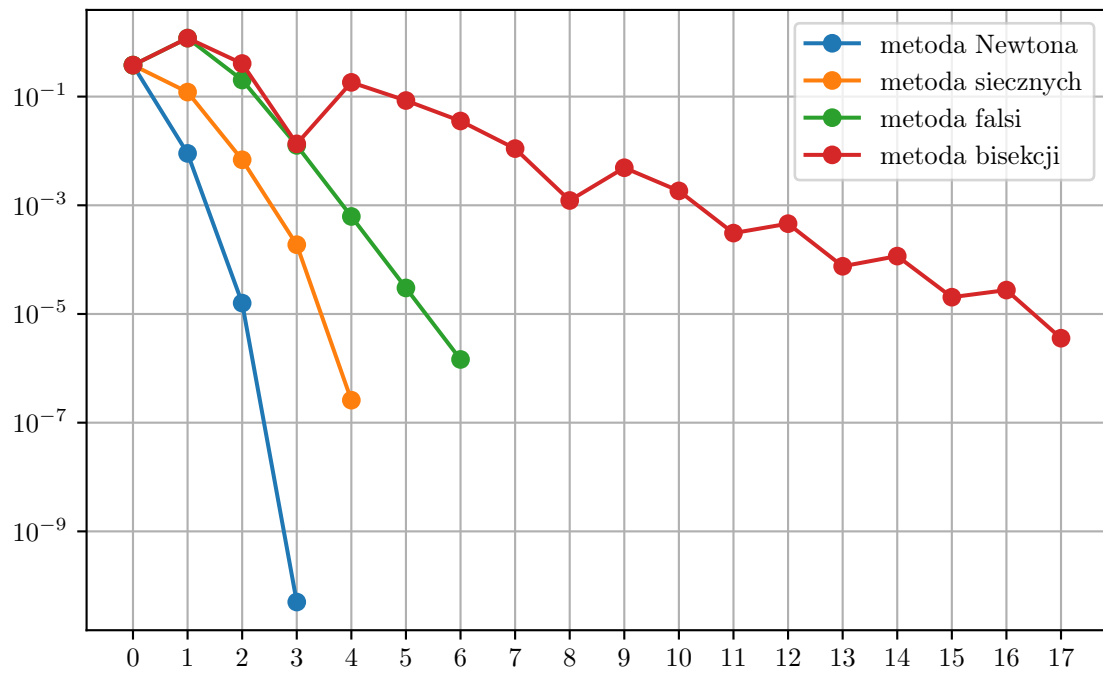
Inną strategię reprezentują metoda Newtona i metoda siecznych. Nie gwarantują one zbieżności, ale nie wymagają znajomości przedziału na którym funkcja zmienia znak. Metoda Newtona uzyskuje następne przybliżenie znajdując pierwiastek prostej będącej styczną do funkcji  $f$  w poprzednim punkcie. Wymaga ona znajomości  $f'$ :

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})} \quad (4)$$

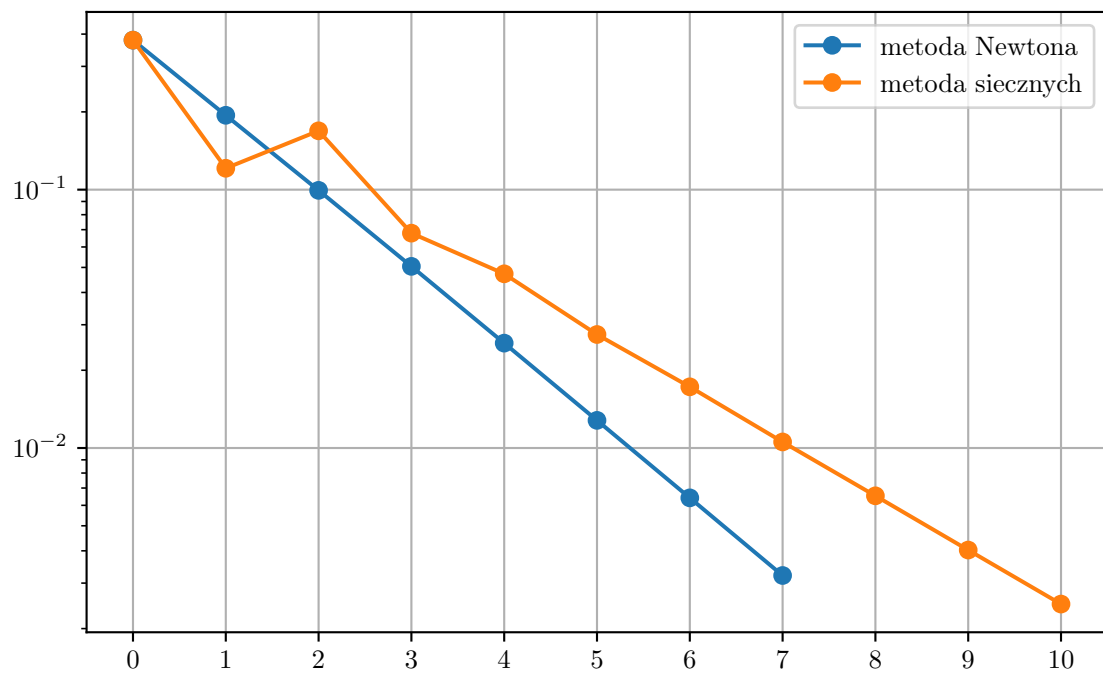
Metoda siecznych działa analogicznie, jednak nie wymaga  $f'$ , a prostą jest sieczna oparta na wartościach funkcji w dwóch poprzednich iteracjach:

$$x_n = \frac{f(x_{n-2})x_{n-1} - f(x_{n-1})x_{n-2}}{f(x_{n-2}) - f(x_{n-1})} \quad (5)$$

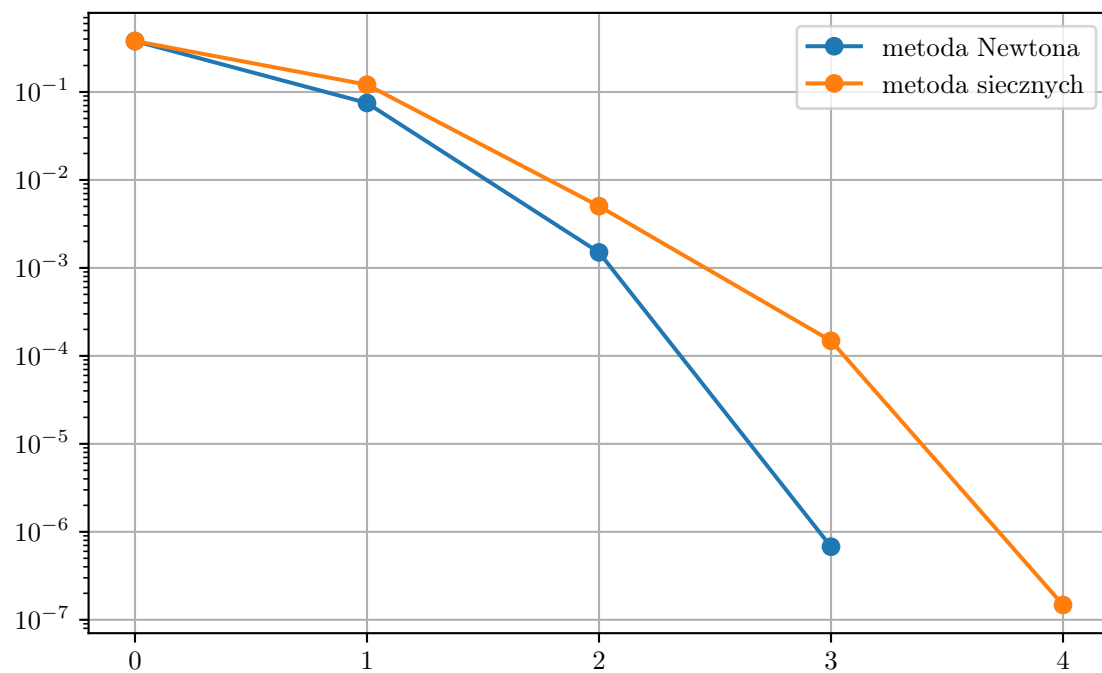
### 3 Wyniki



Rysunek 1: aa?



Rysunek 2: aa?



Rysunek 3: aa?

## 4 Podsumowanie