Raport - Zadanie numeryczne 8

Grzegorz Janysek

22 stycznia 2022

1 Wstęp teoretyczny

Celem całkowania numerycznego jest obliczenie zadanej istniejącej całki w efektywny sposób i ze znanym określonym błędem. Aby to osiągnąć można przyjąć strategie przybliżania fragmentów funkcji całkowanej f za pomocą funkcji g, tj. interpolować f za pomocą g. Funkcje interpolującą g dobiera się tak aby jej całkę dało się łatwo wyznaczyć analitycznie.

1.1

Całkę na każdym przedział całkowania $[a; x_1], [x_1; x_2] \cdots [x_n; b]$ można przybliżyć całką z wielomianu interpolacyjnego Lagrange'a na tym przedziale. Sum ich wartości będzie całkowita wartość przybliżenia numerycznego całki $\int_a^b f(x)dx$. Uzyskujemy w ten sposób metodę kwadratur Newtona-Cotesa. W zależności od doboru stopnia wielomianów interpolacyjnych otrzymujemy następujące kwadratury, odpowiadające kolejno stopniom wielomianów od 1 do 4:

$$\text{Metoda trapezów:} \quad \int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{2}(f_0 + f_1) \tag{1}$$

$$\text{Metoda Simpsona:} \quad \int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{6}(f_0 + 4f_1 + f_2) \tag{2}$$

$$\text{Metoda 3/8:} \quad \int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{8}(f_0 + 3f_1 + 3f_2 + f_3) \tag{3}$$

$$\text{Metoda Milne'a} \quad \int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{90}(7f_0 + 32f_1 + 12f_2 + 32f_3 + 7f_4) \tag{4}$$

2 Wyniki

3 Podsumowanie