Raport - Zadanie numeryczne 9

Grzegorz Janysek

23 stycznia 2022

1 Wstęp teoretyczny

2 Wstęp teoretyczny

Funkcja rzeczywista ciągła na przedziale $[a; b]$ przyjmuje wszystkie wartości należące do tego przedziału. Korzystając z tego faktu, oraz wybierając a i b tak żeby znak funkcji f w tych punktach był różny, mamy pewność, że

$$\exists\, c \in [a; b] : f(x) = 0 \tag{1}$$

Innymi słowy f ma co najmniej jeden pierwiastek w przedziale $[a; b]$.

2.1

Na tym rozumowaniu opierają się metody reguła falsi i bisekcji, służące znajdywaniu pierwiastków funkcji. Są to metody iteracyjne, opierające się na zawężaniu przedziału $[a; b]$ zachowując przy tym różne znaki funkcji na krańcach tego przedziału. W obu metodach sprawdzany jest znak wybranego punktu $c \in [a; b]$. Jeśli znak $f(c)$ jest taki sam jak $f(a)$ to c staje się nowym a. W przeciwnym wypadku c staje się nowym b. Metody rozróżnia sposób wyboru c. Dla regula falsi jest to pierwiastek prostej przeprowadzonej przez f(a) i f(b):

$$c = \frac{f(a)b - f(b)a}{f(a) - f(b)} \tag{2}$$

Natomiast dla metody bisekcji jest to średnia arytmetyczna a i b:

$$c = f\left(\frac{a+b}{2}\right) \tag{3}$$

2.2

Inną strategię reprezentują metoda Newtona i metoda siecznych. Nie gwarantują one zbieżności, ale nie wymagają znajomosci przedziału na którym funkcja zmienia znak. Metoda Newtona uzyskuje następne przybliżenie znajdując pierwiastek prostej będącej styczną do funkcji f w poprzednim punkcie. Wymaga ona znajomości f':

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})} \tag{4}$$

Metoda siecznych działa analogicznie, jednak nie wymaga f', a prostą jest sieczna oparta na wartościach funkcji w dwóch poprzednich iteracjach:

$$x_n = \frac{f(x_{n-2})x_{n-1} - f(x_{n-1})x_{n-2}}{f(x_{n-2}) - f(x_{n-1})} \tag{5}$$

3 Wyniki

4 Podsumowanie