Raport - Zadanie numeryczne 4

Grzegorz Janysek

28 listopada 2021

1 Wstęp teoretyczny

1.1

Rozwiązując problem $y = A^{-1}b$, w celu przyspieszenia obliczeń i zmniejszenia zużyciu zasobów, chcemy wykożystać strukturę A. Jeżeli jesteśmy w stanie przedstawić problem jako:

$$y = (B + uv^T)^{-1}b \qquad \text{gdzie} \qquad A = B + uv^T \tag{1}$$

w taki sposób że złożność faktoryzacji B jest mniejsza od złożności faktoryzacji A, możemy wykożystać wzór Shermana-Morrisona:

$$(B + uv^T)^{-1} = B^{-1} - \frac{B^{-1}uv^T B^{-1}}{1 + v^T B^{-1}u} \tag{2}$$

Podstawiając do (1) otrzymujemy

$$y = \left(B^{-1} - \frac{B^{-1}uv^T B^{-1}}{1 + v^T B^{-1}u}\right) b \tag{3}$$

$$y = B^{-1}b - \frac{B^{-1}uv^T B^{-1}b}{1 + v^T B^{-1}u} \tag{4}$$

Zauważmy teraz że B występuje tylko w postaci B^{-1}. Nie chcemy explicite obliczać odwrotności B. To czego potrzebujemy to $B^{-1}b$ oraz $B^{-1}u$.

$$p = B^{-1}b \qquad q = B^{-1}u \tag{5}$$

$$y = p - \frac{qv^T p}{1 + v^T q} \tag{6}$$

Problem sprowadza się więc do znalezienia faktoryzacji B w celu obliczenia p i q.

2 Wyniki

3 Podsumowanie