Zad. 1

Zmierzono trzykrotnie, stosując czasy pomiaru t_t=60, 120, 420 s, liczbę fotonów promieniowania g emitowanych z izotopu ^{57}Co i uzyskano liczby zliczeń: N_t = 71, 113, 438 imp. Bieg własny aparatury zmierzono w czasie t_b = 1800 s i uzyskano liczbę zliczeń N_b=177 imp. Przyjmując, że wydajność detekcji promieniowania wynosi h = 15%, wyznaczyć:

1) aktywność izotopu oraz niepewność (błąd przypadkowy) pomiaru aktywności w [Bq],
2) aktywność izotopu oraz niepewność (błąd przypadkowy) pomiaru aktywności w [Bq] przy założeniu, że dostępny jest tylko pierwszy z trzech pomiarów N_t (tzn. t_t=60 s, N_t=71 imp.)

1) Pomiar wielokrotny

Użyta metoda: sumowanie liczby zliczeń i czasów pomiaru.

Częstość zliczeń:

$$r_t = \frac{N_1 + N_2 + N_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{71 + 113 + 438}{60 + 120 + 420} = 1{,}0367$$

$$r_b = \frac{N_b}{t_b} = 0{,}0983$$

$$r = r_t - r_b = 1{,}0367 - 0{,}0983 = 0{,}9383 \frac{imp}{s}$$

Niepewność pomiaru częstości zliczeń:

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{r_t}{t_t} + \frac{r_b}{t_b}} = \sqrt{\frac{r_t}{t_1 + t_2 + t_3} + \frac{r_b}{t_b}} = \sqrt{\frac{1{,}0367}{60 + 120 + 420} + \frac{0{,}0983}{1800}} = 0{,}042219 \frac{imp}{s}$$

Aktywność:

$$A = \frac{r \pm \sigma_r}{\eta} = \frac{0{,}9383 \pm 0{,}042219}{0{,}15} = 6{,}255555 \pm 0{,}28146 = \mathbf{6{,}26 \pm 0{,}28}\ [\boldsymbol{Bq}]$$

2) Pomiar pojedynczy

Częstość zliczeń:

$$r = r_t - r_b = \frac{N_1}{t_1} - \frac{N_b}{t_b} = \frac{71}{60} - \frac{177}{1800} = 1{,}085\,\frac{imp}{s}$$

Niepewność(błąd przypadkowy):

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{r_1}{t_1} + \frac{r_b}{t_b}} = \sqrt{\frac{71}{60^2} + \frac{177}{1800^2}} = 0{,}1406301954\,\frac{imp}{s}$$

Aktywność:

$$A = \frac{r \pm \sigma_r}{\eta} = \frac{1{,}085 \pm 0{,}1406301954}{0{,}15} = 7{,}2333333 \pm 0{,}9375346358 = \mathbf{7{,}23} \pm\ \mathbf{0{,}94}\ [\boldsymbol{Bq}]$$

Zad. 2

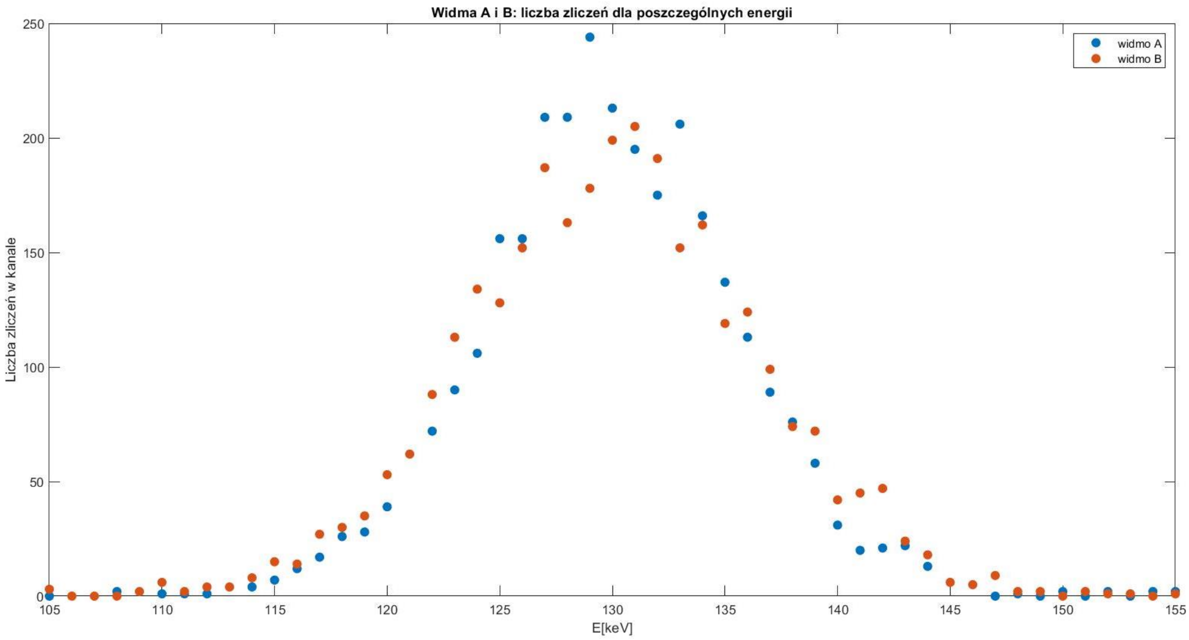
Dla pewnego źródła promieniotwórczego (o monochromatycznym widmie) dwukrotnie zarejestrowano prążek widma spektrometrycznego stosując dwa różne detektory (współpracujące z dedykowanymi torami spektrometrycznymi). Otrzymano wyniki zawarte są w plikach:

widmo3a.dat i widmo3b.dat

(w pierwszej kolumnie energia w [keV], w drugiej liczba zliczeń w kanale). Wyznaczyć dla każdego widma estymatę średniej energii prążka oraz estymatę energetycznej zdolności rozdzielczej spektrometru (FWHM) i podać niepewności tych oszacowań. Przedyskutować różnice w wynikach pomiędzy obydwoma widmami; spróbować wyjaśnić rozbieżności odwołując się do metodyki pomiaru i struktury użytego toru spektrometrycznego.

UWAGA: przy rozwiązywaniu zadań nie odrzucać danych pomiarowych wg. kryterium Chauveneta

Prezentacja danych:



Wyznaczenie estymaty średniej energii prążka opiera się w naszym przypadku na użyciu wzoru:

$$\bar{E} = \frac{1}{N}\sum_i N_i E_i$$

Gdzie:

N – całkowita liczba zliczeń w widmie $N = \sum_i N_i$
N_i – liczba zliczeń w i-tym kanale
E_i – energia i-tego kanału

Dla widma A:

$$N_a = 3003$$

$$\overline{E_a} = 129{,}8971\ [keV]$$

Dla widma B:

$$N_b = 3010$$

$$\overline{E_b} = 129{,}9186\ [keV]$$

Niepewność tego oszacowania określimy, szacując odchylenie standardowe energii prążka oraz odchylenie standardowe średniej z próby:

$$\hat{\sigma} = s = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_i N_i(E_i - \bar{E})^2}$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{E}} = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Dla widma A:

$$s_a = 5{,}7393\ [keV]$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{E}_a} = 0{,}1047\ [keV]$$

Dla widma B:

$$s_b = 6{,}4443\ [keV]$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{E}_b} = 0{,}1175\ [keV]$$

Ostatecznie wartość średniej energii prążka wynosi:

$$E = \bar{E} \pm \hat{\sigma}_{\bar{E}}$$

Dla widma A:

$$\boldsymbol{E_a = \overline{E_a} \pm \hat{\sigma}_{\bar{E}_a} = 129{,}8971 \pm 0{,}1047\ [keV]}$$

Dla widma B:

$$\boldsymbol{E_b = \overline{E_b} \pm \hat{\sigma}_{\bar{E}_b} = 129{,}9186 \pm 0{,}1175\ [keV]}$$

Następnie obliczamy niepewność szacowania odchylenia standardowego z próby:

$$\hat{\sigma}_s = \frac{s}{\sqrt{2(N-1)}}$$

Dla widma A:

$$\hat{\sigma}_{s_a} = 0{,}0741\ [keV]$$

Dla widma B:

$$\hat{\sigma}_{s_b} = 0{,}0831\ [keV]$$

W celu oszacowania energetycznej zdolności rozdzielczej spektrometru korzystamy ze wzoru:

$$FWHM = 2\sqrt{2ln2}(\hat{\sigma} \pm \hat{\sigma}_s) \approx 2{,}35(\hat{\sigma} \pm \hat{\sigma}_s)$$

Dla widma A:

$$\boldsymbol{FWHM_a = 13,4873 \pm 0,1741\ [keV]}$$

Dla widma B:

$$\boldsymbol{FWHM_b = 15,1441 \pm 0,1952\ [keV]}$$

Wnioski:

Otrzymane wyniki pozwalają nam zaobserwować, że wartości otrzymane dla widma B są wyższe od tych dla widma A na przestrzeni całego zadania. Ostateczne wartości średniej energii prążka oraz jej odchylenia są jednak do siebie bardzo zbliżone. Jesteśmy więc w stanie dojść do wniosku, że wykonanie takich pomiarów nie pozwoliło nam na wykrycie znaczących różnic między detektorami.
Można też zauważyć, że wartość FWHM dla widma A jest mniejsza niż ta dla widma B, co pozwala stwierdzić, że detektor w torze pomiarowym A posiada lepszą energetyczną zdolność rozdzielczą. Nie są to duże różnice, ale najprawdopodobniej wynikają z użycia dwóch różnych detektorów.

Skrypt w programie MATLAB używany przy wykonywaniu zadania:

```
%% Wczytanie danych

[filename, pathname] = uigetfile({'*.dat'},'File Selector');
fullpathname = strcat(pathname, filename);
data = load(fullpathname);

%% Szacowanie energii prążka (estymatorem nieobciążonym)

E_i = data(:,1);
N_i = data(:,2);
N = sum(N_i);
E_szac = 1/N*sum(E_i.*N_i);

%% Szacowanie odchylenia standardowego

s = sqrt(1/(N-1)*sum(N_i.*(E_i-E_szac).^2));
s_E = s/sqrt(N);
s_s = s/sqrt(2*(N-1));

%% Obliczenia FWHM

FWHM = 2.35*s;
s_sFWHM = 2.35*s_s;
```