Laboratorium grafiki i multimediów

Teksturowanie

Bartosz Ziemkiewicz

Wydział Matematyki i Informatyki
UMK, Toruń

18 kwietnia 2013

- Teksturowanie to technika stosowana w grafice komputerowej, której celem jest przedstawienie szczegółów powierzchni obiektów za pomocą obrazów bitmapowych (tekstury bitmapowe) lub funkcji matematycznych (tzw. tekstury proceduralne).
- Tekstury niosą informacje o barwie powierzchni, jak również innych parametrach generowanego obrazu, związanych np. z modelem oświetlenia: barwa światła odbitego, rozproszonego, stopień przezroczystości, współczynnik załamania światła itp.
- Tekstury bitmapowe to na ogół zdjęcia powierzchni rzeczywistych przedmiotów (ścian, tkanin, kory drzew, desek, itp.); tekstury proceduralne to parametryzowane wzory generowane programowo, np. szachownica, marmur, drewno, granit, chmury.

Mapowanie tekstur

- Mapowanie tekstury określa w jaki sposób powiązać piksele tekstury (lub wartości funkcji teksturującej) z powierzchnią teksturowanego obiektu.
- Najczęściej teksturowana powierzchnia reprezentowana jest przez siatkę wielokątów (trójkątów lub czworokątów). Możemy wówczas określić współrzędne tekstury dla każdego wierzchołka siatki. Dla pozostałych punktów obiektu współrzędne tekstury wyznaczamy stosując jedną z metod interpolacji.
- Dalej ograniczymy się do problemu teksturowania trójkątów.

- **Problem:** Dane są współrzędne wierzchołków trójkąta

$$A = (x_A, y_A), \qquad B = (x_B, y_B), \qquad C = (x_C, y_C).$$

Oprócz nich mamy teksturę (bitmapę) z zaznaczonymi trzema punktami

$$A^t = (x_A^t, y_A^t), \qquad B^t = (x_B^t, y_B^t), \qquad C^t = (x_C^t, y_C^t).$$

Punkty z bitmapy odpowiadają kolejnym wierzchołkom trójkąta. Jak wyznaczyć punkty bitmapy, odpowiadające pozostałym punktom należącym do trójkąta? Mówiąc nieformalnie jak „włożyć" trójkąt $A^tB^tC^t$ w trójkąt ABC?

Współrzędne barycentryczne

- Współrzędne każdego punktu $P = (x, y)$ należącego do trójkąta ABC możemy przedstawić jako kombinację wypukłą współrzędnych jego wierzchołków

$$P = u \cdot A + v \cdot B + w \cdot C$$

gdzie $u, v, w \in \mathbb{R}$ i $u + v + w = 1$. Z tego ostatniego warunku wynika, że $u = 1 - v - w$ i stąd

$$\begin{aligned} P &= (1 - v - w) \cdot A + v \cdot B + w \cdot C \\ &= A + v(B - A) + w(C - A). \end{aligned}$$

- Rozkładając powyższe równanie na współrzędne x i y otrzymujemy układ równań:

$$\begin{cases} x = x_A + v(x_B - x_A) + w(x_C - x_A) \\ y = y_A + v(y_B - y_A) + w(y_C - y_A) \end{cases}$$

Współrzędne barycentryczne

- Rozwiązując ten układ ze względu na u i v metodą wyznacznikową otrzymujemy, że

$$v = \frac{\begin{vmatrix} x - x_A & x_C - x_A \\ y - y_A & y_C - y_A \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_B - x_A & x_C - x_A \\ y_B - y_A & y_C - y_A \end{vmatrix}} \qquad w = \frac{\begin{vmatrix} x_B - x_A & x - x_A \\ y_B - y_A & y - y_A \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_B - x_A & x_C - x_A \\ y_B - y_A & y_C - y_A \end{vmatrix}}$$

- Trzecią współrzędną możemy oczywiście uzyskać ze wzoru $u = 1 - v - w$. Współrzędne (u, v, w) nazywamy współrzędnymi barycentrycznymi punktu P.
- Wiadomo, że dla każdego punktu z wnętrza trójkąta $0 < u, v, w < 1$. Dla punktów leżących na krawędziach współrzędne te mogą być również równe 0 lub 1. Jeżeli przynajmniej jedna ze współrzędnych nie należy do przedziału $[0, 1]$ to punkt musi leżeć poza trójkątem.

Współrzędne barycentryczne, a teksturowanie

- Załóżmy, że punkt $P = (x, y)$ teksturowanego trójkąta ABC ma współrzędne barycentryczne (u, v, w), tzn. że

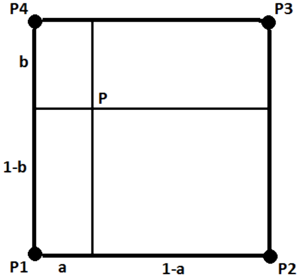
$$x = u \cdot x_A + v \cdot x_B + w \cdot x_C$$
$$y = u \cdot y_A + v \cdot y_B + w \cdot y_C.$$

- Wówczas punktowi P odpowiada punkt $P^t = (x^t, y^t)$ należący do trójkąta z tekstury (trójkąta $A^t B^t C^t$), którego współrzędne dane są wzorami

$$x^t = u \cdot x_A^t + v \cdot x_B^t + w \cdot x_C^t$$
$$y^t = u \cdot y_A^t + v \cdot y_B^t + w \cdot y_C^t.$$

- Oczywiście współrzędne x^t, y^t zazwyczaj nie będą liczbami naturalnymi. Aby określić, który punkt (piksel) z tekstury odpowiada punktowi P możemy po prostu zaokrąglić współrzędne do najbliższej liczby całkowitej. Lepsze efekty uzyskamy jednak stosując tzw. interpolację dwuliniową.

- Załóżmy, że żadna ze współrzędnych punktu P nie jest liczbą całkowitą. Oznacza, to ze punkt ten znajduje się pomiędzy czterema punktami (pikselami) tworzącymi kwadrat o boku długości 1.



Wartość (kolor) punktu P obliczamy korzystając z wzoru

$$\begin{aligned}\mathrm{kol}(P) = {} & b \cdot \left[(1-a)\cdot \mathrm{kol}(P1) + a \cdot \mathrm{kol}(P2)\right] \\ & + (1-b) \cdot \left[(1-a)\cdot \mathrm{kol}(P4) + a \cdot \mathrm{kol}(P3)\right]\end{aligned}$$

Teksturowanie — schemat algorytmu

- Przejdź wierszami po wszystkich pikselach P teksturowanego trójkąta.
- Dla każdego piksela oblicz jego współrzędne barycentryczne.
- Korzystając z tych współrzędnych wyznacz punkt z tekstury odpowiadający przetwarzanemu pikselowi.
- Zastosuj interpolację dwuliniową, aby wyznaczyć wartość (kolor) piksela.
- Zamaluj przetwarzany piksel wyznaczonym kolorem.