

# Sprawozdanie z projektu

Temat projektu:

# Projekcja wielościanów 3 i 4-wymiarowych na płaszczyznę 2 wymiarową, na przykładzie animacji obracającego się teseraktu.

Główne założenia projektu:

Implementacja algorytmu rotacji oraz rzutowania (ortogonalnego i perspektywistycznego) punktów w przestrzeniach 3 i 4-wymiarowych do przestrzeni 2 wymiarowej. Przedstawienie wyniku rzutowania za pomocą biblioteki pozwalającej na naniesienie punktów na płaszczyznę 2d.

#### 1. Temat projektu

Projekcja wielościanów 3 i 4-wymiarowych na płaszczyznę 2 wymiarową, na przykładzie animacji obracającego się teseraktu.

#### 2. Założenia

Implementacja algorytmu rotacji oraz rzutowania (ortogonalnego i perspektywicznego) punktów w przestrzeniach 3 i 4-wymiarowych do przestrzeni 2 wymiarowej. Przedstawienie wyniku rzutowania za pomocą biblioteki pozwalającej na naniesienie punktów na płaszczyznę 2d.

#### 3. Wstęp teoretyczny

#### a) Rzutowanie

Punkty w przestrzeni 3 wymiarowej reprezentowane za pomocą wektora mogą zostać rzutowane na płaszczyznę na wiele sposobów. Sposobami wybranymi przeze mnie jest rzut prostokątny i perspektywiczny.

Rzut prostokątny zaniedbuje zjawisko perspektywy, lecz zachowuje równoległość linii obiektu. Operacja rzutowania może zostać wykonana poprzez przemnożenie wektora przez macierz rzutowania mającą postać:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Rzut perspektywiczny oddaje zjawisko perspektywy, poprzez zmniejszenie rozmiarów obiektu proporcjonalne do współrzędnej Z. Macierz rzutowania jest parametryzowana współrzędną Z oraz odległością kamery od obiektu, i ma postać:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{z-d} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{z-d} & 0 \end{bmatrix}$$

Obie macierze rzutowania mogą zostać uogólnione na wyższe wymiary i przyjmą postacie:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{w-d} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{w-d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{w-d} & 0 \end{bmatrix}$$

#### b) Rotacja

Punkty w przestrzeni 3 wymiarowej mogą zostać obracane względem poszczególnych osi poprzez przemnożenie przez macierze:

$$R_x( heta) = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \ 0 & \cos heta & -\sin heta \ 0 & \sin heta & \cos heta \end{bmatrix}$$
  $R_y( heta) = egin{bmatrix} \cos heta & 0 & \sin heta \ 0 & 1 & 0 \ -\sin heta & 0 & \cos heta \end{bmatrix}$   $R_z( heta) = egin{bmatrix} \cos heta & -\sin heta & 0 \ \sin heta & \cos heta & 0 \ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 

https://en.wikipedia.org/wiki/Rotation\_matrix

Uogólnienie powyższych macierzy na 4 wymiar pozwoliłoby nam uzyskać między innymi macierz rotacji względem płaszczyzny XY:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & cos\theta & -sin\theta \\ 0 & 0 & sin\theta & cos\theta \end{bmatrix}$$

Możliwe jest jednak wykonanie rotacji względem środka układu współrzędnych. Rotacja ta nosi miano rotacji podwójnej i opisuje ją macierz:

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0\\ 0 & 0 & \cos\theta & -\sin\theta\\ 0 & 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

# 4. Algorytm

Zastosowanie powyższych przekształceń pozwoli na:

- 1) obrót teseraktu w przestrzeni 4 wymiarowej
- 2) zrzutowanie teseraktu na przestrzeń 3 wymiarową
- 3) obrót w przestrzeni 3 wymiarowej
- 4) zrzutowanie na przestrzeń 2 wymiarową
- 5) naniesienie punktów na ekran

#### 5. Implementacja

W celu realizacji opisanego problemu, zaimplementowałem funkcje wykonujące:

- Mnożenie macierzy odpowiedzialna za wykonanie rotacji i projekcji
- Skalowanie macierzy odpowiedzialna głównie za przekształcenie macierzy rzutu prostokątnego w macierz rzutu perspektywicznego
- Zapełnienie macierzy zerami przygotowanie pustych macierzy
- Zapełnienie macierzy jednostkowej przygotowanie macierzy rotacji
- Zapełnienie macierzy rzutu prostokątnego
- Zapełnienie macierzy rotacji
- Zapełnienie macierzy podwójnej rotacji

### 6. Analiza obciążenia

Za pomocą narzędzia Performance Profiler środowiska Visual Studio porównałem obciążenie procesora poprzez poszczególne funkcje. Interesującym faktem jest to, że duża część obciążenia wynika z pracy GUI, a kolejnym istotnym obciążeniem są operacje korzystające z operatora new i delete - tworzenie i kopiowanie macierzy. Wynika to z faktu, że każde rzutowanie i rotacja tworzy nowy punkt, zamiast modyfikować istniejący. Obciążenie CPU wynikające z realizacji wyżej wymienionego algorytmu zaznaczyłem kolorem żółtym.

| Function Name   | Total CPU [ms, %] ▼ | Self CPU [ms, %] | Module          |
|---|---------------------|------------------|-----------------|
| ∠ Projector4d.exe (PID: 11948)  | 39590 (100.00%)     | 39590 (100.00%)  | Projector4d.exe |
| _scrt_common_main_seh   | 28117 (71.02%)      | 0 (0.00%)        | Projector4d.exe |
| WinMain   | 11193 (28,27%)      | 29 (0.07%)       | Projector4d.exe |
| operator new  | 3412 (8.62%)        | 96 (0.24%)       | Projector4d.exe |
| Matrix::copy  | 3214 (8.12%)        | 527 (1.33%)      | Projector4d.exe |
| Canvas::draw2dMesh  | 2468 (6.23%)        | 64 (0.16%)       | Projector4d.exe |
| operator delete   | 2249 (5.68%)        | 138 (0.35%)      | Projector4d.exe |
| std::_Uninitialized_copy <vector2d *,std::allocator<vector2d="" *,vector2d=""> &gt;</vector2d>  | 2090 (5.28%)        | 136 (0.34%)      | Projector4d.exe |
| std::vector <vector4d,std::allocator<vector4d> &gt;::vector<vector4d,std::allocator<< td=""><td>1259 (3.18%)</td><td>12 (0.03%)</td><td>Projector4d.exe</td></vector4d,std::allocator<<></vector4d,std::allocator<vector4d> | 1259 (3.18%)        | 12 (0.03%)       | Projector4d.exe |
| std::vector <vector2d,std::allocator<vector2d> &gt;::_Tidy</vector2d,std::allocator<vector2d>   | 1009 (2.55%)        | 72 (0.18%)       | Projector4d.exe |
| IGraphicsEngine::rotateX  | 895 (2.26%)         | 19 (0.05%)       | Projector4d.exe |
| IGraphicsEngine::rotate   | 893 (2.26%)         | 15 (0.04%)       | Projector4d.exe |
| IGraphicsEngine::rotateY  | 873 (2.21%)         | 11 (0.03%)       | Projector4d.exe |
| IGraphicsEngine::rotateW  | 841 (2.12%)         | 17 (0.04%)       | Projector4d.exe |
| IGraphicsEngine::rotateZ  | 833 (2.10%)         | 21 (0.05%)       | Projector4d.exe |
| Canvas::drawLine  | 816 (2.06%)         | 122 (0.31%)      | Projector4d.exe |
| std::vector < Vector4d, std::allocator < Vector4d > >::_Emplace_reallocate < Vector4d >   | 789 (1.99%)         | 15 (0.04%)       | Projector4d.exe |

Wyróżnione powyżej operacje z zakresu interfejsu IGraphicsEngine przeprowadzają rozpakowywanie obiektów geometrycznych na poszczególne wektory punktów, wywołują funkcje z biblioteki .dll, i ponownie pakują otrzymane wektory w obiekty.

Poniżej zamieściłem fragment listy obciążenia z wyróżnionymi poszczególnymi funkcjami biblioteki .dll.

| Function Name   | Total CPU [ms, %] ▼ | Self CPU [ms, %] | Module                |
|---|---------------------|------------------|-----------------------|
| std::vector <vector3d,std::allocator<vector3d> &gt;::_Assign_range<vector3d *=""></vector3d></vector3d,std::allocator<vector3d>   | 543 (1.37%)         | 7 (0.02%)        | Projector4d.exe       |
| multiplyMatrix  | 503 (1.27%)         | 405 (1.02%)      | AsmImplementation.dll |
| Canvas::drawFps   | 448 (1.13%)         | 7 (0.02%)        | Projector4d.exe       |
| AsmGraphicsEngine::rotateW  | 422 (1.07%)         | 22 (0.06%)       | Projector4d.exe       |
| fillRotationMatrix  | 348 (0.88%)         | 137 (0.35%)      | AsmImplementation.dll |
| Mesh3d::Mesh3d  | 326 (0.82%)         | 10 (0.03%)       | Projector4d.exe       |
| AsmImplementations::rotateW   | 318 (0.80%)         | 9 (0.02%)        | AsmImplementation.dll |
| calculateMatrixIndex  | 286 (0.72%)         | 286 (0.72%)      | AsmImplementation.dll |
| AsmGraphicsEngine::rotateY  | 281 (0.71%)         | 13 (0.03%)       | Projector4d.exe       |
| fillIdentityMatrix  | 260 (0.66%)         | 36 (0.09%)       | AsmImplementation.dll |
| AsmGraphicsEngine::rotateZ  | 255 (0.64%)         | 7 (0.02%)        | Projector4d.exe       |
| AsmGraphicsEngine::rotateX  | 249 (0.63%)         | 11 (0.03%)       | Projector4d.exe       |
| std::vector <vector4d,std::allocator<vector4d> &gt;::_Change_array</vector4d,std::allocator<vector4d>   | 225 (0.57%)         | 12 (0.03%)       | Projector4d.exe       |
| AsmGraphicsEngine::project3dPerspective   | 225 (0.57%)         | 13 (0.03%)       | Projector4d.exe       |
| Mesh2d::Mesh2d  | 214 (0.54%)         | 0 (0.00%)        | Projector4d.exe       |
| fillZerosMatrix   | 209 (0.53%)         | 151 (0.38%)      | AsmImplementation.dll |
| AsmImplementations::rotateY   | 202 (0.51%)         | 7 (0.02%)        | AsmImplementation.dll |
| AsmGraphicsEngine::rotate   | 193 (0.49%)         | 15 (0.04%)       | Projector4d.exe       |
| _scprintf   | 186 (0.47%)         | 4 (0.01%)        | Projector4d.exe       |
| _vscprintf_l  | 184 (0.46%)         | 2 (0.01%)        | Projector4d.exe       |
| AsmImplementations::rotateZ   | 170 (0.43%)         | 5 (0.01%)        | AsmImplementation.dll |
| AsmGraphicsEngine::project2dPerspective   | 167 (0.42%)         | 9 (0.02%)        | Projector4d.exe       |
| AsmImplementations::rotateX   | 162 (0.41%)         | 4 (0.01%)        | AsmImplementation.dll |
| fillDoubleRotationMatrix  | 151 (0.38%)         | 67 (0.17%)       | AsmImplementation.dll |
| AsmImplementations::project3dPerspective  | 144 (0.36%)         | 7 (0.02%)        | AsmImplementation.dll |
| std::vector <std::pair<unsigned int="" int,unsigned="">,std::allocator<std::pair<unsigned< td=""><td>. 119 (0.30%)</td><td>41 (0.10%)</td><td>Projector4d.exe</td></std::pair<unsigned<></std::pair<unsigned> | . 119 (0.30%)       | 41 (0.10%)       | Projector4d.exe       |
| AsmImplementations::rotate  | 112 (0.28%)         | 5 (0.01%)        | AsmImplementation.dll |
| std::vector <std::pair<unsigned int="" int,unsigned="">,std::allocator<std::pair<unsigned< td=""><td>. 96 (0.24%)</td><td>12 (0.03%)</td><td>Projector4d.exe</td></std::pair<unsigned<></std::pair<unsigned>  | . 96 (0.24%)        | 12 (0.03%)       | Projector4d.exe       |
| scaleMatrix   | 82 (0.21%)          | 67 (0.17%)       | AsmImplementation.dll |
| std::vector <vector4d,std::allocator<vector4d> &gt;::_Buy</vector4d,std::allocator<vector4d>  | 82 (0.21%)          | 4 (0.01%)        | Projector4d.exe       |
| _free   | 79 (0.20%)          | 79 (0.20%)       | Projector4d.exe       |
| AsmImplementations::project2dPerspective  | 75 (0.19%)          | 6 (0.02%)        | AsmImplementation.dll |
| _vsprintf_s_l   | 73 (0.18%)          | 1 (0.00%)        | Projector4d.exe       |
| sprintf_s   | 73 (0.18%)          | 0 (0.00%)        | Projector4d.exe       |

Jak widać, najwięcej czasu wykorzystuje funkcja mnożenia macierzy, gdyż jest najczęściej wywoływana - za równo przy rotacji, jak i projekcji.

## 7. Opis wybranej funkcji

Postanowiłem opisać działanie funkcji podwójnej rotacji, gdyż jest ona kluczowym elementem tego projektu.

Wykonanie rotacji składa się z dwóch etapów – wypełnienia macierzy rotacji i przemnożenia jej przez wektor punktu.

```
□void AsmImplementations::rotateW(unsigned int cols, unsigned int rows, double* arr, double* outarr, double angle) {
    fillDoubleRotationMatrix(rows, rows, rotateWMatrix, angle);
    multiplyMatrix(rows, rows, rotateWMatrix, cols, rows, arr, outarr);
}
```

Macierz wypełnia procedura fillDoubleRotationMatrix.

Jej wykonanie rozpoczyna się od wywołania procedury wypełniającej macierz jednostkową. Procedura ta zeruje macierz, a następnie iteruje po przekątnej macierzy i wpisuje 64 bitową zmiennoprzecinkową wartość 1.0.

Następnie obliczane są wartości cosinus i sinus konta rotacji, i wpisywane pod odpowiednie adresy tablicy reprezentującej macierz.

```
fillDoubleRotationMatrix
                             cols:
                                         , rows: [
                                                                  ), angle:
                                                      ), arr:
   push arr
   push rows
   call fillIdentityMatrix
   push cols
   call calculateMatrixIndex
   mul [DOUBLE_SIZE]
   fld angle
   push 1
   call calculateMatrixIndex
   mul [DOUBLE_SIZE]
            AL8 PTR [eax], xmm0
   push cols
   push 2
   call calculateMatrixIndex
     1 [DOUBLE STZE]
```

Początkowy fragment procedury fillDoubleRotationMatrix.

```
fillIdentityMatrix proc cols: DWORD, rows: DWORD, arr: DWORD
   push arr
   push rows
  push cols
   call fillZerosMatrix ; fill w/ zeros
   movsd xmm0, [ONE]
   mov ebx, 0
dataloop:
   cmp ebx, cols
    je finished
   push cols
   call calculateMatrixIndex
  mul [DOUBLE_SIZE]
   movsd REAL8 PTR [eax], xmm0 ; get addres ; write one add ebx, 1
    jmp dataloop
finished:
fillIdentityMatrix endp
```

Procedura fillIdentityMatrix.

Przemnożenie macierzy wykonuje procedura multiplyMatrix.

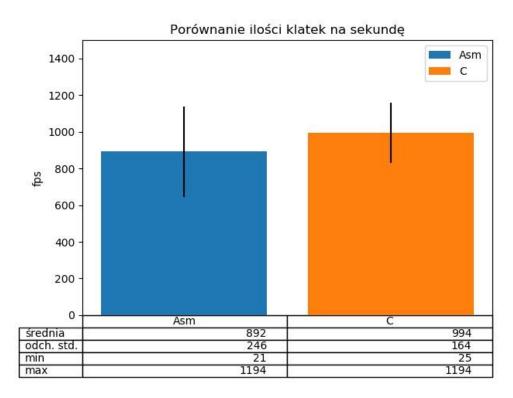
```
multiplyMatrix proc cols1: DWORD, rows1: DWORD, arr1: DWORD, cols2: DWORD, rows2: DWORD, arr2: DWORD, outarr:
   push ebx
    mov ebx, 0
                                         ; initialize row index (iterates over rows of output mat)
rowloop:
   cmp ebx, rows1
                                         ; new matrix has same rows as first mat
    je finished
                                         ; loop is ended
colloop:
   cmp ecx, cols2
    ie rowloopend
    mov edx, 0
depthloop:
   cmp edx, cols1
    je colloopend
    push cols1
                                         ; read element from first matrix
   call calculateMatrixIndex
                                        ; get edx back
    mul [DOUBLE_SIZE]
    add eax, arr1
                                       ; write it to mm0
    push cols2
                                        ; read element from second matrix
    call calculateMatrixIndex
    mul [DOUBLE_SIZE]
    add eax, arr2
                      PTR [eax] ; multiply it to previous value ; aggregate in mm1
    add edx, 1
jmp depthloop
colloopend:
   push cols2
    call calculateMatrixIndex
   mul [DOUBLE_SIZE]
   add eax, outarr
movsd REAL8 PTR
                                    ; write aggregated sum to output matrix 
; increment idx
    add ecx, 1
    jmp colloop
rowloopend:
    add ebx, 1
    jmp rowloop
finished:
multiplyMatrix
```

Operacja mnożenia macierzy wymaga trzykrotnie zagnieżdżonej iteracji, mnożenia oraz sumowania wyniku. Operacje algebraiczne odbywają się przy pomocy rejestrów liczb zmiennoprzecinkowych xmm.

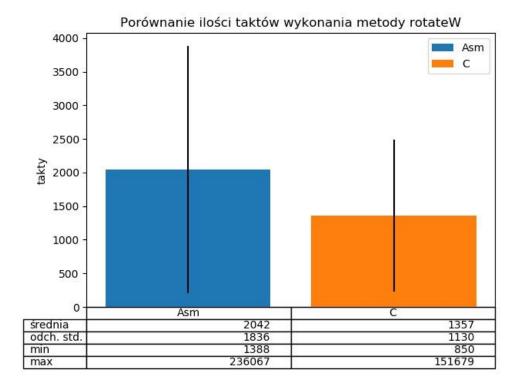
# 8. Porównanie wydajności implementacji w języku asemblera i C

Implementacja w języku asemblera została porównana z implementacją w języku C o identycznej strukturze i działaniu.

Testy zostały wykonane poprzez uruchomienie aplikacji na 60 sekund, pomiar ilości klatek na sekundę oraz ilość taktów potrzebnych na wykonanie funkcji **rotateW**. Wyniki zostały naniesione na wykresy.



Wykres 1. Ilość klatek na sekundę podczas generowania animacji obracającego się teseraktu



Wykres 2. Ilość taktów wykonania funkcji rotateW

Na podstawie powyższych danych jesteśmy w stanie stwierdzić, że implementacja w języku C generuje animację z ilością klatek większą o 11%, a ilość taktów potrzebnych na wykonanie funkcji rotateW jest mniejsza o 43%.

#### 9. Wnioski

Realizacja projektu oraz porównanie wydajności implementacji w języku asemblera i C pozwala wysnuć wiele wniosków. Tworzenie oprogramowania w języku asemblera, pomimo walorów edukacyjnych, prowadzi do powstania kodu o większej objętości i często wymaga poświęcenia większej ilości czasu. W przypadku mojej aplikacji powyższe trudności nie przełożyły się na większą wydajność aplikacji, co mogło być spowodowane lepszą optymalizacją kodu w języku C przez kompilator. Inną interesującą konkluzją płynącą z analizy obciążenia CPU, jest fakt, że kod asemblera odpowiedzialny jest za około 5% wykorzystanego czasu procesora. Pokazuje to, że kolejnym krokiem w celu optymalizacji programu powinna być poprawa wydajności części kodu w języku wyższego poziomu. W przypadku mojego projektu, byłaby to poprawa zarządzania tworzenia i usuwania obiektów macierzy.

## 10. Bibliografia

- http://www.mathaware.org/mam/00/master/essays/dimension/dimen11.html
- <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Orthographic\_projection">https://en.wikipedia.org/wiki/Orthographic\_projection</a>
- <a href="https://ef.gy/linear-algebra:perspective-projections">https://ef.gy/linear-algebra:perspective-projections</a>
- <a href="http://mathworld.wolfram.com/RotationMatrix.html">http://mathworld.wolfram.com/RotationMatrix.html</a>
- https://www.sfml-dev.org/index.php