

Kolokwium 2

Grupa B

Zadanie 1. Niech W^1, W^2 będą dwoma niezależnymi procesami Wienera i niech $\rho \in [0, 1]$. Określmy proces $X_t = \rho W_t^1 + \sqrt{1 - \rho^2} W_t^2$ dla dowolnego $t \geq 0$. Czy proces X jest procesem Wienera?

Zadanie 2. Niech W będzie procesem Wienera. Wyznacz

- gęstość zmiennej losowej $X = 2W(2) + 3W(3) + 4W(4)$,
- prawdopodobieństwo, że $X > 0$.

Zadanie 3. Niech W i N oznaczają odpowiednio proces Wienera i jednorodny proces Poisson z intensywnością λ zdefiniowanymi na tej samej przestrzeni probabilistycznej i niech procesy te będą niezależne. Wyznacz

$$\mathbb{E} (W_1 N_1 (W_2 N_2)^2 + \mathbf{1}_{\{N_4 > N_3 > 2, W_2 < W_3 < 2\}})$$

Zadanie 4. Niech N_t będzie procesem Poissona z intensywnością λ . Znajdź postać funkcji autokorelacji tego procesu

$$A_N(t, s) = \rho(N_t, N_s).$$