

# Procesy stochastyczne

## Zadania numeryczne

### Zasady:

- Celem zadań przede wszystkim jest motywacja do dalszych poszukiwań i badań w zakresie procesów stochastycznych.
- Ilość możliwych punktów do uzyskania za dane zadanie podana jest obok jego numerka.
- Na pełne rozwiązanie składa się opis metody, przeliczony przykład oraz replikowany, działający kod wykorzystany do stworzenia przykładu.
- Implementacja możliwa jest w jednym z języków: C, C++, Python, R, Julia.
- W przypadku wykorzystywania dodatkowych bibliotek wymagane jest podanie wykorzystanej wersji.
- Rozwiązania można nadsyłać do końca semestru.

**Zadanie 1** (15 pkt). *Opisz i na wybranym przykładzie pokaż metodę symulacji niejednorodnego procesu Poissona (non-homogeneous Poisson process).*

**Zadanie 2** (10 pkt). *Opisz i na wybranym przykładzie pokaż metodę symulacji dwuwymiarowego jednorodnego procesu Poissona (two-dimensional homogeneous Poisson process).*

**Zadanie 3** (15 pkt). *Opisz i na przykładzie przedstaw metodę symulacji jednowymiarowego procesu dyfuzji ze skokami (diffusion-jump process).*

**Zadanie 4** (12 pkt). *Opisz i na przykładzie (najlepiej procesu Ornsteina- Uhlenbecka) przedstaw metodę symulacji trajektorii (path) procesu będącego rozwiązaniem stochastycznego równania różniczkowego (stochastic differential equations, SDE).*

**Zadanie 5** (7 pkt). *Zaprezentuj i porównaj metody numerycznego (iteracyjne i nie) wyznaczania rozkładu stacjonarnego dla łańcucha Markowa ze skończoną przestrzenią stanów (stationary distribution of Markov chain). Jeśli to możliwe zaprezentuj graficznie zbieżność rozkładu do rozkładu stacjonarnego.*

### References

- [1] Sheldon M. Ross, *Introduction to Probability Models*, Academic Press, 2019.
- [2] Raghu Pasupathy, *Generating Nonhomogeneous Poisson Processes*, Department of Industrial & Systems Engineering, Virginia Tech.
- [3] Martin Haugh, *Simulating Stochastic Differential Equations*, Monte-Carlo Simulation, Columbia University.
- [4] C.C. Paige, George P.H. Styan, Peter G. Wachter, *Computation of the stationary distribution of a markov chain*, Journal of Statistical Computation and Simulation, 1975.