

**Cyberbezpieczeństwo, Analiza 2**  
**ZESTAW 6**

1. Rozwiń w szereg Fouriera funkcję  $f(x) = e^x$  dla  $x \in \langle -1, 1 \rangle$ .
2. Rozwiń w szereg Fouriera funkcję  $f(x) = |x|$  dla  $x \in \langle -\pi, \pi \rangle$ , a następnie korzystając z tego rozwinięcia znajdź sumę szeregu liczbowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$$

3. Rozwiń w szereg Fouriera funkcję  $f(x) = x$  dla  $x \in (-\pi, \pi)$ , a następnie oblicz sumę szeregu liczbowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

4. Rozwiń w szereg Fouriera funkcję  $f(x) = x^2$  dla  $x \in \langle -\pi, \pi \rangle$ , a następnie oblicz sumy szeregów liczbowych

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$$

5. Rozwiń w szereg Fouriera funkcję

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x \leq 0 \\ x & 0 < x < \pi \end{cases}$$

Narysuj wykres sumy otrzymanego szeregu, a następnie oblicz

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4}$$

**6.** Rozwiń w szereg sinusów funkcję  $f(x) = x(\pi - x)$  dla  $x \in \langle 0, \pi \rangle$  oraz naszkicuj wykres sumy tego szeregu. Następnie korzystając z tego rozwinięcia znajdź sumę szeregu liczbowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$$

**7.** Rozwiń w szereg cosinusów funkcję  $f(x) = \pi^2 - x^2$  dla  $x \in (0, \pi)$  oraz naszkicuj wykres sumy tego szeregu. Następnie korzystając z tego rozwinięcia znajdź sumę szeregu liczbowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$$

**8.** Rozwiń w szereg Fouriera funkcję  $f(x) = \frac{1}{2}(\pi - x)$  dla  $x \in (0, 2\pi)$ .