

Kolokwium 2

Grupa B

Zadanie 1. Wykaż, że $W(t)$ oraz $W(t)^2 - t$ są martyngalami.

Zadanie 2. Niech W będzie procesem Wienera. Oblicz

- $\mathbb{E}(2W_2 + 3W_3 + 4W_4)$,
- $\mathbb{P}(W_4 - W_2 > 1 | W_2 = 0.5)$.

Zadanie 3. Niech N^1, N^2 będą dwoma niezależnymi procesami Poissona z intensywnością λ i niech $\rho \in [0, 1]$. Określmy proces $X_t = \rho N_t^1 + \sqrt{1 - \rho^2} N_t^2$ dla dowolnego $t \geq 0$. Czy proces X jest procesem Poissona?

Zadanie 4. Niech W będzie procesem Wienera. Udowodnij, że $\exp(W_t) \exp(-t/2)$ jest martyngalem względem filtracji naturalnej procesu Wienera.