

Cyberbezpieczeństwo, Analiza 2
ZESTAW 3

1. Oblicz całki podwójne:

a) $\iint_D y^2 \sqrt{R^2 - x^2} dx dy, D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq R^2\},$

b) $\iint_D \sin(x+y) dx dy, D$ - trójkąt o wierzchołkach $A = (0, 0), B = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), C = (\pi, 0),$

c) $\iint_D \ln(1+x^2+y^2) dx dy, D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 4, x^2+y^2 \geq 1, y \geq x\},$

d) $\iint_D \sqrt{4 - x^2 - y^2} dx dy, D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}.$

2. Znajdź pole płata powierzchniowego:

- a) wyciętego walcem $x^2 + y^2 = a^2$ ze sfery $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ ($a < R$),
b) wyciętego walcem $x^2 + y^2 = Rx$ ze sfery $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

3. Znajdź pole powierzchni całkowitej bryły ograniczonej sferą $x^2 + y^2 + z^2 = 3a^2$ i paraboloidą $x^2 + y^2 = 2az$ ($a > 0$).

4. Opisz we współrzędnych sferycznych bryłę zadaną nierównościami:

- a) $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{5 - x^2 - y^2}, x \geq 0,$
b) $x^2 + y^2 \leq z^2 \leq 4 - x^2 - y^2, x \geq 0.$

5. Opisz we współrzędnych walcowych bryłę zadaną nierównościami:

$$x^2 + y^2 \leq z^2 \leq 4 - x^2 - y^2, x \geq 0, z \geq 0.$$

6. Oblicz objętość bryły ograniczonej powierzchniami o równaniach:

a) $z = 2x^2 + y^2 + 1$, $x + y = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$,

b) $z = x^2 + y^2$, $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$,

c) $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, $x^2 + y^2 = z - 1$,

d) $z = 4 - x^2 - y^2$, $z^2 = 2x^2 + 2y^2$ ($z \geq 0$).

7. Oblicz masę bryły ograniczonej powierzchniami $z = 2 - x^2 - y^2$ oraz $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ wiedząc, że gęstość w punkcie (x, y, z) jest równa kwadratowi odległości tego punktu od osi z .