

Kolokwium 2

Grupa A

Zadanie 1. Niech W będzie procesem Wienera i niech $0 \leq s \leq t$. Wyznacz rozkład warunkowy $W(t)$ pod warunkiem $W(s)$.

Zadanie 2. Niech W będzie procesem Wienera. Wyznacz

- gęstość zmiennej losowej $X = W(2) - 3W(3)$,
- prawdopodobieństwo, że $X > 0$,
- $\text{Var}(X)$.

Zadanie 3. Niech N^1, N^2 będą dwoma niezależnymi procesami Poissona z intensywnością λ i niech $\rho \in [0, 1]$. Określmy proces $X_t = \rho N_t^1 + \sqrt{1 - \rho^2} N_t^2$ dla dowolnego $t \geq 0$. Czy proces X jest procesem Poissona?

Zadanie 4. Niech N_t będzie procesem Poissona z intensywnością λ . Znajdź postać funkcji kowariancji tego procesu

$$\text{Cov}_N(t, s) = \rho(N_t, N_s).$$