Ejercicio 6

Ondas amortiguadas. Si introducimos una fuerza de rozamiento producida por la viscosidad del fluido en el que una cuerda está vibrando, la ecuación de ondas quedaría con la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{2\kappa}{\rho}\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

- Resolver este problema con el método FDTD (o explícito) para $0 \leq x \leq 1$, $0 < t < T = 40$, $\rho = 0{,}01$ y $\kappa = 0{,}001$. Considera que siempre se parte del reposo $u(0,t) = u(1,t) = 0$.
- Resolver el problema anterior con un método implícito.
- Si añadimos un término fuente adicional la ecuación resultante también se conoce como ecuación del telégrafo

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2u$$

  Modifica el programa anterior para resolver esta ecuación y comprueba cómo evoluciona con diferentes valores iniciales del tipo $u(x,0) = \sin(n\pi x)$, $n = 1, 2, \ldots$ que describirían los modos normales.

Ejercicio 7 (OPCIONAL)

Resuelve la ecuación de advección

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

para $0 \leq x \leq 10$, $t \geq 0$, $c = 1$, $u(x, t = 0) = \exp(-10(x-1)^2)$ con distintos métodos explícitos (diferencias centradas, upwind, downwind) y estudia la estabilidad en función del paso de tiempo empleado.

Ejercicio 8 (OPCIONAL)

Resuelve la ecuación de Burguers

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

con distintos métodos explícitos (diferencias centradas, upwind, en forma conservativa) con los datos iniciales $u(x, t = 0) = 3\sin\frac{2\pi x}{L}$. Intenta implementar condiciones de contorno periódicas.