

Física Computacional

# Búsqueda del estado fundamental de energía de la estructura FCC del cobre

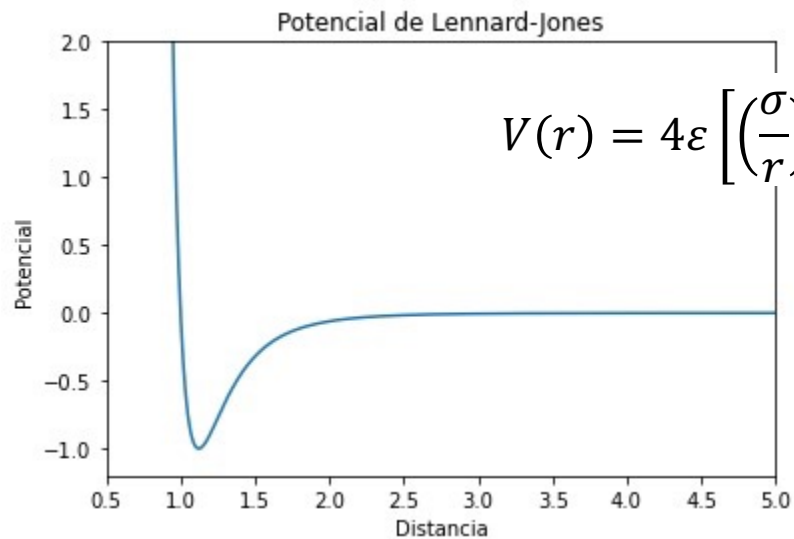
Gabriel Simón López

# Índice

- Potenciales
- Un vistazo al código. ¿Qué es lo que hace?
- ¿Estamos realmente en un mínimo?
- Barrido de Temperaturas
- Resumen
- Bibliografía
- Adendas

# Potenciales

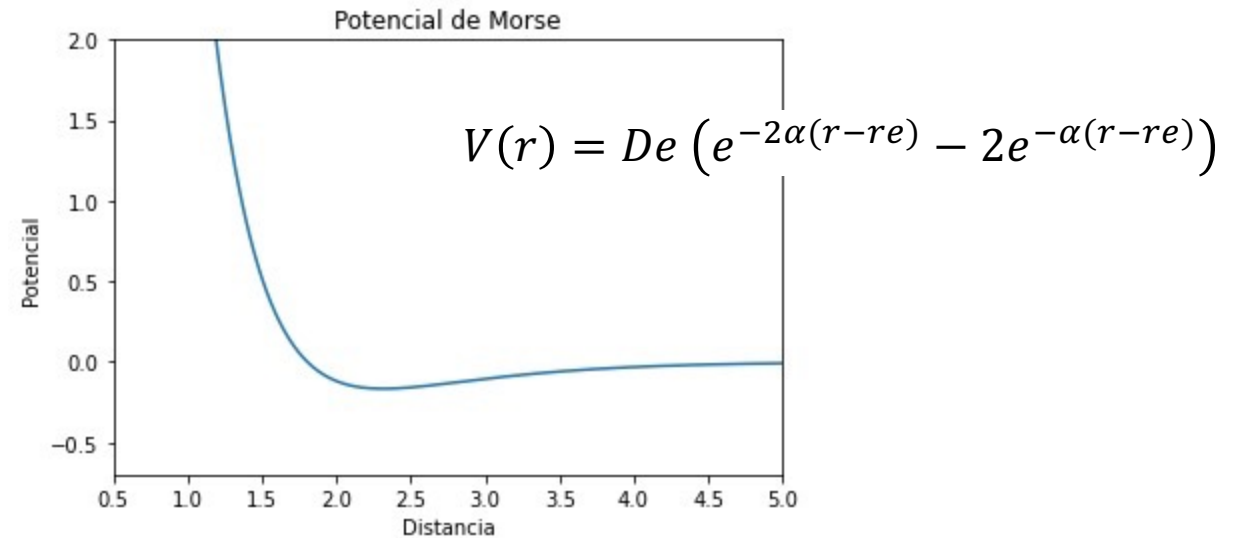
## Potencial Lennard-Jones



```
def LennardJones(r):  
    sigma = 2.3151; eps = 0.167  
    return 4*eps*( (sigma/r)**12 - (sigma/r)**6 )
```

- $\epsilon$  la profundidad del potencial
- $\sigma$  la distancia finita en la que el potencial entre partículas es 0

## Potencial Morse



```
def MorsePotential(r, De, a, re):  
    return De * (np.exp(-2 * a * (r - re)) - 2 * np.exp(-a * (r - re)))
```

- $D_e$  profundidad del pozo
- $r$  distancia entre átomos
- $r_e$  distancia al enlace de equilibrio
- $\alpha$  el ancho del potencial

# Un vistazo al código. ¿Qué es lo que hace?

## Funciones Calc

```
def CalcR(r):  
    N = len(r)  
    R = np.empty((N, N))  
    for i in range(N):  
        R[i] = np.sqrt( (r[:,0]-r[:,0][i])**2 +  
                        (r[:,1]-r[:,1][i])**2 + (r[:,2]-r[:,2][i])**2)  
    return R
```

Calcula la matriz de distancias entre todas las partículas del sistema

```
def CalcV(r, factor_de_corte=3):  
    sigma=2.3151  
    R = CalcR(r)  
    R_filtered = np.logical_and(R < factor_de_corte * sigma, R > 0)  
    V_red = 0.5 * np.sum(LennardJones(R[R_filtered]))  
    return V_red
```

Calcula la energía potencial del sistema. Utilizando la distancia calculada entre partículas y se aplica el potencial de Lennard-Jones.

# Un vistazo al código. ¿Qué es lo que hace?

## Funciones Random

```
def random_pick_vect(n, dim):  
    v = np.random.random_sample(dim)  
    v = v/np.sqrt(np.sum(v**2))  
    return np.random.randint(0,n), v
```

Selecciona una partícula  $i$  aleatoria y una dirección  $v$  aleatoria

```
def random_move(r, step, dim, L):  
    while True:  
        i, vect = random_pick_vect(len(r), dim)  
        if (r[i]+vect*step < [L,L,L]).any() or (r[i]+vect*step > [0,0,0]).any():  
            r[i] = r[i]+vect*step  
    return r
```

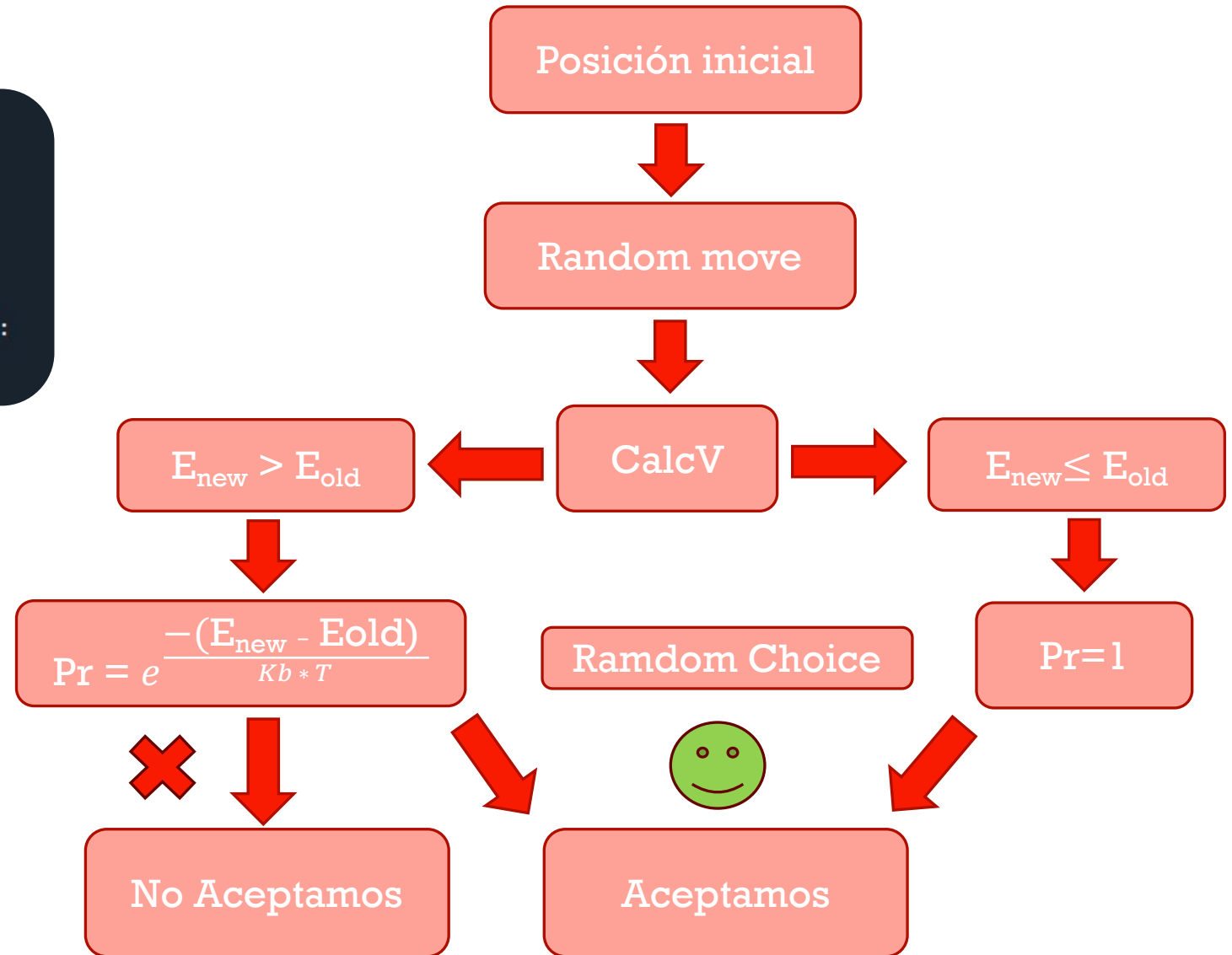
Mueve una partícula en una dirección aleatoria (dentro de los límites de la simulación)

# Un vistazo al código. ¿Qué es lo que hace?

## Algoritmo Metrópolis

```
def Metropolis(r, T, E_i):  
    rj = random_move(r.copy(), step, dim,L)  
    E_j = CalcV(rj)  
    if E_j <= E_i:  
        Pr = 1  
    else:  
        Pr = np.exp(-(E_j-E_i)/(kb*T))  
    if np.random.choice((True, False), p = [Pr, 1-Pr]):  
        return rj, E_j  
    return r, E_i
```

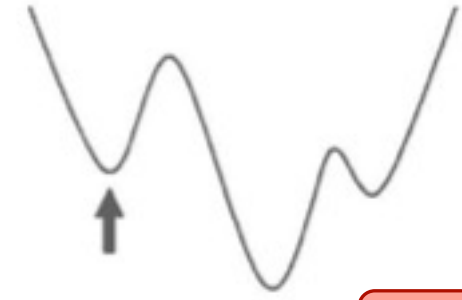
¿Es realmente un  
mínimo?



# ¿Es realmente un mínimo?

Probablemente  
no

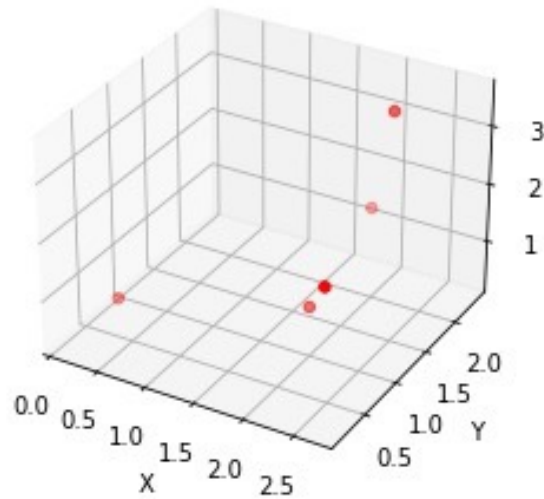
El sistema se queda estancado en  
los muchos mínimos locales que  
existen en este sistema



L-J

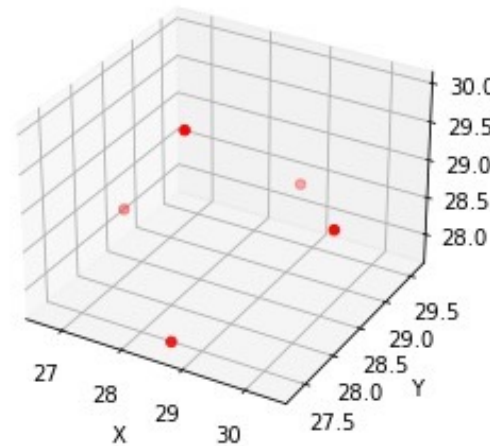
Morse

Posición inicial.

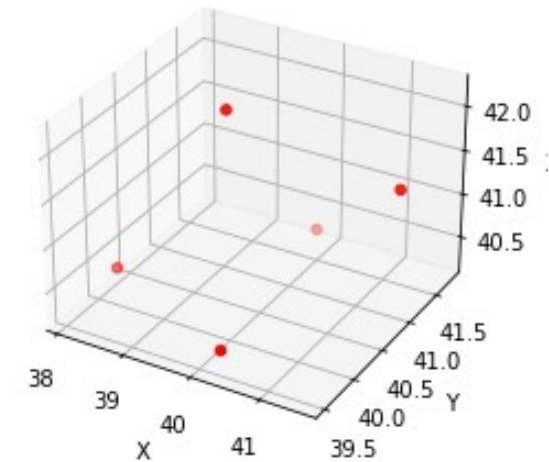


$N = 5$   
 $KT = 300$   
 $\text{Pasos} = 1e^4$

Posición final



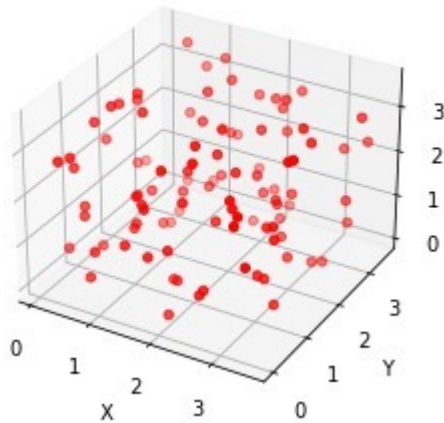
Posición final



```
Progreso de la simulación 1: |#####|  
Energía final: -1.1909394795778945  
Progreso de la simulación 2: |#####|  
Energía final 2: -20.799649976851843|
```

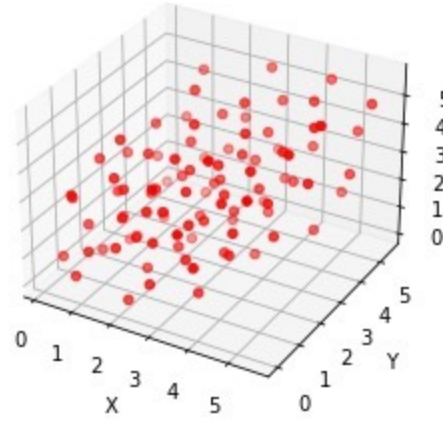
# ¿Es realmente un mínimo?

Posición inicial.



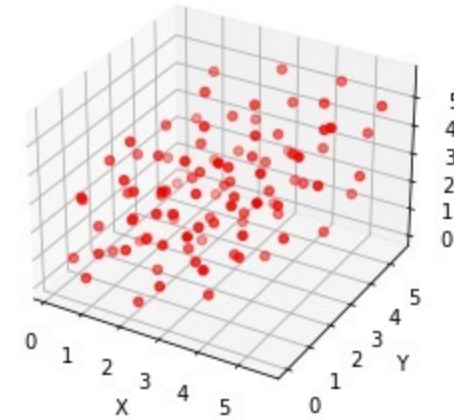
$N = 100$   
 $KT = 300$   
 $\text{Pasos} = 1e^4$

Posición final



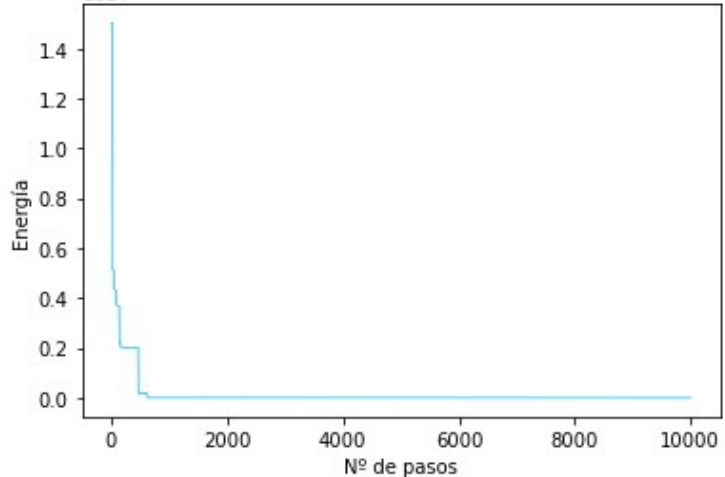
L-J

Posición final



Morse

Metrópolis con 10000 pasos, 100 partículas y  $T = 300.0$   
 $1e14$



```
Progreso de la simulación 1: |#####| Completada  
Energía final: 44659.29800817125  
Progreso de la simulación 2: |#####| Completada  
Energía final 2: 46476.506404201704
```

Se estanca muy pronto y no es capaz  
de salir del mínimo local

No estamos en el mínimo real



## Barrido de temperaturas

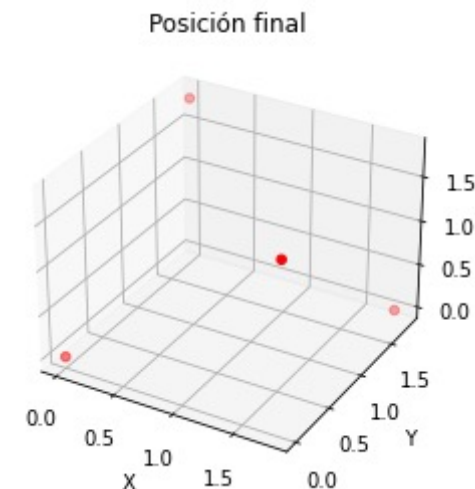
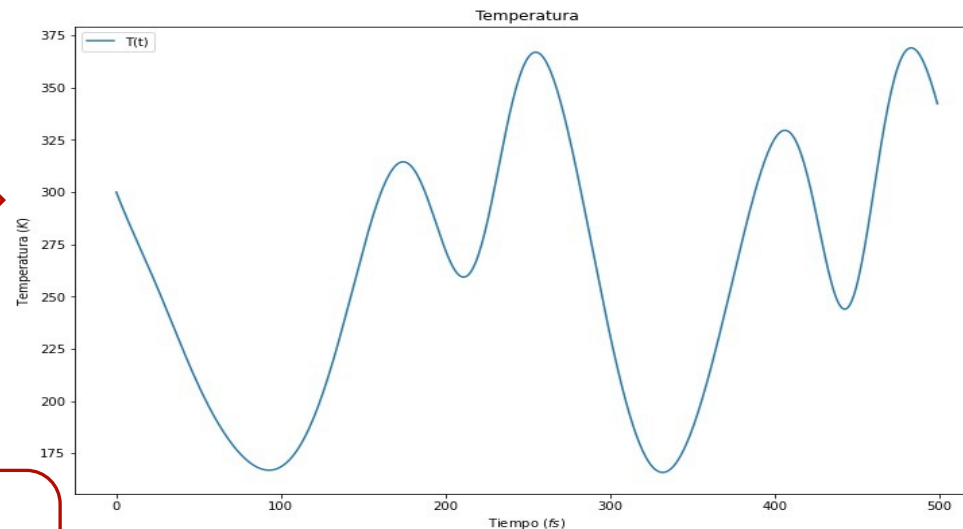
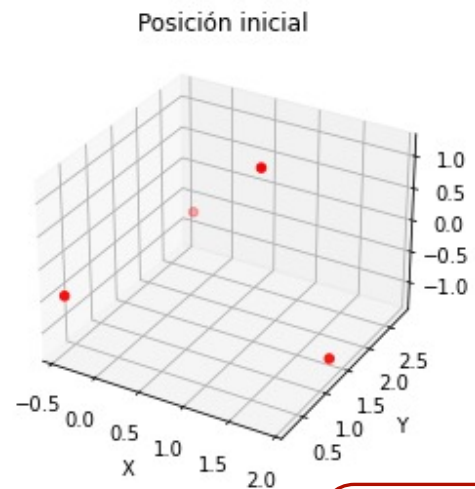
Realizaremos un barrido de temperaturas con el código

```
def random_pick_vect(n, dim):  
    v = np.random.random_sample(dim)  
    v = v/np.sqrt(np.sum(v**2))  
    return np.random.randint(0,n), v
```

```
def Ec(v, m, Axis = 1, ConversionRate = 1/16):  
    return ConversionRate*np.sum(0.5*m*np.sum(v**2, axis = Axis), axis = Axis-1)  
  
def Calc_T(v, m, N, Kb = 8.6181024e-5, Axis = 1):  
    return 2*Ec(v,m, Axis = Axis)/(Kb*N*3)
```

Selecciona una partícula  $i$  aleatoria y una dirección  $v$  aleatoria  
Calculamos la energía cinética del sistema y la temperatura de esta a una velocidad dada relacionándola con el Principio de Equipartición

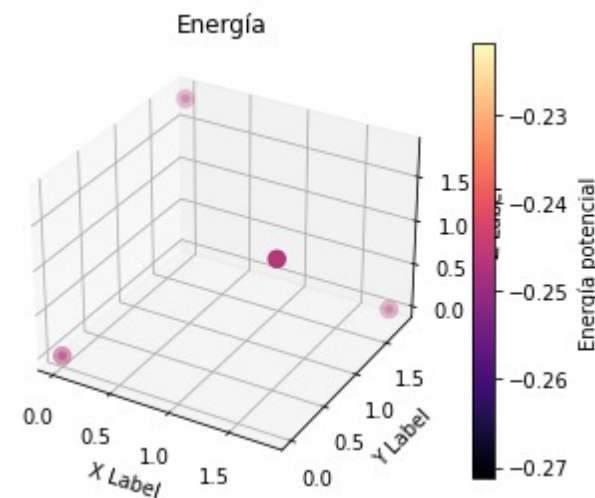
# Barrido de temperaturas



$N = 4$   
KT inicial = 300  
Pasos =  $1e^4$

```
Progreso de la simulación: |#####|  
Energía final: -0.24417905892735964  
Progreso de la simulación: |#####|
```

Resultados muy similares



Energía por átomo = -0.2465

# Resumen

Potencial Lennard-Jones

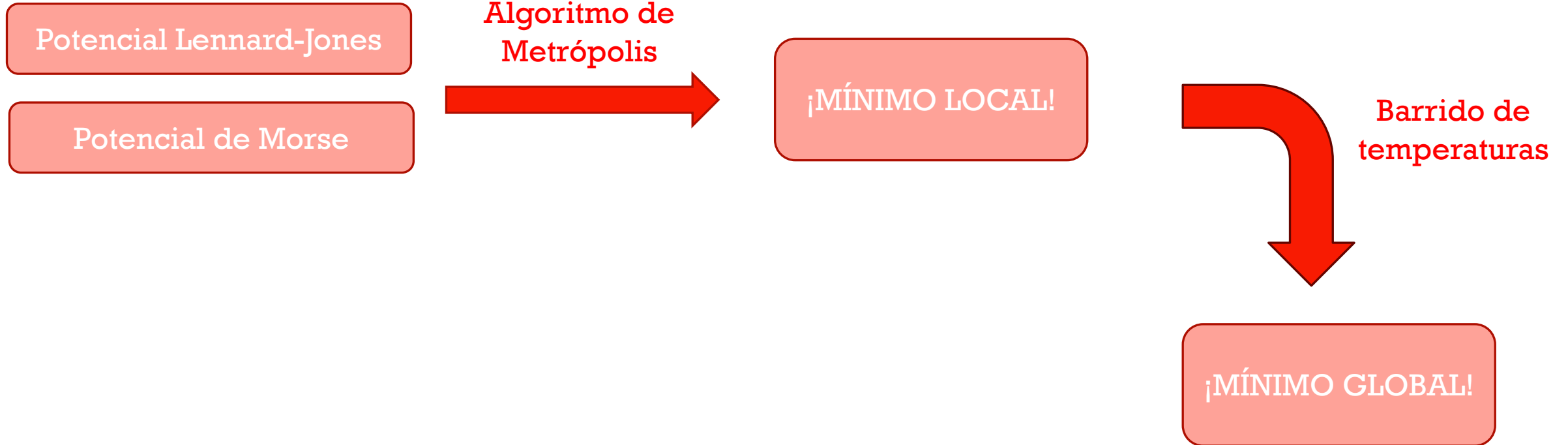
Potencial de Morse

Algoritmo de  
Metrópolis

¡MÍNIMO LOCAL!

Barrido de  
temperaturas

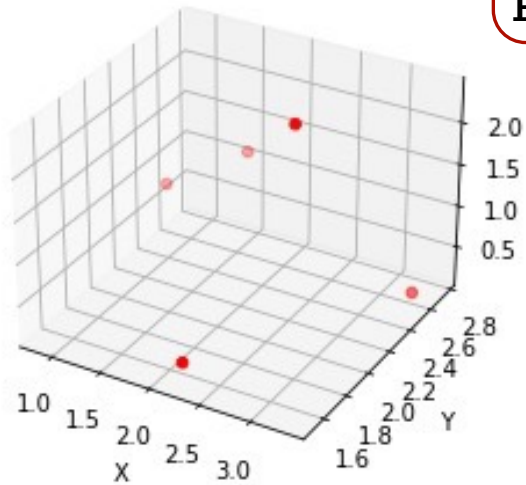
¡MÍNIMO GLOBAL!



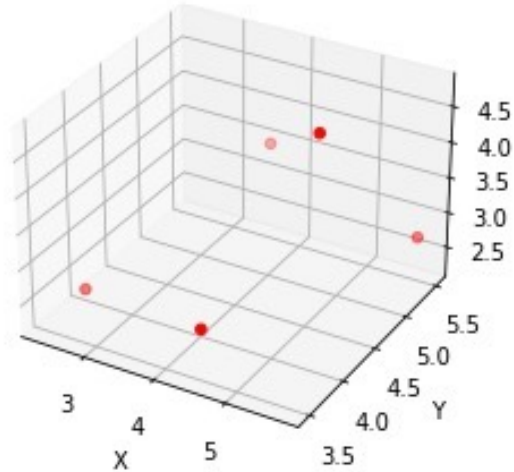
## Montecarlo para temperatura baja

$N = 5$   
 $KT = 10$   
 $\text{Pasos} = 1e^4$

Posición inicial.

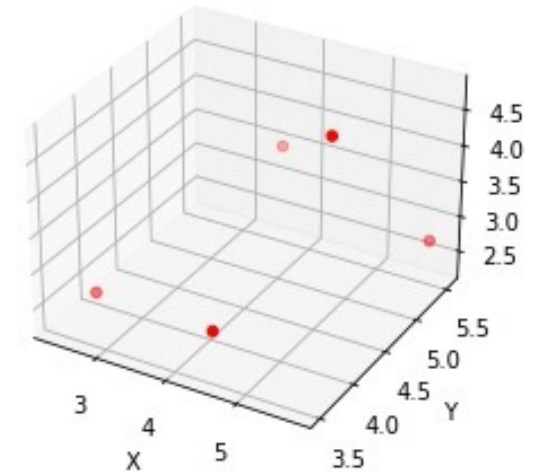


Posición final



L-J

Posición final



Morse

Esto puede ser debido a las barreras de energía, en donde las partículas pueden quedar atrapadas en mínimos locales muy rápido en lugar de explorar el espacio completo de configuraciones

¡Gracias!

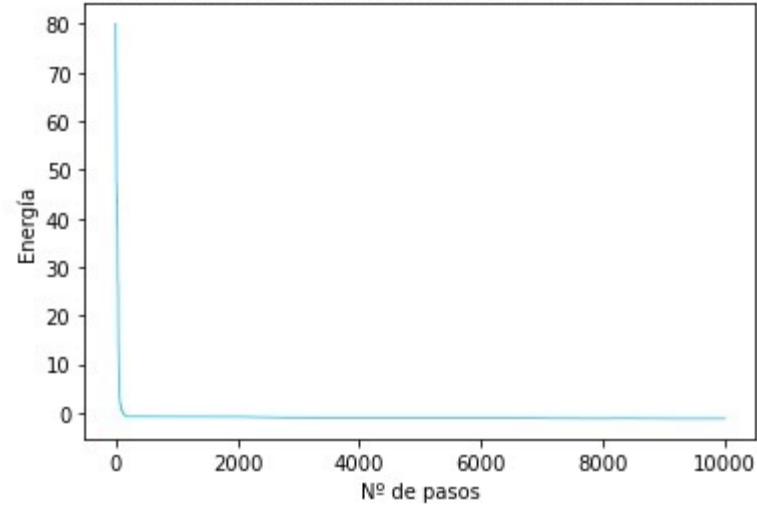
¿Alguna pregunta?

## Bibliografía

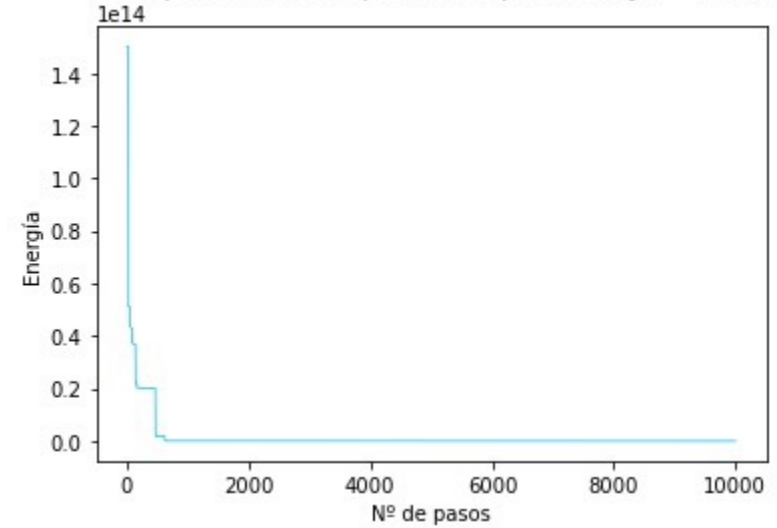
- [1] Wikipedia contributors. (2024, 15 enero). *Lennard-Jones potential*. Wikipedia. [https://en.wikipedia.org/wiki/Lennard-Jones\\_potential](https://en.wikipedia.org/wiki/Lennard-Jones_potential)
- [2] Wikipedia contributors. (2023, 29 julio). *Potencial de Morse*. Wikipedia, la enciclopedia libre. [https://es.wikipedia.org/wiki/Potencial\\_de\\_Morse](https://es.wikipedia.org/wiki/Potencial_de_Morse)
- [3] Diapositivas Física Computacional 2024 Bloque 2 Montecarlo Metrópolis

## Pasos de Montecarlo

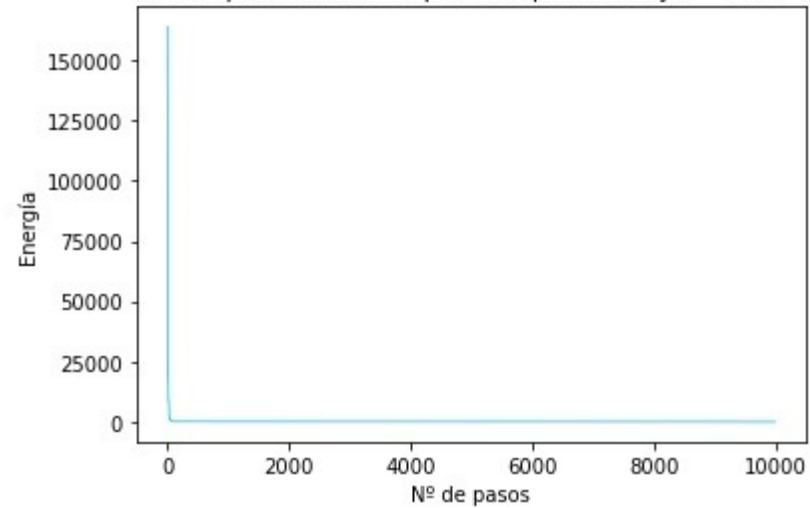
Metrópolis con 10000 pasos, 5 partículas y  $T = 300.0$



Metrópolis con 10000 pasos, 100 partículas y  $T = 300.0$



Metrópolis con 10000 pasos, 5 partículas y  $T = 10.0$



Metrópolis con 10000 pasos, 4 partículas y  $T = 300.0$

