1　线性规划

1 令$y=\min(\sum_{i=1}^m a_{i1}x_i,\sum_{i=1}^m a_{i2}x_i,\cdots,\sum_{i=1}^m a_{in}x_i)$,则问题可化为:
$\max Z=y$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\sum_{i=1}^m x_i=1\\ x_i\geq 0,(i=1,2,\cdots,m)\\ y\leq\sum_{i=1}^m a_{ij}x_i,(j=1,2,\cdots,n)\end{cases}$$

2 令$x_i=\frac{u_i-v_i}{2},|x_i|=\frac{u_i+v_i}{2}$,则原问题可化为:
$\max Z=\sum_{j=1}^n c_j(\frac{u_i+v_i}{2})$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\sum_{j=1}^n a_{ij}(\frac{u_i-v_i}{2})=b_i\quad(i=1,2,\cdots,m)\\ u_i\geq 0\\ v_i\geq 0\end{cases}$$

3 令$|y_i-(a+bx_i)|=\frac{u_i+v_i}{2},(y_i-(a+bx_i))=\frac{u_i-v_i}{2}$,则原问题可化为：
$\min\left\{\sum_{i=1}^n\frac{u_i+v_i}{2}\right\}$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\frac{u_i-v_i}{2}=y_i-(a+bx_i)\quad(i=1,\cdots,n)\\ u_i,v_i\geq 0\end{cases}$$

4 简单分析：对产品I来说，设以A_1,A_2完成A工序产品分别为x_1,x_2件，转入B工序时，以B_1,B_2,B_3完成B工序的产品分别为x_3,x_4,x_5件；对于产品II来说，设以A_1,A_2完成A工序的产品分别为x_6,x_7件，转入B工序时，以B_1完成B工序的产品为x_8件；对于产品III来说，设以A_2完成A工序的产品为x_9件，则以B_2完成B工序的产品也为x_9件。由上述条件可得

$$x_1+x_2=x_3+x_4+x_5,x_6+x_7=x_8$$

. 由题目所给的数据可建立如下的线性规划模型:

$$\begin{aligned}\max Z=(1.25-0.25)(x_1+x_2)+(2-0.35)x_8+(2.8-0.5)x_9\\ -\frac{300}{6000}(5x_1+10x_6)-\frac{321}{10000}(7x_2+9x_7+12x_9)\\ -\frac{250}{4000}(6x_3+8x_8)-\frac{783}{7000}(4x_4+11x_9)-\frac{200}{4000}\times 7x_5\end{aligned}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}5x_1+10x_6\leq 6000,\\ 7x_2+9x_7+12x_9\leq 10000,\\ 6x_3+8x_8\leq 4000,\\ 4x_4+11x_9\leq 7000,\\ 7x_5\leq 4000,\\ x_1+x_2=x_3+x_4+x_5,\\ x_6+x_7=x_8,\\ x_i\geq 0,i=1,2,\cdots,9\end{cases}$$

又结合实际，可以知道这个取值都为整数，对应最优解为:

$$x_1 = 1200, x_2 = 230, x_3 = 0, x_4 = 895,$$
$$x_5 = 571, x_6 = 0, x_7 = 500, x_8 = 500, x_9 = 324.$$

最优值为$z = 1146.4142$元

5 指派问题，可化为问题采用匈牙利算法：
$\min Z = \Sigma_{i=1}^{4} c_{ij} x_{ij}$
$$\text{s.t.}\begin{cases} \Sigma_i x_{ij} = 1, j = 1, 2, \cdots, n \\ \Sigma_j x_{ij} = 1, i = 1, 2, \cdots, n \\ x_{ij} = 1\text{或}0 \end{cases}$$
可以容易求出最后的整数解(此最优解不唯一，另一解留给读者证明):
$$x_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6 用$i = 1, 2$分别代表重型和轻型炸弹,$j = 1, 2, 3, 4$分别代表四个要害部位，x_{ij}代表投到第j要害的i种炸弹的数量，则此问题的数学模型为:

$\min Z = (1-0.10)^{x_{11}}(1-0.20)^{x_{12}}(1-0.15)^{x_{13}}(1-0.25)^{x_{14}}(1-0.08)^{x_{21}}(1-0.16)^{x_{22}}(1-0.12)^{x_{23}}(1-0.20)^{x_{24}}$ s.t.

$$\begin{cases} \frac{1.5\times450}{2}x_{11} + \frac{1.5\ times480}{2}x_{12} + \frac{1.5\times540}{2}x_{13} + \frac{1.5\times600}{2}x_{14} + \\ \frac{1.75\times450}{3}x_{21} + \frac{1.75\times480}{3}x_{22} + \frac{2\times540}{3}x_{23} + \frac{2\times600}{3}x_{24} + \\ 100(x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}+x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}) \le 48000 \\ x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14} \le 32 \\ x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24} \le 48 \\ x_{ij} \ge 0 \qquad i = 1, 2; j = 1, \cdots, 4 \end{cases}$$

虽然目标函数非线性，但是$\min Z$可用$\max \lg \frac{1}{Z}$,因此目标函数变成
$\max Z = 0.0457x_{11} + 0.0969x_{12} + 0.0704x_{13} + 0.1248x_{14} + 0.0362x_{21} + 0.0656x_{22} + 0.0554x_{23} + 0.0969x_{24}$

7 直接给解：$x_1 = 4.0000, x_2 = 1.0000, x_3 = 9.0000$
$Z = 2.0000$

8 直接给解：$x_1 = 0.25, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = -0.25;$
$Z = 1.2500$

9 分别给出决策变量:用$i=1,2,3,4$分别表示货物1，货物2，货物3和货物4；$j=1,2,3$分别表示前舱，中舱和后舱。设$x_{ij}(i=1,2,3,4;j=1,2,3)$表示第i种货物装载第j个货舱内的重量，$w_j,v_j(j=1,2,3)$分别表示第j个舱的重量限制和体积限制，$a_i,b_i,c_i(i=1,2,3,4)$分别表示可以运输的第i种货物的重量，单位重量所占的空间和单位货物的利润,则

(1).目标函数为

$$\max Z=c_1\sum_{j=1}^{3}x_{1j}+c_2\sum_{j=1}^{3}x_{2j}+c_3\sum_{j=1}^{3}x_{3j}+c_4\sum_{j=1}^{3}x_{4j}$$
$$=\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{3}c_ix_{ij}$$

(2).约束条件为

$$\text{s.t.}\begin{cases}\sum\limits_{j=1}^{3}x_{ij}\le a_i,i=1,2,3,4\\ \sum\limits_{i=1}^{4}x_{ij}\le w_j,j=1,2,3\\ \sum\limits_{i=1}^{4}b_ix_{ij}\le v_i,j=1,2,3\\ \frac{\sum_{i=1}^{4}x_i1}{10}=\frac{\sum_{i=1}^{4}x_i2}{16}=\frac{\sum_{i=1}^{4}x_i3}{8}\end{cases}$$

最终有解：$x=4.48353476103949e{-13}$　　14.9999999999999　　15.9473684210523　　3.05263157894734

$y=121515.789473684$