

## Skiladæmi 4 - Stærðfræði 2

Munið að rökstyðja öll svör og sýna útreikninga.

**Dæmi 1.** Skoðum vektorgilda fallið

$$\mathbf{F}(x, y) = \begin{pmatrix} \sin(x/y) \\ y^2 - 1 \\ xy^3 \end{pmatrix}$$

a) Finnið línulega nálgun við  $\mathbf{F}$  í grennd við  $(\pi, -2)$ .

b) Notið nálgunina til að meta  $\mathbf{F}(3, -1.9)$  og berið saman við raungildi.

**Dæmi 2.** Skoðum kúluhnitafallið af 3 breytum  $R, \phi$  og  $\theta$ :

$$\mathbf{K}(R, \phi, \theta) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \sin(\phi) \cos(\theta) \\ R \sin(\phi) \sin(\theta) \\ R \cos(\phi) \end{pmatrix}$$

og látum  $f(x, y, z)$  vera ótiltekið fall af  $x, y, z$  sem eru gefin hér fyrir ofan.

Notið keðjuregluna til að búa til formúlu fyrir hlutafleiðuna  $\frac{\partial f}{\partial \phi}$ .

Athugið að svarið mun innihalda  $\frac{\partial f}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}$  og  $\frac{\partial f}{\partial z}$  þar sem við þekkjum ekki fallið  $f$ .

E.s. Að sjálfsögðu reiknið þið til æfingar líka  $\frac{\partial f}{\partial R}$  og  $\frac{\partial f}{\partial \theta}$ , en það þarf ekki að skila þeim.

**Dæmi 3.** Við skoðum fallið

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 2(x - y)^2$$

a) Sýnið að  $f$  hafi nákvæmlega þrjá sérstöðupunkta, þar á meðal  $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ .

b) Gerið grein fyrir því hvort  $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$  sé staðbundið hágildi, lággildi eða söðulpunktur.