

## Skiladæmi 7 - Stærðfræði 2

Munið að rökstyðja öll svör og sýna alla útreikninga.

**Dæmi 1.** Látum  $\mathcal{C}$  vera skurðferil sívalningsins  $x^2 + y^2 = 4$  við planið  $z = x + 2y$ , en bara þann hluta þar sem  $x \geq 0$ . Við fáum nú gefið vigursvið

$$\mathbf{F}(x, y, z) = 4xy(1 + x^2)\mathbf{i} + (1 + x^2)^2\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$$

Heildið vigursviðið eftir ferlinum, þ.e. reiknið  $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$  þar sem  $\mathcal{C}$  er áttaður rangsælis þegar horft er á hann að ofan.

**Dæmi 2.** Reiknið  $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$  þar sem  $\mathbf{F}$  er vigursviðið

$$\mathbf{F}(x, y) = (6x^2 - 2xy^2 + \frac{y}{\sqrt{x}})\mathbf{i} + (4 + 2\sqrt{x} - 2x^2y)\mathbf{j}$$

og ferilinn  $\mathcal{C}$  er sá hluti hringsins  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$  þar sem  $x \geq 2$  áttaður réttsælis, þ.e. helmingur hrings með miðju í  $(2, 1)$  og radíus 1.

**Dæmi 3.** Reiknið  $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$  þar sem  $\mathbf{F}$  er vigursviðið

$$\mathbf{F}(x, y) = (x + y)\mathbf{i} + (1 - x)\mathbf{j}$$

og ferilinn  $\mathcal{C}$  er sá hluti ferilsins  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  sem er í 4. fjórðungi ( $x \geq 0$  og  $y \leq 0$ ) áttaður rangsælis.