

Skiladæmi 6 - Stærðfræði 2

Munið að rökstyðja öll svör og sýna alla útreikninga.

Dæmi 1. Skoðum heildið

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \int_{y^2+z^2}^1 f(x, y, z) \, dx \, dz \, dy = \int \int \int f(x, y, z) \, dz \, dy \, dx$$

Teiknið rúmskikann sem við erum að heilda yfir og setjið rétt mörk á seinna heildið.

Dæmi 2. Reiknið

$$\int_{\mathcal{V}} f(x, y, z) \, dV$$

fyrir fallið $f(x, y, z) = y + z$ þar sem \mathcal{V} er sá hluti af kúlunni $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2$ þar sem $z \geq 0$ og $x \leq 0$. Notið kúluhnit.

Dæmi 3. Látum \mathcal{D} vera svæði sem liggur yfir ofan keiluna $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ en fyrir neðan kúluskel $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$. Við skoðum svo þrefalda heildið

$$\int \int \int_{\mathcal{D}} z \, dV$$

Stillið upp heildinu með mörkum, bæði í sívalningshnitum og í kúluhnitum. Reiknið úr báðum heildum og sannreynið að niðurstan sé sú sama.