

Stærðfræði II

Tímadæmi 5

Þema vikunnar eru tvöföld heildi.

Myndrænar pælingar - Samhverfa.

Glósur 3.1.1. Teiknið upp mynd af eftirfarandi svæðum:

(a) $D_1 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \leq 0\}.$

(b) $D_2 = \{(x, y) \mid 2 \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq 5\}.$

(c) $D_3 = \{(x, y) \mid \frac{1}{4}x^2 \leq y \leq x^2, 0 \leq x \leq 1\}.$

Glósur 3.1.1.d Látum D_4 vera svæði innan þríhyrnings með hornpunkta $(0, 0)$, $(1, 1)$ og $(1, 3)$. Finnið tvö föll $f(x)$ og $g(x)$ og tvær tölur a og b þ.a. megi rita

$$D_4 = \{(x, y) \mid f(x) \leq y \leq g(x), a \leq x \leq b\}$$

Adams 14.1.14. Látum D vera efri helmingur skifu með geisla 2 og miðju í $(0, 0)$. Reiknið

$$\int \int_D (x + 3) dA$$

með því að athuga samhverfu.

Adams 14.1.17. Reiknið tvöfalda heildið

$$\int \int_{x^2+y^2 \leq 1} (4x^2y^3 - x + 5) dA$$

með því að athuga samhverfu.

Tvöföld heildi í kartesískum hnítum.

Adams 14.2.7. Látum F vera svæði innan fernings $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$. Reiknið

$$\int \int_F (\sin(x) + \cos(y)) dA$$

Adams 14.2.9. Látum D vera svæði í fyrsta fjórðungi sem afmarkast af ferlunum $y = x^2$ og $y^2 = x$. Reiknið

$$\int \int_D xy^2 dA$$

Adams 14.2.14. Látum T vera þríhyrning með hornpunkta $(0,0)$, $(1,1)$ og $(1,0)$. Setjið upp heildið

$$\int \int_T \frac{xy}{1+x^4} dA$$

á tvo vegu, fyrst þar sem innra heildi er með tilliti til x og síðan þar sem innra heildi er með tilliti til y . Veljið það form sem hentar best til að reikna svo upp úr heildinu.

Tvöföld heildi í pólhnitum.

Adams 14.4.2. Látum S vera skifu með geisla a og miðju í $(0,0)$. Reiknið

$$\int \int_S \sqrt{x^2 + y^2} dA$$

Adams 14.2.9. Látum Q vera þann fjórðung af skifunni $x^2 + y^2 \leq a^2$ þ.s. $x \geq 0$ og $y \geq 0$. Reiknið

$$\int \int_Q e^{x^2+y^2} dA$$

Adams 14.2.12. Látum S vera þann hluta skifunnar $x^2 + y^2 \leq 2$ þar sem $x \geq 1$. Reiknið

$$\int \int (x+y) dA$$

Hér viljið þið endilega teikna mynd af svæðinu, nota samhverfu. Hentar betur að nota pólhnit eða kartesísk hnit?

Eitt erfiðara dæmi - Lausnin er á Canvas.

Glósur 3.3.3. Finnið rúmmál þess hlutar sem er bæði inni kúlunni $x^2 + y^2 + z^2 = 9a^2$ og inní sívalningnum $x^2 + y^2 = 2ax$ þ.s. $a > 0$ er fasti. Notið pólhnit.