

## Skiladæmi 9 - Stærðfræði 2

Munið að rökstyðja öll svör og sýna alla útreikninga.

**Dæmi 1.** Látum  $\mathcal{D}$  vera þann hluta skifunnar  $x^2 + y^2 \leq 1$  sem liggur á milli línanna  $y = x$  og  $y = -x$  og þar sem að auki gildir  $x \leq 0$ . Látum svo  $\mathcal{C}$  vera ferilinn sem afmarkar  $\mathcal{D}$ , áttaður rangsælis. Ef  $\mathbf{F}(x, y) = -y^2\mathbf{i} + x^2\mathbf{j}$  reiknið ferilheildið

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

**Dæmi 2.** Látum  $\mathcal{S}$  vera þann hluta skálar (á hvolfi)  $z = 4 - x^2 - y^2$  sem liggur fyrir ofan planið  $z = 0$ . Reiknið flæði vektorsviðsins

$$\mathbf{F}(x, y, z) = x^3\mathbf{i} - 3x^2y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

upp í gegnum  $\mathcal{S}$ .

Ábending: Hér er hægt að nota setningu Gauss til að einfalda útreikninga.

**Dæmi 3.** Látum

$$\mathbf{F}(x, y, z) = z^2\mathbf{i} + \sin(y^2)\mathbf{j} + (z^2 - y^2)\mathbf{z}$$

og látum  $\mathcal{C}$  vera þríhyrningslaga feril sem tengir punktana  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$  og  $(1, 1, 1)$ , í þessari röð. Reiknið ferilheildið

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$