Skiladæmi 8 - Stærðfræði 2

Munið að rökstyðja öll svör og sýna alla útreikninga.

Dæmi 1. Látum S vera þann hluta plansins z = 2x + 3 sem er inní skálinni $z = x^2 + y^2$. Finnið flæði vigursviðsins

$$\mathbf{F}(x, y, z) = z\mathbf{i} + xyz^2\mathbf{j} + (4x + y)\mathbf{k}$$

upp í gegnum \mathcal{S} , þ.e. reiknið

$$\int_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$$

Dæmi 2. Látum S vera þríhyrningslaga flöt í \mathbb{R}^3 sem hefur hornpunkta (0,0,4),~(0,2,0) og (2,0,0). Reiknið yfirborðsheildið

$$\int_{\mathcal{S}} 2x - z \ dS$$

Dæmi 3. Skoðum vigursviðið

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2 + y^2)\mathbf{j} - z\mathbf{k}$$

Látum S vera þann hluta yfirborðs sívalningsins $x^2 + y^2 = 4$ sem liggur fyrir ofan planið z = 0 en fyrir neðan planið z = x + 2. Reiknið flæði \mathbf{F} út í gegnum S.