

Stærðfræði II

Tímadæmi 6

Þema vikunnar eru þreföld heildi.

Þreföld heildi í kartesískum hnitum.

Adams 14.5.1. Látum R vera kassann $-a \leq x \leq a$, $-b \leq y \leq b$, $-c \leq z \leq c$ þ.s. a, b, c eru fastar tölur. Reiknið

$$\int \int \int_R (1 + 2x - 3y) dV$$

Adams 14.5.2. Látum R vera kassann $0 \leq x \leq 1$, $-2 \leq y \leq 0$, $1 \leq z \leq 4$. Reiknið

$$\int \int \int_R xyz dV$$

Adams 14.5.7. R er svæðið $0 \leq z \leq 1 - |x| - |y|$. Teiknið mynd og heildið

$$\int \int \int_R (xy + z^2) dV$$

Adams 14.5.9. R er pýramida með hornpunkta $(0, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(1, 1, 0)$, $(1, 1, 1)$ og $(0, 1, 1)$. Teiknið mynd og heildið

$$\int \int \int_R \sin(\pi y^3) dV$$

[Hér er mynd af svæðinu.](#)

Breytuskipti í þrívídd.

Adams 14.6.15. R er svæði sem liggur á milli kúluskelar $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ og breiðbogafatar $z = x^2 + y^2$ þ.e.

$$x^2 + y^2 \leq z \leq \sqrt{2 - x^2 - y^2}$$

Reiknið heildið

$$\int \int \int_R z dV$$

Adams 14.6.16. R er sá hluti kúlunnar $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ sem liggur í fyrsta áttundi þ.e. þar sem $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$. Reiknið heildin

$$\int \int \int_R x \, dV \quad \text{og} \quad \int \int \int_R z \, dV$$

Glósur 4.2.2. Heildið fallið $f(x, y, z) = x^2 + y^2$ yfir svæði R sem er sá hluti innan sívalningsins $x^2 + y^2 = 4$ sem er yfir $z = 0$ og undir planinu $x = z$.

Glósur 4.3.1. Látum R vera svæðið

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0, x \leq 0$$

Reiknið heildið

$$\int \int \int_R \frac{\sin(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})}{x^2 + y^2 + z^2} \, dV$$