

Stærðfræði II

Tímadaemi 3

Þema vikunnar eru fyrstu atriði um föll af fleiri breytum: hæðarlínur, markgildi og hlutafleiður.

Gröf og hæðarlínur.

Adams 12.1.21 - breytt. Skoðum fallið $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ skilgreint með $f(x, y) = xy$.

1. Teiknið graf fallsins í 3-vídd þ.e. yfirborðið $z = f(x, y)$. Notið t.d. Geogebra.
2. Teiknið hæðarlínur $f(x, y) = C$ þar sem $C = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ í Geogebra. Athugið að þessi mynd er í 2D. Finnið svo almenna formúlu/lýsingu fyrir hæðarlínurnar (ath. $C = 0$ er sérstakt tilvik).
3. Skoðið saman gröfin úr 1 og 2 og reynið að fá góðan skilning á þeim saman!

Ath. Í 2 má nota skipun Sequence í Geogebra. Til dæmis kóðinn

Sequence(y=x+C,C,1,-3,3)

myndi teikna allar línur $y = x + C$ þar sem C tekur gildi milli -3 og 3 með millibili 1. Einfaldara en að slá inn $y = x - 3$, $y = x - 2$ o.s.frv.

Markgildi.

Adams 12.2.7. Reiknið markgildið

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^3}{x^2 + y^2}$$

með því að nota klemmureglu eða með því að nota pólhnit..

Adams 12.2.9. Sýnið að markgildið

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy)}{x^2 + y^2}$$

sé **ekki til** með því að láta (x, y) stefna á $(0, 0)$ á tvo vegu.

Hlutaafleiður.

Glósur 2.4.1a. Finnið allar aðrar afleiður fallsins $f(x, y) = xy + y^2$.

Glósur 2.4.1b. Finnið allar fyrstu afleiður fallsins

$$f(x, y, z) = x^2 e^{yz} - xz e^{xy^2}$$

Glósur 2.8.3. Skoðum fallið $f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$.

a) Finnið stigull fallsins í punktinum $P(1, 2)$ þ.e. $\nabla f(1, 2)$.

b) Finnið jöfnu snertiplansins við yfirborðið $z = f(x, y)$ í punktinum P .

c) Stikið skurðferil yfirborðsins $z = f(x, y)$ og plansins $x = 1$.

d) Finnið snertil við ferilinn úr c-lið í punktinum P .

e) Finnið snefnuafleiðu fallsins í stefnu vigursins $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ í punktinum P .

Adams 12.3.23. Finnið alla punkta á yfirborðinu $z = x^4 - 4xy^3 + 6y^2 - 2$ þar sem snertiplan er lárétt (þ.e. samsíða planinu $z = 0$).