《模式识别》试题答案及评分标准（B 卷）

姓名：________________学号：________________ 成绩：

一、 填空与选择填空（本题答案写在此试卷上，30 分）

1、模式识别系统的基本构成单元包括： 模式采集 、 特征提取与选择 和 模式分类 。

2、统计模式识别中描述模式的方法一般使用 特真矢量 ；句法模式识别中模式描述方法一般有 串 、树 、 网 。

3、聚类分析算法属于 （1） ；判别域代数界面方程法属于 （3） 。

（1）无监督分类 (2)有监督分类 （3）统计模式识别方法（4）句法模式识别方法

4、若描述模式的特征量为 0-1 二值特征量，则一般采用 （4） 进行相似性度量。

（1）距离测度 （2）模糊测度 （3）相似测度 （4）匹配测度

5、 下列函数可以作为聚类分析中的准则函数的有 （1）（3）（4） 。

（1） $J = Tr[S_W^{-1} S_B]$ （2） $J = \left| S_W S_B^{-1} \right|$ (3) $J = \sum_{j=1}^{c}\sum_{i=1}^{n_j}\left\| \vec{x}_i^{(j)} - \vec{m}_j \right\|^2$

(4) $J = \sum_{j=1}^{c} (\vec{m}_j - \vec{m})'(\vec{m}_j - \vec{m})$

6、Fisher 线性判别函数的求解过程是将 N 维特征矢量投影在 （2） 中进行 。

（1）二维空间 （2）一维空间 （3）N-1 维空间

7、下列判别域界面方程法中只适用于线性可分情况的算法有 （1） ；线性可分、不可分都适用的有 （3） 。

（1）感知器算法 （2）H-K 算法 （3）积累位势函数法

8、下列四元组中满足文法定义的有 （1）（2）（4） 。

（1）$(\{A, B\}, \{0, 1\}, \{A \to 01, A \to 0A1, A \to 1A0, B \to BA, B \to 0\}, A)$

（2）$(\{A\}, \{0, 1\}, \{A \to 0, A \to 0A\}, A)$

（3）$(\{S\}, \{a, b\}, \{S \to 00S, S \to 11S, S \to 00, S \to 11\}, S)$

（4）$(\{A\}, \{0, 1\}, \{A \to 01, A \to 0A1, A \to 1A0\}, A)$

二、**(15 分)**简答及证明题

（1）影响聚类结果的主要因素有那些？

（2）证明马氏距离是平移不变的、非奇异线性变换不变的。

（1）**(5 分)**

答：分类准则，模式相似性测度，特征量的选择，量纲。

（2）(10 分)

证明：

$$d^2(\vec{x}_i,\vec{x}_j)=(\vec{x}_i-\vec{x}_j)'V^{-1}(\vec{x}_i-\vec{x}_j)$$
(2 分)

$$V=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(\vec{x}_i-\bar{\vec{x}})(\vec{x}_i-\bar{\vec{x}})'$$
(2 分)

$$\bar{\vec{x}}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\vec{x}_i$$
(1 分)

设，有非奇异线性变换： (1 分)

$$\bar{\vec{y}}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n}\vec{y}_i=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n}A\vec{x}_i=A\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n}\vec{x}_i=A\bar{\vec{x}}$$

$$\begin{aligned}
V_y&=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(\vec{y}_i-\bar{\vec{y}})(\vec{y}_i-\bar{\vec{y}})'\\
&=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(A\vec{x}_i-A\bar{\vec{x}})(A\vec{x}_i-A\bar{\vec{x}})'\\
&=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}A(\vec{x}_i-\bar{\vec{x}})(\vec{x}_i-\bar{\vec{x}})'A'\\
&=A[\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(\vec{x}_i-\bar{\vec{x}})(\vec{x}_i-\bar{\vec{x}})']A'=AV_xA'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&d_y^2(\vec{y}_i,\vec{y}_j)=(\vec{y}_i-\vec{y}_j)'V_y^{-1}(\vec{y}_i-\vec{y}_j)\\
&=(A\vec{x}_i-A\vec{x}_j)'V_y^{-1}(A\vec{x}_i-A\vec{x}_j)\\
&=(\vec{x}_i-\vec{x}_j)'A'V_y^{-1}A(\vec{x}_i-\vec{x}_j)\\
&=(\vec{x}_i-\vec{x}_j)'A'(AV_xA')^{-1}A(\vec{x}_i-\vec{x}_j)\\
&=(\vec{x}_i-\vec{x}_j)'A'A'^{-1}V_x^{-1}A^{-1}A(\vec{x}_i-\vec{x}_j)\\
&=(\vec{x}_i-\vec{x}_j)'V_x^{-1}(\vec{x}_i-\vec{x}_j)\\
&=d_x^2(\vec{x}_i,\vec{x}_j)
\end{aligned}$$
(4 分)

三、(8 分)说明线性判别函数的正负和数值大小在分类中的意义并证明之。

答：

（1）（4 分）$d(\vec{x})$ 的绝对值 $|d(\vec{x})|$ 正比于 $\vec{x}$ 到超平面 $d(\vec{x})=0$ 的距离 d_x

平面 π 的方程可以写成 $\frac{\vec{w}_0'}{\|\vec{w}_0\|}\vec{x}=\frac{-w_{n+1}}{\|\vec{w}_0\|}$

式中 $\|\vec{w}_0\|=(w_1^2+w_2^2+\cdots+w_n^2)^{1/2}$。于是 $\vec{n}\triangleq\frac{\vec{w}_0'}{\|\vec{w}_0\|}$ 是平面 π 的单位法矢量，上式可写成

$$\vec{n}'\vec{x}=\frac{-w_{n+1}}{\|\vec{w}_0\|}$$

设$\vec{p}$是平面π中的任一点，$\vec{x}$是特征空间X^n中任一点，点$\vec{x}$到平面π的距离为差矢量$(\vec{x}-\vec{p})$在$\vec{n}$上的投影的绝对值，即

$$d_x=\left|\vec{n}'(\vec{x}-\vec{p})\right|=\left|\vec{n}'\vec{x}-\vec{n}'\vec{p}\right|=\left|\frac{\vec{w}_0'}{\|\vec{w}_0\|}\vec{x}-\frac{\vec{w}_0'}{\|\vec{w}_0\|}\vec{p}\right|$$

$$=\left|\frac{\vec{w}_0'}{\|\vec{w}_0\|}\vec{x}+\frac{w_{n+1}}{\|\vec{w}_0\|}\right|$$

$$=\frac{\left|\vec{w}_0'\vec{x}+w_{n+1}\right|}{\|\vec{w}_0\|}=\frac{1}{\|\vec{w}_0\|}\left|d(\vec{x})\right| \tag{1-1}$$

上式中利用了$\vec{p}$在平面π中，故满足方程

$$\frac{\vec{w}_0'}{\|\vec{w}_0\|}\vec{p}=\frac{-w_{n+1}}{\|\vec{w}_0\|}$$

式(1-1)的分子为判别函数绝对值，上式表明，$d(\vec{x})$的值$\left|d(\vec{x})\right|$正比于$\vec{x}$到超平面$d(\vec{x})=0$的距离d_x，一个特征矢量代入判别函数后所得值的绝对值越大表明该特征点距判别界面越远。

（2）（4 分）$d(\vec{x})$的正（负）反映$\vec{x}$在超平面$d(\vec{x})=0$的正（负）侧

两矢量$\vec{n}$和$(\vec{x}-\vec{p})$的数积为

$$\vec{n}'(\vec{x}-\vec{p})=\|\vec{n}\|\|\vec{x}-\vec{p}\|\cos(\vec{n},(\vec{x}-\vec{p}))$$ **（2 分）**

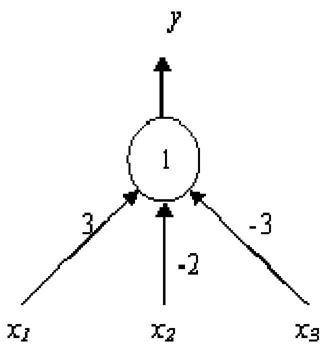
显然，当$\vec{n}$和$(\vec{x}-\vec{p})$夹角小于90°时，即$\vec{x}$在$\vec{n}$指向的那个半空间中，$\cos(\vec{n},(\vec{x}-\vec{p}))$>0；反之，当$\vec{n}$和$(\vec{x}-\vec{p})$夹角大于$90^\circ$时，即$\vec{x}$在$\vec{n}$背向的那个半空间中，$\cos(\vec{n},(\vec{x}-\vec{p}))$<0。由于$\|\vec{w}_0\|>0$，故$\vec{n}'(\vec{x}-\vec{p})$和$\vec{w}_0'\vec{x}+w_{n+1}$同号。所以，当$\vec{x}$在$\vec{n}$指向的半空间中时，$\vec{w}_0\vec{x}+w_{n+1}>0$；当$\vec{x}$在$\vec{n}$背向的半空间中，$\vec{w}_0\vec{x}+w_{n+1}<0$。判别函数值的正负表示出特征点位于哪个半空间中，或者换句话说，表示特征点位于界面的哪一侧。

四、（10 分）已知样本集：

ω1：{$(0, 0, 0)^T$，$(1, 0, 0)^T$，$(1, 0, 1)^T$，$(1, 1, 0)^T$,}

ω2：{$(0, 0, 1)^T$，$(0, 1, 1)^T$，$(0, 1, 0)^T$，$(1, 1, 1)^T$,}

试利用感知器算法设计一个能对该样本集正确分类的人工神经网络。



解：**（画出结构图 2 分，计算流程 4 分，结果正确 2 分）**

W=[3, -2, -3,1]'

算法：

```
%--- Step1. Input Pattern Vectors X
X_input = [ 0 0 0;  1 0 0;  1 0 1;  1 1 0;...
            0 0 1;  0 1 1;  0 1 0;  1 1 1];
% Span and Normalize Vectors
[m,n] = size(X_input);
X = [X_input,ones(m,1)];
[m,n] = size(X);
for i = 5:m
    X(i,1:n) = -X(i,1:n);
end
%--- Step2. Input Initial Weight Vectors W0
W = [   -1 -2 -2 0];（知道初值可以任意设定，1 分）
%--- Step3. The weight vector is corrected accordiong to the preceding rule
k = 0;
j = 0;
while ((j< m) && (k < 1000))    % repeat until the algorithm converges to a solution
    for i = 1:m
        d = W * X(i,1:n)';
        if (d <= 0)
            j = 0;
            W = W + X(i,1:n);
        else
            j = j+1;
        end
    end
```

```
        k = k+1;
    end
    %--- Step4. Display the result
    if (k >= 1000)
        fprintf('Not linearly separable! k=%i',k);
    else
        fprintf('Weight Vector W = ');
        disp(W);
    end
```

五、**(12 分，每问 4 分)** 在目标识别中，假定有农田和装甲车两种类型，类型 ω_1 和类型 ω_2 分别代表农田和装甲车，它们的先验概率分别为 0.8 和 0.2，损失函数如表 1 所示。现在做了三次试验，获得三个样本的类概率密度如下：

$p(x/\omega_1)$：0.3，0.1，0.6

$p(x/\omega_2)$：0.7，0.8，0.3

（1） 试用贝叶斯最小误判概率准则判决三个样本各属于哪一个类型；

（2） 假定只考虑前两种判决，试用贝叶斯最小风险准则判决三个样本各属于哪一类；

（3） 把拒绝判决考虑在内，重新考核三次试验的结果。

表 1

判决 \ 损失 \ 类型	ω_1	ω_2
α_1	1	4
α_2	5	1
α_3	1	1

解：由题可知：$P(\omega_1)=0.7, P(\omega_2)=0.3$，$\dfrac{P(\omega_2)}{P(\omega_1)}=\dfrac{3}{7}$，$\dfrac{P(x_1|\omega_1)}{P(x_1|\omega_2)}=\dfrac{3}{7}$，

$\dfrac{P(x_2|\omega_1)}{P(x_2|\omega_2)}=\dfrac{1}{8}$，$\dfrac{P(x_3|\omega_1)}{P(x_3|\omega_2)}=2$

（1）**(4 分)** 根据贝叶斯最小误判概率准则知：

$\frac{P(x_1|\omega_1)}{P(x_1|\omega_2)}=\frac{P(\omega_2)}{P(\omega_1)}$，则可以任判；

$\frac{P(x_2|\omega_1)}{P(x_2|\omega_2)}<\frac{P(\omega_2)}{P(\omega_1)}$，则判为 ω_2；

$\frac{P(x_3|\omega_1)}{P(x_3|\omega_2)}>\frac{P(\omega_2)}{P(\omega_1)}$，则判为 ω_1；

（2）**（4 分）**由题可知：$\frac{P(\omega_2)(\lambda_{21}-\lambda_{22})}{P(\omega_1)(\lambda_{12}-\lambda_{11})}=\frac{0.3(5-1)}{0.7(4-1)}=\frac{4}{7}$

则 $\frac{P(x_1|\omega_1)}{P(x_1|\omega_2)}<\frac{4}{7}$，判为 ω_2；

$\frac{P(x_2|\omega_1)}{P(x_2|\omega_2)}<\frac{4}{7}$，判为 ω_2；

$\frac{P(x_3|\omega_1)}{P(x_3|\omega_2)}>\frac{4}{7}$，判为 ω_1；

（3）**（4 分）**对于两类问题，对于样本 x，假设 $P(x)$ 已知，有

$$R(\alpha_j|x)=\lambda(\alpha_j|\omega_1)P(\omega_1|x)+\lambda(\alpha_j|\omega_2)P(\omega_2|x)=$$
$$=\frac{\lambda(\alpha_j|\omega_1)P(x|\omega_1)P(\omega_1)+\lambda(\alpha_j|\omega_2)P(x|\omega_2)P(\omega_2)}{P(x)}$$

则对于第一个样本，

$R(\alpha_1|x)=\frac{5\times 0.21}{P(x)},R(\alpha_2|x)=\frac{4\times 0.21}{P(x)},R(\alpha_3|x)=\frac{2\times 0.21}{P(x)}$，则拒判；

$R(\alpha_1|x)=\frac{1.03}{P(x)},R(\alpha_2|x)=\frac{0.59}{P(x)},R(\alpha_3|x)=\frac{0.24}{P(x)}$，则拒判；

$R(\alpha_1|x)=\frac{0.78}{P(x)},R(\alpha_2|x)=\frac{2.19}{P(x)},R(\alpha_3|x)=\frac{0.51}{P(x)}$，拒判。

六、（30 分）上机实验及作业（时间另计）。

（评分标准：四个上机实验各 5 分（不能处理任意维数样本扣 1 分），平时作业 10 分。）