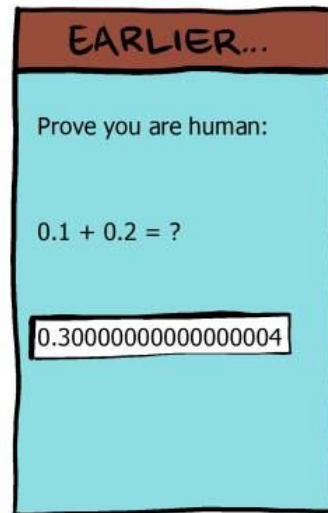
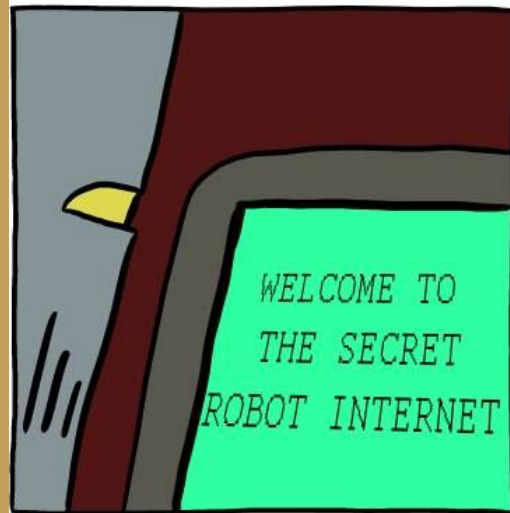
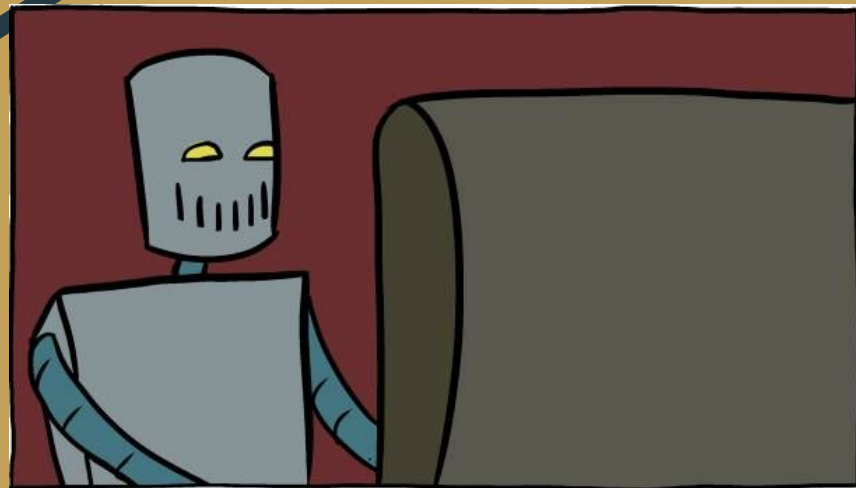


# PCCA WINTER 2019

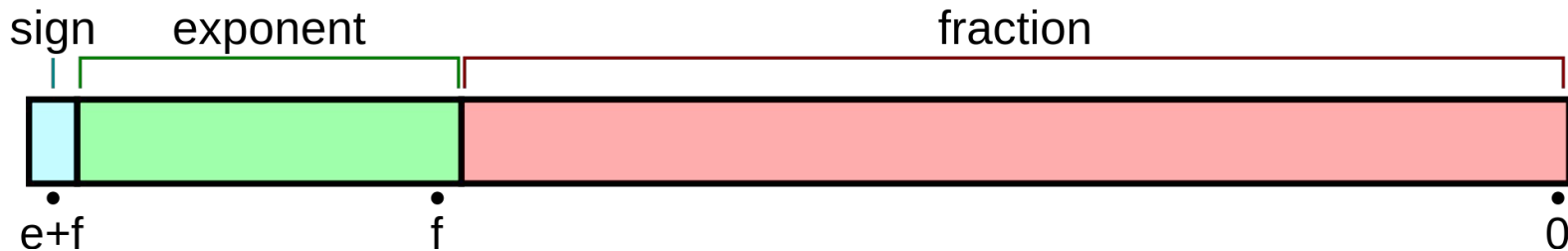
## 浮點數與計算幾何

fsh0524



# 機器如何表示浮點數

- IEEE754
- $\text{value} = \text{sign} * \text{exponent} * \text{fraction}$
- 用二進位科學記號來表示浮點數



# 如何解決浮點數運算的精度問題

- 不要用浮點數
- 可以用 Fixed-point 解決的問題就不要用浮點數
- 引進 eps

# Epsilon

```
const double eps = 1e-8;  
int sign(double a) {  
    if (a < -eps) {  
        return -1;  
    } else if (a > eps) {  
        return 1;  
    } else {  
        return 0;  
    }  
}
```

# 使用浮點數的注意事項

- 注意函數定義域
  - Ex. `sqrt()` 可能會因為傳入值是一個絕對值小於 `eps` 的負數而被你判斷為 0, 造成 Runtime Error。
- 注意 STL 預設的比較運算
  - 必要時可以重載運算

# 如何輸出浮點數 (C++)

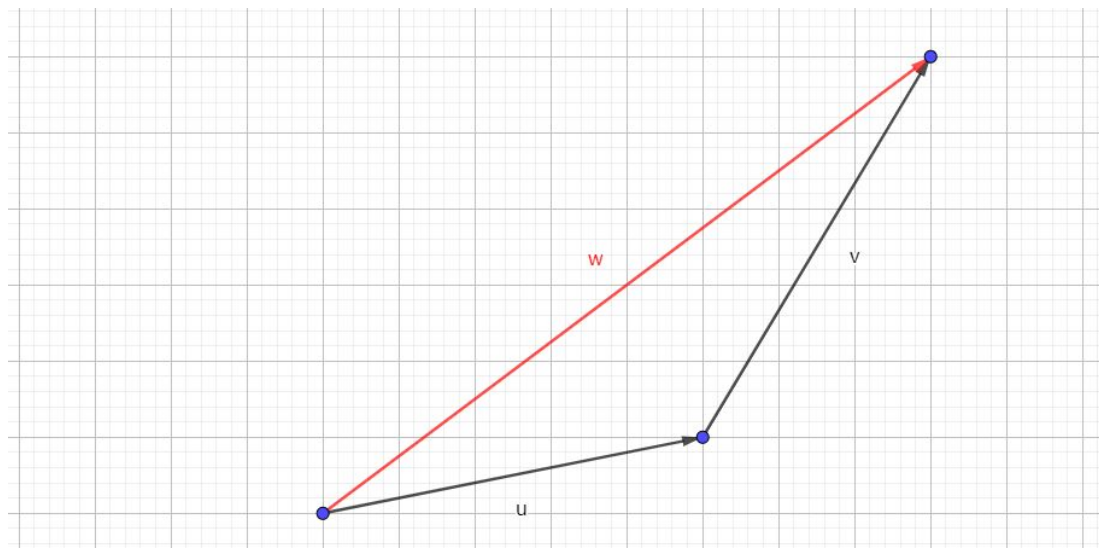
- 四捨五入到小數點後第四位
  - `printf("%.4f", x);`
  - `std::cout << std::setprecision(4) << std::fixed << x << std::endl;`
- 假設正解的答案是0.9487，可是你的結果算出來是0.94864999999999999999.....
- 善用 `ceil()`, `round()`, `floor()` 等函式

# 示例: Binary Search 的誤差

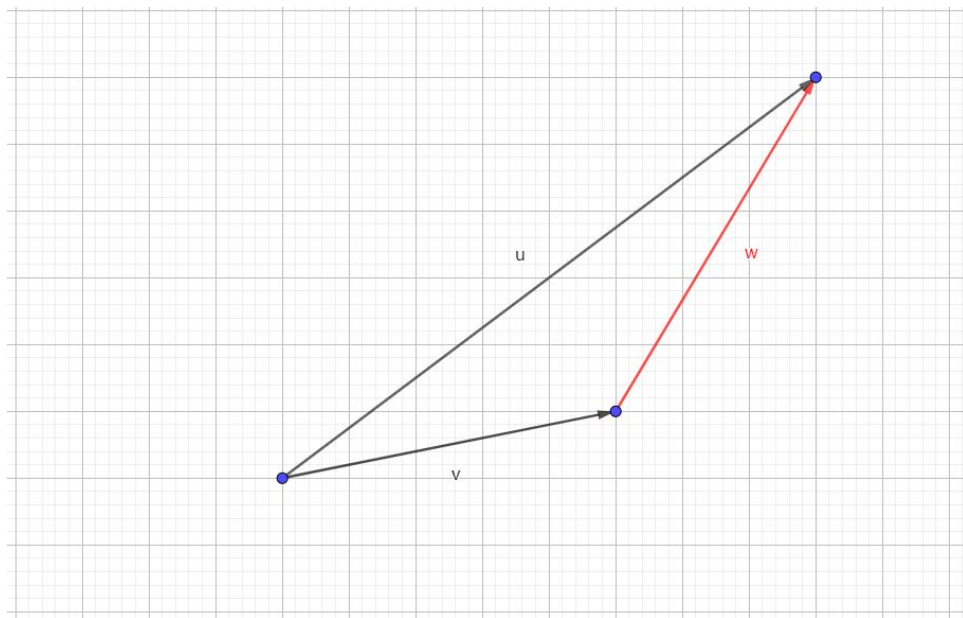
- 令  $f$  在  $[a, b]$  區間為連續函數, 答案在  $[a, b]$  之間。
- 需要多次迭代來逼近答案:
  - $n$  次迭代以後的誤差  $< |b - a| / 2^n$



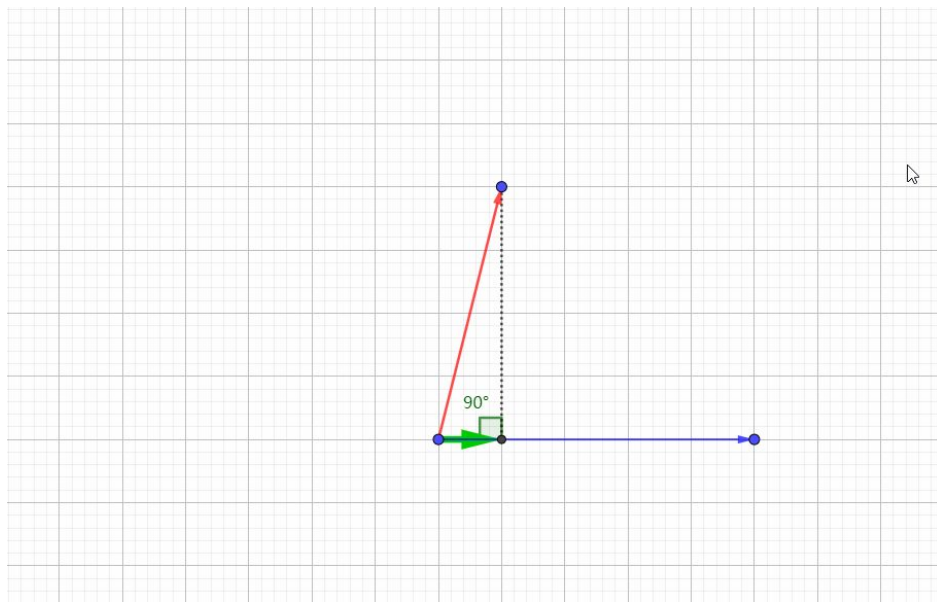
# 基礎幾何 - 向量相加



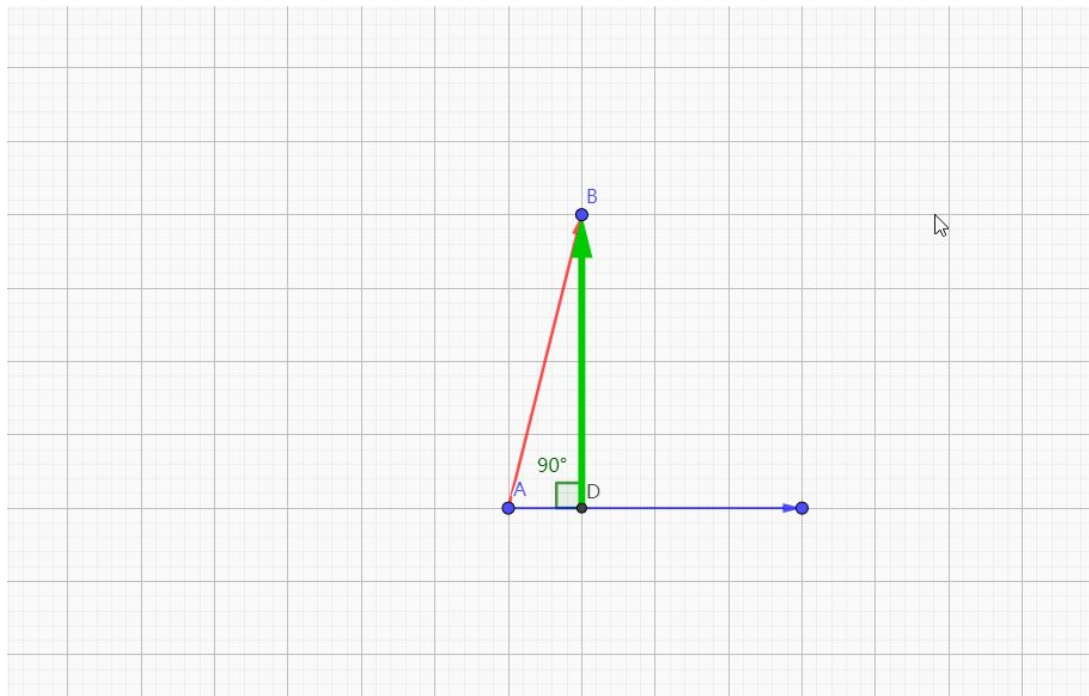
# 基礎幾何 - 向量相減



# 基礎幾何 - 向量內積 (dot)

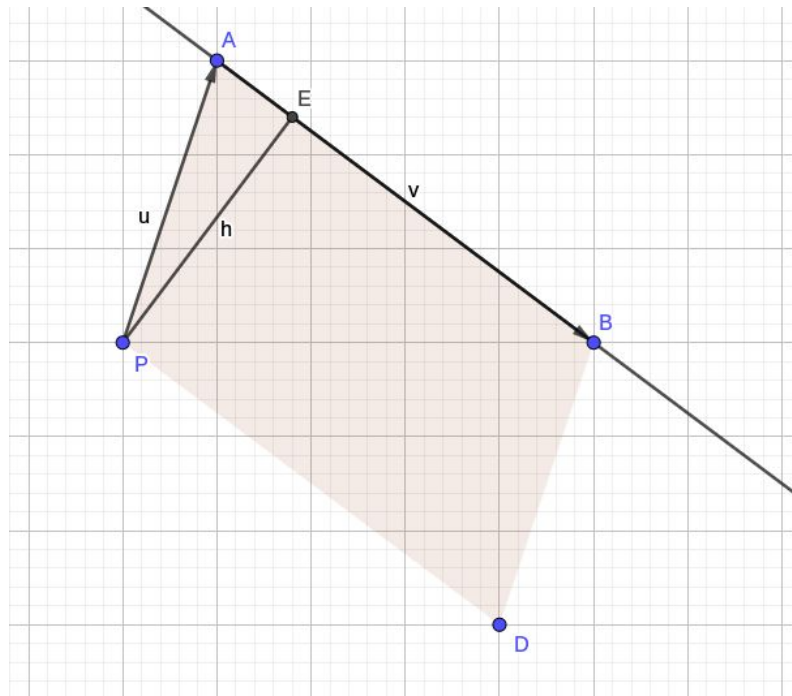


## 基礎幾何 - 向量外積(cross)



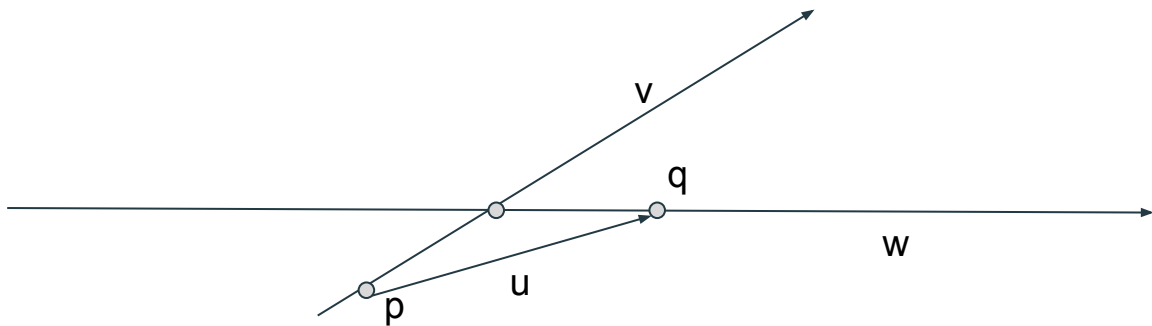
## 問題 - 點到直線的距離

- $\text{length}(h) = \text{abs}(\text{cross}(v, u) / \text{length}(v))$



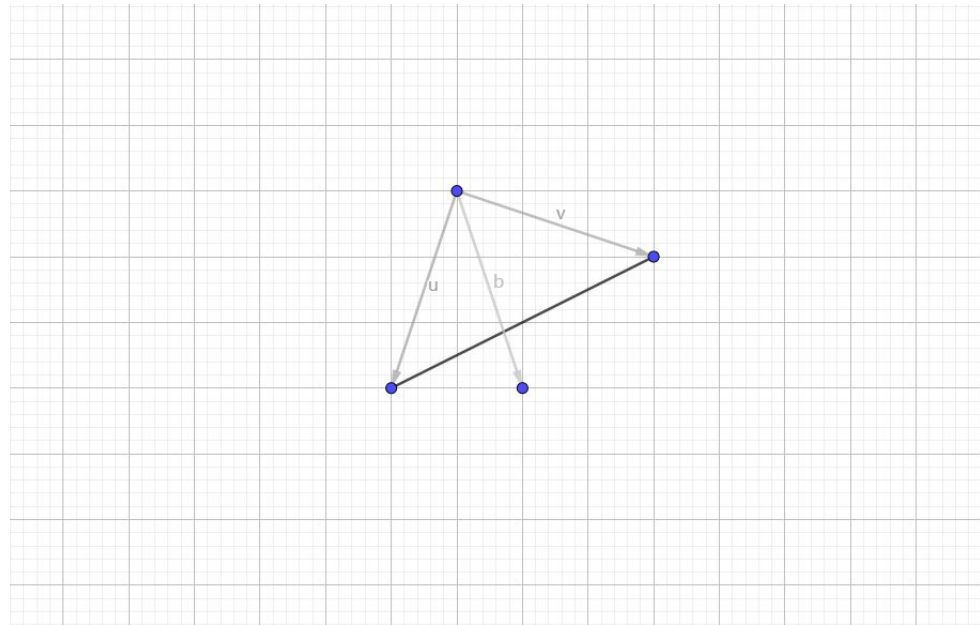
## 問題 - 兩個直線的交點

$$p + v * (\text{cross}(w, u) / \text{cross}(v, w))$$



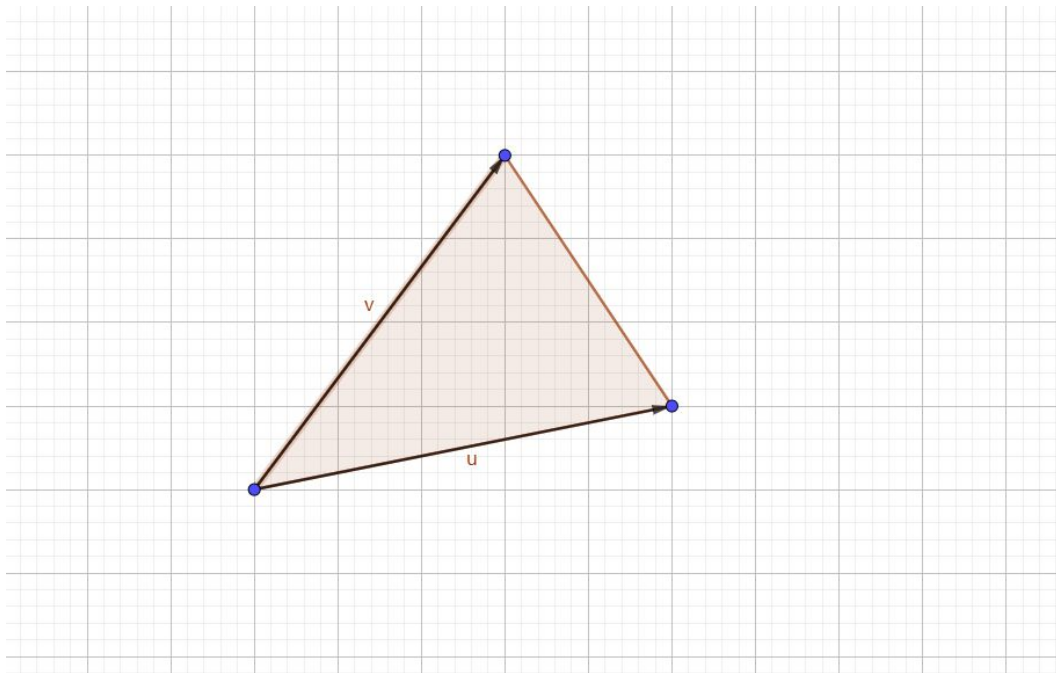
## 問題 - 線段相交判定

- $\text{sign}(\text{cross}(u, b)) = \text{sign}(\text{cross}(b, v))$
- 兩邊各做一次



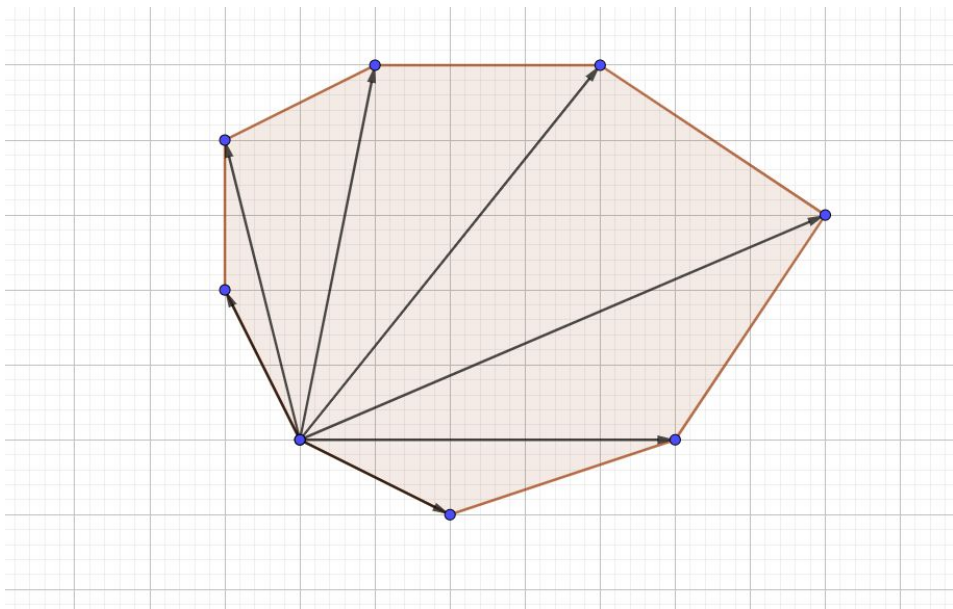
## 問題 - 三角形面積

- $\text{abs}(\text{cross}(u, v)) * 0.5$

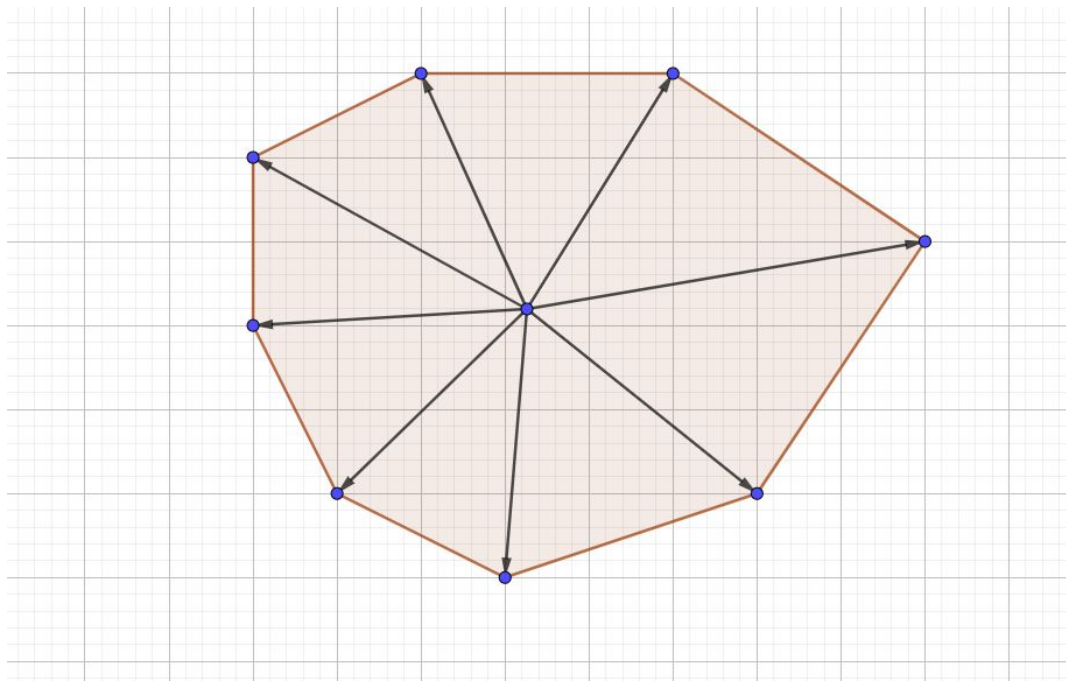




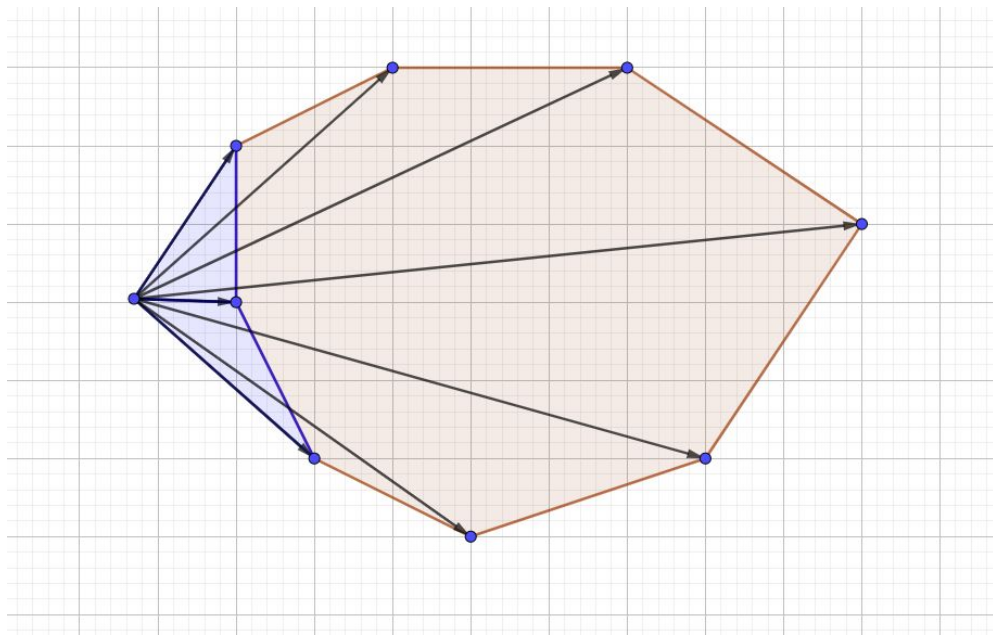
## 問題 - 簡單凸多邊形面積



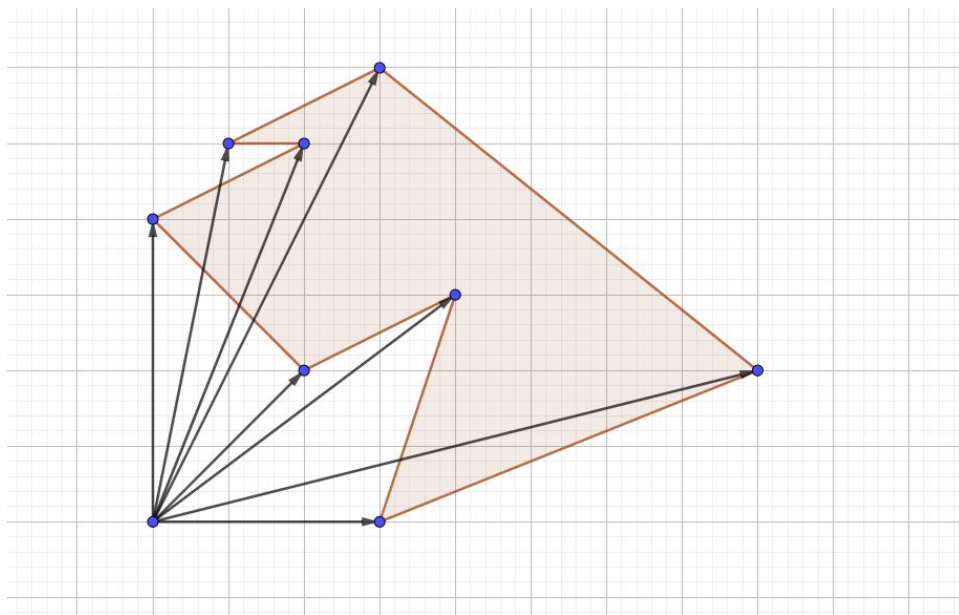
## 問題 - 簡單凸多邊形面積 (cont.)



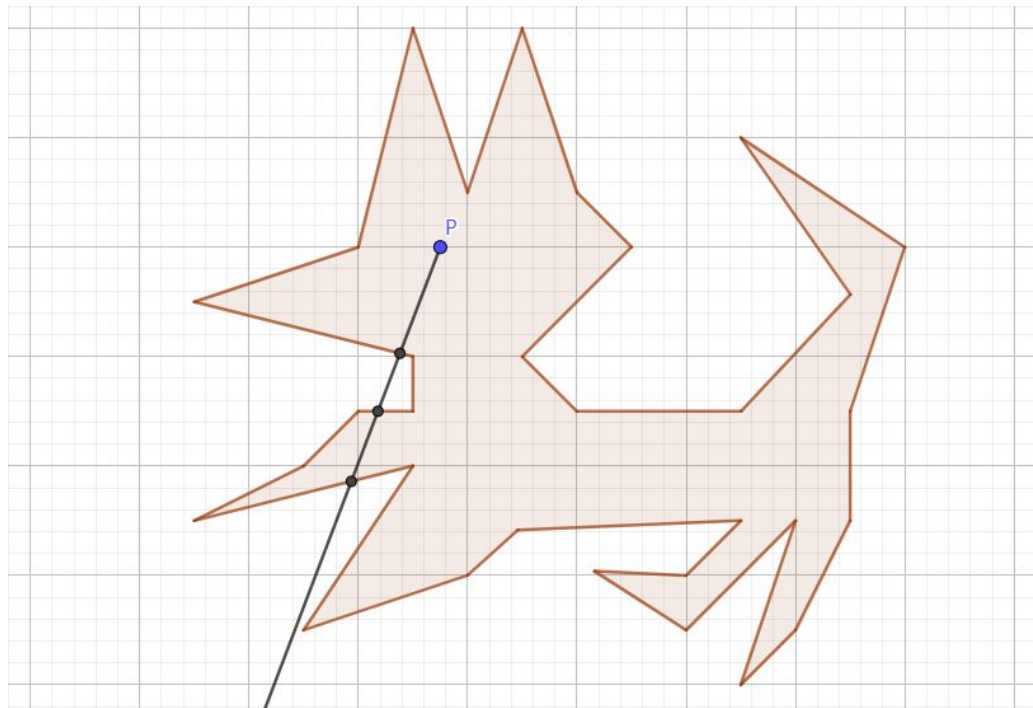
## 問題 - 簡單凸多邊形面積 (cont.)



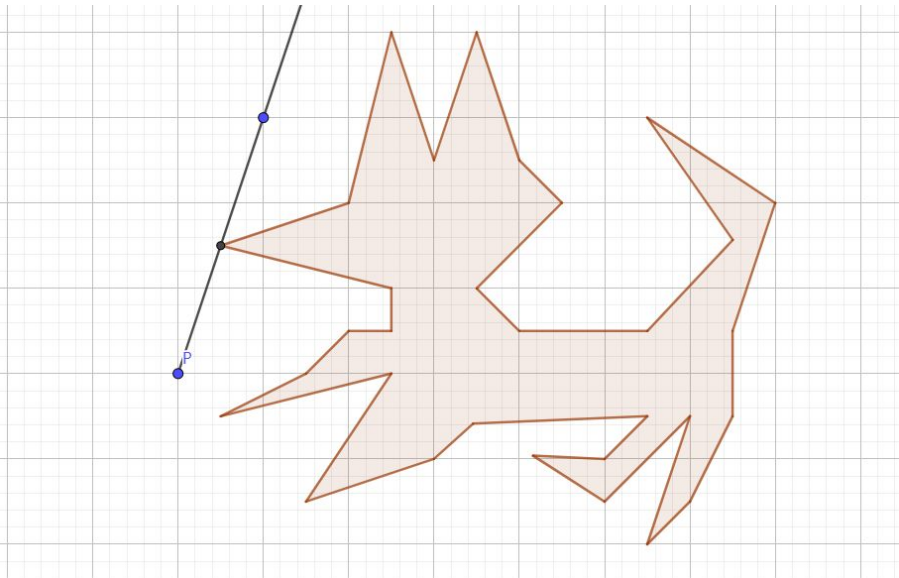
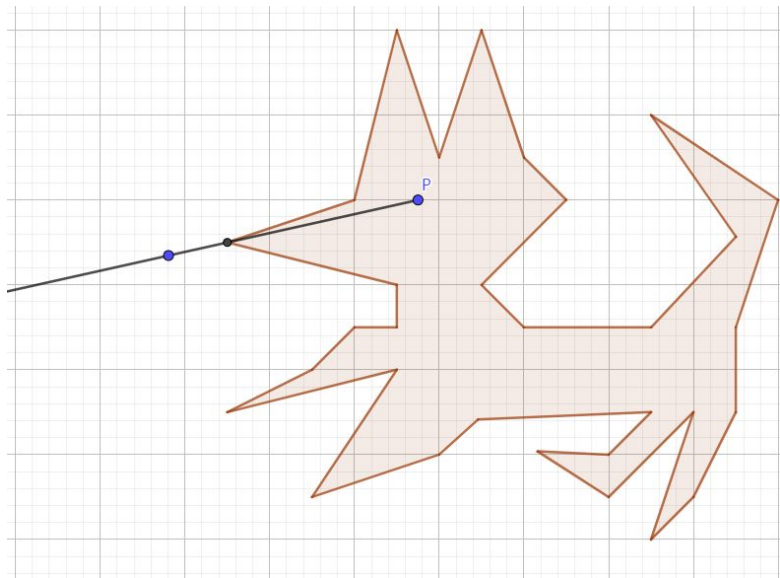
## 問題 - 簡單多邊形面積



# 判斷點是否在簡單多邊形內



## 射線法的問題



## 射線法的問題 (cont.)

- 點在線上可直接判斷。
- 若射線交於頂點上，重新找一條新射線，通常不會失敗太多次。

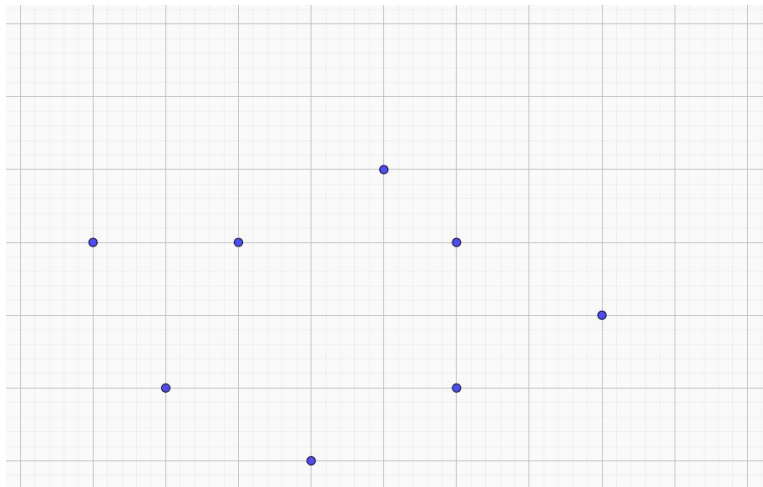
# 凸包

- 把一堆點包住的最小凸多邊形



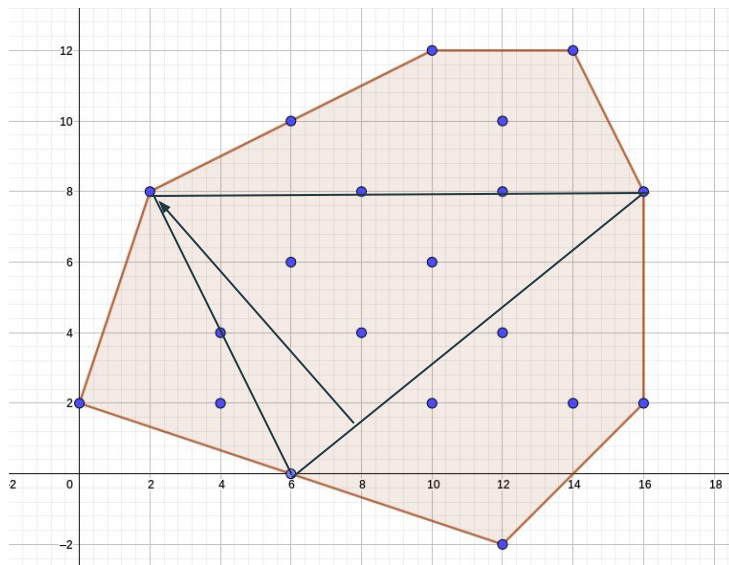
# 如何求出凸包

將所有點按照  $x$  軸排序，從左到右掃描，先找到下凸包後再找上凸包。



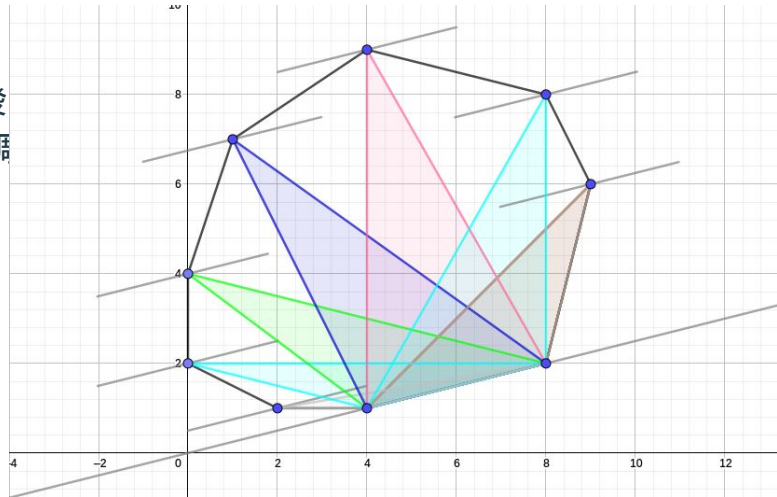
# 問題：平面上 $n$ 點求最大三角形

- 先做個凸包
- 枚舉凸包上的每一條對角線，找距離該線最遠的點。
- $O(n^3)$



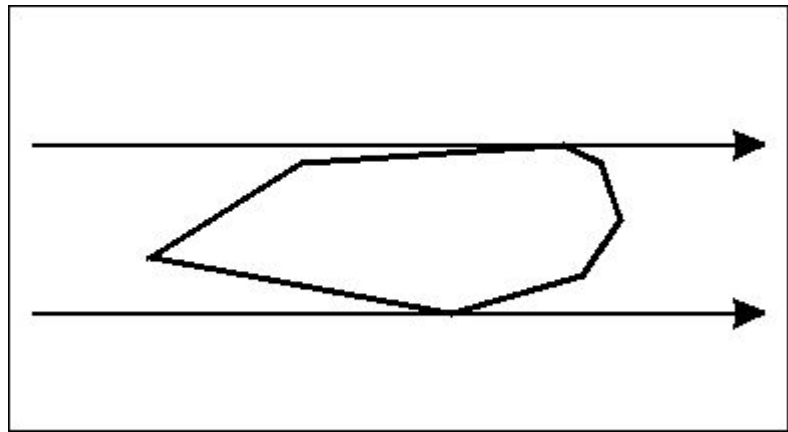
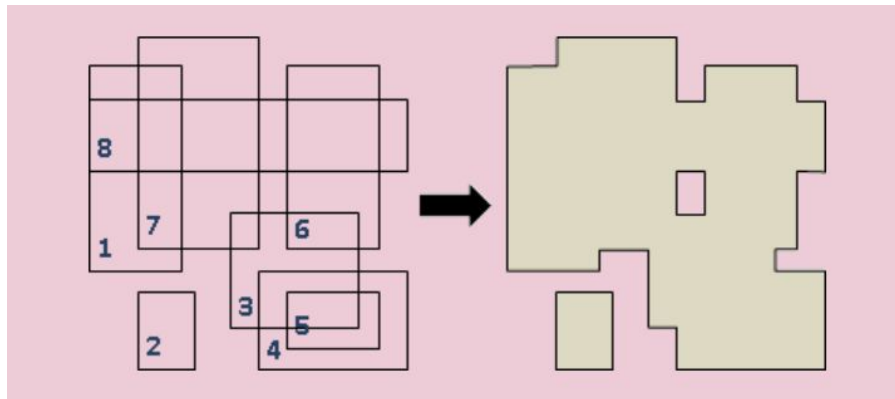
## 問題：平面上 $n$ 點求最大三角形 (cont.)

- 先做個凸包
- 發現對於所有間隔  $k$  個點的對角線，順時針排序後發現最大三角形的頂點恰好轉一圈，面積也是單峰單調遞增後遞減。
- 枚舉兩點間隔  $k$ ，每次轉一圈找最大三角形。
- $O(n^2)$



# 計算幾何常用的技巧

- 掃描線
- 旋轉卡尺
- 靠賽



# 參考資料

- 去年的講義:[https://hackmd.io/48\\_XH8GAT0m-bGFTs1N2Hg](https://hackmd.io/48_XH8GAT0m-bGFTs1N2Hg)