第一章 错题

1. 【李武六-1-1】当 $x \to 0$ 时, 无穷小量 $a_1 = \int_x^{2\sin x}(e^{t^2}-1)\,\mathrm{d}t$, $a_2 = \int_x^{e^x-1}\ln\cos t\,\mathrm{d}t$, $a_3 = \int_{x^2}^{x}\frac{\tan^3 t}{t}\,\mathrm{d}t$ 关于 x 的阶数分别为 (　)

(A) 2, 3, 4.　(B) 3, 3, 3.　(C) 3, 5, 3.　(D) 3, 4, 3.

2. 【李武六-1-3】在 Oxy 平面上, 光滑曲线 L 过 $(1,0)$ 点, 并且曲线上任意一点 $P(x,y)(x\neq 0)$ 处的切线斜率与直线 OP 的斜率之差等于 $ax(a>0$ 为常数). 如果 L 与直线 $y=ax$ 所围成的平面图形的面积为 8, 则 a 的值为 (　)

(A) 2.　(B) 4.　(C) 6.　(D) 8.

3. 【李武六-1-8】设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 且 $F(0)=0$. 则下列函数可作为分布函数的是 (　)

(A) $G_1(x)=\begin{cases}1+F\left(\frac{1}{x}\right), & x>1,\\ 0, & x\leq 1.\end{cases}$　(B) $G_2(x)=\begin{cases}1-F\left(\frac{1}{x}\right), & x>1,\\ 0, & x\leq 1.\end{cases}$

(C) $G_3(x)=\begin{cases}F(x)-F\left(\frac{1}{x}\right), & x>1,\\ 0, & x\leq 1.\end{cases}$　(D) $G_4(x)=\begin{cases}F(x)+F\left(\frac{1}{x}\right), & x>1,\\ 0, & x\leq 1.\end{cases}$

4. 【李武六-1-10】一颗陨石等可能地坠落在区域 A_1, A_2, A_3, A_4 后, 有关部门千方百计地要找到它. 根据现有的搜索条件, 如果陨石坠落在 A_i, 则在该区域被找到的概率是 p_i (这里 p_i 是由 A_i 的地貌条件决定的; $i=1,2,3,4$). 现对 A_1 搜索后没有发现这块陨石, 则陨石坠落在 A_4 的概率为 (　)

(A) $\frac{1}{3}$.　(B) $\frac{1}{4}$.　(C) $\frac{1-p_1}{4-p_1}$.　(D) $\frac{1}{4-p_1}$.

5. 【李武六-1-11】设 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上以 2π 为周期的二阶可导函数, 且满足等式 $f(x)+2f'(x+\pi)=\sin x$, 则 $f(x)=$ ____________.

6. 【李武六-1-12】设 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上连续, 且满足

$$f(x)=x^2+\mathrm{e}^{-3x^2}\ln(x+\sqrt{1+x^2})+[1-\sin^6(\pi x)]\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x,$$

则 $\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x=$ ________.

7. 【李武六-1-13】设当 $x>0$ 时, 方程 $kx+\dfrac{675}{x^2}=2025$ 有且仅有一个根, 则 k 的取值范围是 ________.

8. 【李武六-1-14】设 $a>0,b>0$, $f(x,y)=\max\{\mathrm{e}^{b^2x^2},\mathrm{e}^{a^2y^2}\}$, 则 $\int_0^a\mathrm{d}x\int_0^b f(x,y)\mathrm{d}y=$ ________.

9. 【李武六-1-15】设 $\boldsymbol{A}$ 为三阶矩阵, $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}$ 为三维列向量. 已知 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}$ 线性无关, 且 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}=2\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{A}\boldsymbol{\beta}=2\boldsymbol{\alpha}$. 记 $f(\lambda)=|\lambda\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}|$. 若 $f(0)=12$, 则 $f(5)=$ ________.

10. 【李武六-1-17】求极限

$$\lim_{x\to 0}\frac{2\ln(2-\cos x)-3\left[\left(1+\sin^2 x\right)^{\frac{1}{3}}-1\right]}{x^2\left[\ln(1+x)+\ln(1-x)\right]}.$$

11. 【李武六-1-19】计算

$$I=\iint\limits_{D}\left(x^3\cos y+x^2+y^2-\sin x-2y+1\right)\mathrm{d}\sigma,$$

其中

$$D=\left\{(x,y)|1\leq x^2+(y-1)^2\leq 2,x^2+y^2\leq 1\right\}.$$

12. 【李武六-1-20】已知

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\int_0^{n\pi}x|\sin x|\mathrm{d}x}{n^\alpha}=A\neq 0.$$

(1) 试确定 α 和 A 的值.

(2) 证明级数

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n^{\alpha-1}}{\int_0^{n\pi}x|\sin x|\mathrm{d}x}$$

收敛, 并求其和.

13. 【李武六-1-21】已知二次型

$$f(x_1,x_2,x_3)=(x_1+x_3)^2+(x_1+2x_2+ax_3)^2+(x_1-ax_2-2x_3)^2.$$

(1) 求方程 $f(x_1,x_2,x_3)=0$ 的解.

(2) 求 $f(x_1,x_2,x_3)$ 的规范形.

(3) 当 $f(x_1,x_2,x_3)=0$ 有非零解时, 确定常数 a, 使矩阵

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}3&1&2\\1&a&-2\\2&-2&9\end{pmatrix}$$

为正定矩阵, 并求二次型 $g(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$ 在 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}=2$ 下的最大值.

14. 【李武六-1-22】设总体 $X\sim N(\alpha+\beta,\sigma^2)$, $Y\sim N(\alpha-\beta,\sigma^2)$, X 和 Y 相互独立.

(1) 若 α,β 未知, σ^2 已知. $X_1,X_2,\ldots,X_n$ 和 $Y_1,Y_2,\ldots,Y_n$ 分别是总体 X 和 Y 的简单随机样本, 试求 α,β 的矩估计量和最大似然估计量.

(2) 求 (1) 中矩估计量及最大似然估计量的数学期望和方差.

(3) 当 α,β,σ^2 为何值时, 可使 $(X+Y)^2$ 服从 χ^2 分布?

15. 【李武六-2-1】记符号函数 $\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0, \end{cases}$ 则函数 $f(x) = \operatorname{sgn}\left(\sin \dfrac{\pi}{x}\right)$ 的间断点为 ( )

(A) 一个第一类间断点及一个第二类间断点.

(B) 无穷个第一类间断点及一个第二类间断点.

(C) 一个第一类间断点及无穷个第二类间断点.

(D) 只有一个间断点.

16. 【李武六-2-4】设 $f(x,y)$ 连续, 且 $f(x,y) = \mathrm{e}^{x^2+y^2} + xy\iint\limits_D f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其中 $D = \{(x,y)|0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1\}$, 则 $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ 等于 ( )

(A) $4xy\mathrm{e}^{x^2+y^2} + \dfrac{9}{16}(\mathrm{e}-1)^2$.

(B) $2xy\mathrm{e}^{x^2+y^2} + \dfrac{9}{16}(\mathrm{e}-1)$.

(C) $4xy\mathrm{e}^{x^2+y^2} + \dfrac{9}{32}(\mathrm{e}-1)^2$.

(D) $4xy\mathrm{e}^{x^2+y^2} + \dfrac{9}{16}(\mathrm{e}-1)$.

17. 【李武六-2-5】已知三阶矩阵 $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ 满足 $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}$, 则在下面 ① $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 等价; ② $\boldsymbol{A}$ 可逆等价于 $\boldsymbol{B}$ 可逆; ③ $\boldsymbol{B}\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$ 三个结论中, 正确的结论个数是 ( )

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

18. 【李武六-2-7】设 $\boldsymbol{\alpha}=(a_1,a_2,a_3)^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\beta}=(b_1,b_2,b_3)^{\mathrm{T}}$. 已知 $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ 正交且为单位向量, 则二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=(a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3)(b_1x_1+b_2x_2+b_3x_3)$ 的秩为 ( )

(A) 3.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 0.

19. 【李武六-2-8】一个袋子中装有白球和黑球, 有放回地取 n 次, 其中有 k 个白球, 则袋子中黑球数和白球数之比 R 的最大似然估计为 ( )

(A) $\hat{R}=\frac{n}{k}-1$.　　(B) $\hat{R}=\frac{k}{n}$.　　(C) $\hat{R}=\frac{n}{k}$.　　(D) $\hat{R}=1-\frac{k}{n}$.

20. 【李武六-2-11】$\int \arctan(1+\sqrt{x})\mathrm{d}x=$ ________.

21. 【李武六-2-13】已知函数 $f(t)$ 满足 $tf(t)=1+\int_0^t s^2 f(s)\mathrm{d}s$, 则 $f(x)=$ ________.

⚠ 22. 【李武六-2-15】设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 均为 n 阶方阵, 且 $\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}$ 可逆, 则 $(\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{A})^{-1}=$ ________.

第二章 缩写对应关系

表 2.1: 缩写与全称对照表

缩写	**对应模拟卷**
李武六	李永乐武忠祥冲刺 6 套卷
张八	张宇 8 套卷
超越	合工大超越 5+5 套卷
共创	合工大共创 5 套卷
欧三	欧几里得 3 套卷
李武冲三	李永乐武忠祥最后 3 套卷（名校版）
张四	张宇 4 套卷