

第 9 章

单相对流换热

9.1 对流换热的物理机制

9.2 边界层理论简介

9.3 沿平壁的对流换热计算

9.4 绕流圆柱体的对流换热计算

9.5 管内对流换热计算

9.6 自然对流换热计算

9.1 对流换热的物理机制

- 对流换热的物理机制比导热复杂很多，原因是对流换热中热对流和热传导两种换热方式同时发生，流体的速度和方向等很多项物性参数都对换热的强弱具有重要影响。
- 对流换热的强弱用表面传热系数来表示

$$q_x = h_x (t_w - t_f)_x$$

- 表面传热系数的物理实质。

在第三类边界条件的导热问题分析中，表面传热系数 h 是已知的，且热导率是固体的，温度梯度是固体表面靠近流体侧的，而不是流体的

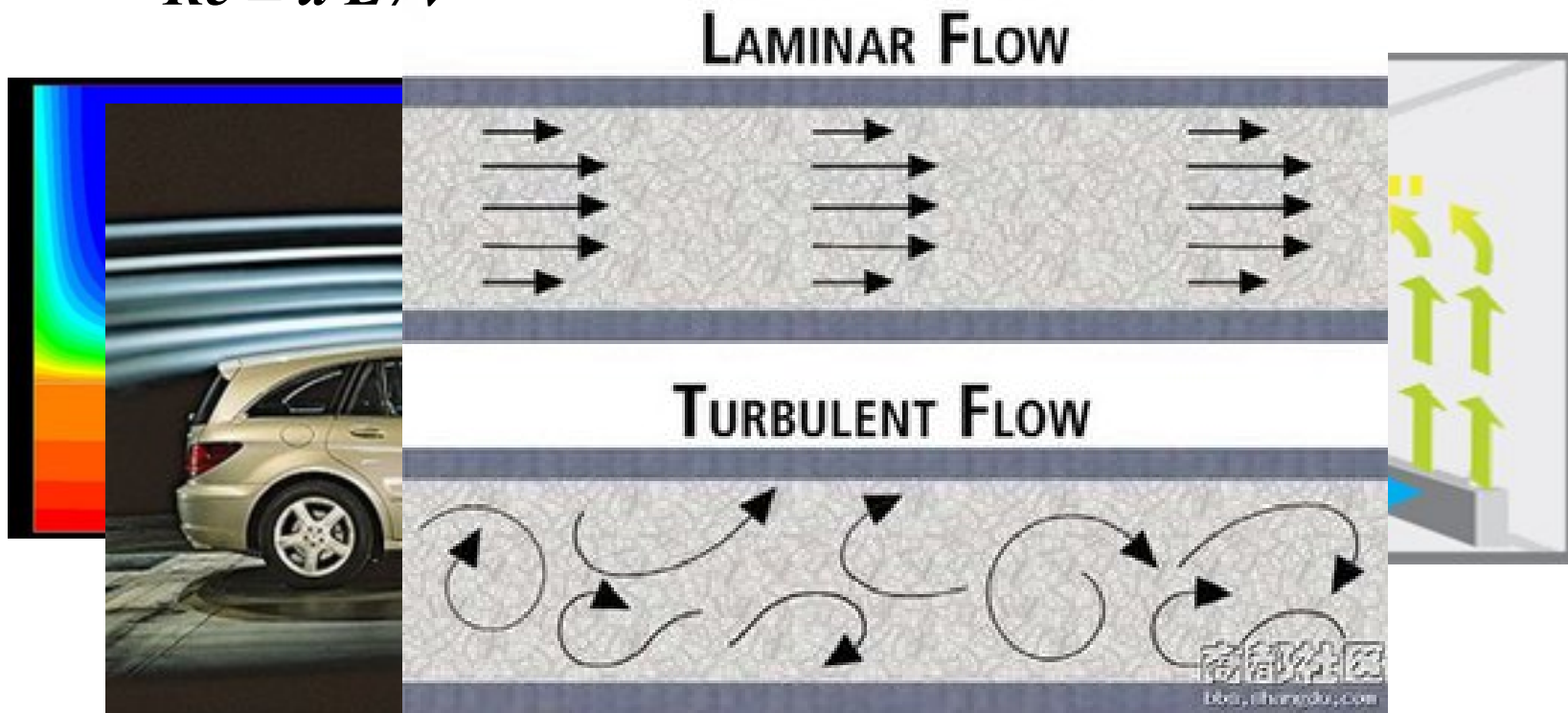
本章学习确定 h 的基本方法

对流传热影响因素

(1) 流动的起因和流动的状态

- 起因：自然对流（密度差）、受迫对流（外力）
 - 空气：5-25W/(m²·K) 10-100W/(m²·K)
- 状态：层流、紊流





$$Re \equiv u L / \nu$$



对流传热影响因素

(2) 流体的热物理性质

因种类、温度、压力而变化

- 比热容：定压比热容 c_p $\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ 
- 热导率： λ , $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ （导温系数 a , m^2/s) 
- 密度： ρ , kg/m^3 
- 黏度：动力黏度 μ , $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ 运动黏度 ν , m^2/s 

液体的黏度随温度的升高而降低

气体的黏度随温度的升高而增加

对流传热影响因素

- **定性温度**——选择某一特征温度以确定物性参数，从而把物性作为常量处理
- 定性温度的选择：
 1. 流体平均温度（主流温度、进出口平均温度、容积平均温度）
 2. 壁面温度
 3. 流体和壁面的算术平均温度

边界层的平均温度 $t_m = (t_w + t_f) / 2$ ，也称为 **边界层膜温度**

对流换热计算中存在一项特别的无量纲物性特征数，称为 **普朗特数**， $Pr \equiv \nu / a$ 。它表示流体扩散动量的能力与扩散热量能力的相对大小。

对流传热影响因素

(3) 流体的相变

- 冷凝，沸腾，升华，凝固，融化，熔融。

(4) 传热表面几何因素

- 几何因素及壁面尺寸、粗糙度、形状与流体的相对位置
影响流体在壁面上的流态，速度分布，温度分布；
- 无相变对流传热问题可划分为外掠、内流问题
- 对对流传热有决定影响的特征尺寸称为定型尺寸（人为选定）

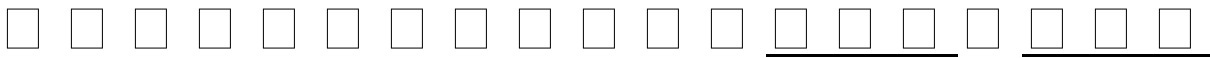
定型尺寸：

- 外掠平板，板长
- 管内流动，管内径
- 外掠圆管，管外径
- 流体沿竖壁或竖圆管表面自然对流换热，高度
- 沿横管外表面自然对流换热：外径

对流传热影响因素

(5) 表面的热边界条件

层流状态对边界条件的变化比较敏感，而湍流时不甚敏感。



- 壁温边界条件：壁温已知（常壁温或已知规律变化的变壁温）——待求的是壁面法向流体的温度梯度
- 热流边界条件：已知壁面热流密度（常热流或变热流边界条件）——待求的是壁温

典型对流传热类型

对 流 传 热	无 相 变 传 热	受迫对 流传热	内部流动	圆管内受迫流动
				非圆形管内受迫流动
			外部流动	外掠平板
				外掠单管
				外掠管束（光管；翅片管）
		自然对 流传热	无限空间	竖壁；竖管
				横管
				水平壁（上表面与下表面）
			有限空间	夹层空间
		混合对 流传热	-----	受迫对流与自然对流并存
	相 变 传 热	凝结传热	垂直壁凝结传热	
			水平单圆管及管束外凝结传热	
			管内凝结传热	
		沸腾传热	大空间沸腾传热	
			管内沸腾传热（横管、竖管）	

- 表面传热系数是众多因素的函数

$$h = f(u, t_w, t_f, \lambda, c_p, \rho, \alpha, \mu, l)$$

- 研究对流传热的目的之一——通过各种方法寻求表面传热系数的具体函数式。
- 用无量纲量整理可消减未知量
 - Nu、Re、Gr、Pr

- 本章学习的对流换热与前面学习的第三类边界条件有何区别？

9.1 对流换热的物理机制

当速度为 u_f ，温度为 t_f 的流体流过面积为 A 的平板平面，如果表面的温度 t_w 不等于 t_f ，则会发生对流换热，平板 x 处局部热流密度表示为：

$$q_x = h_x (t_w - t_f)$$

h_x —局部表面传热系数, 表示特定 x 位置的局部表面传热系数沿程变化

9.1 对流换热的物理机制

总的换热量 $\Phi = \int_A q_x dA$

假设壁面温度 t_w 和流体温度 t_f 为常量：

$$\Phi = \int_A h_x (t_w - t_f) dA = (t_w - t_f) \int_A h_x dA$$

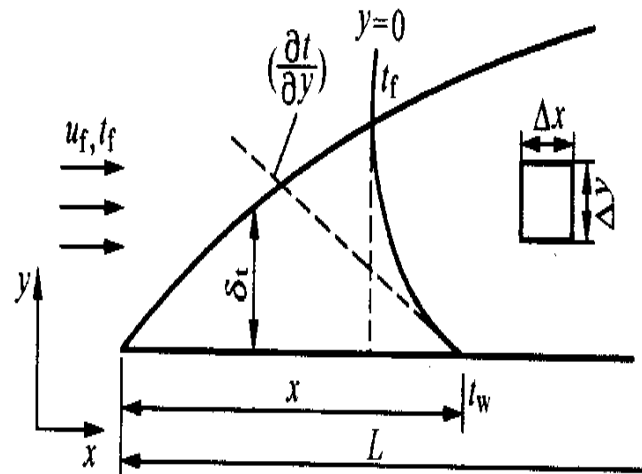
定义整个平板表面的平均表面系数为 \bar{h}

$$\Phi = \bar{h} A (t_w - t_f)$$

$$\longrightarrow \bar{h} = \frac{1}{A} \int_A h_x dA$$

9.1 对流换热的物理机制

流体沿壁面流动时，已知 t_f 、 t_w ，近壁处的流体由于粘性作用，其速度随着逐渐贴近壁面不断减小，最终紧贴壁面处流体的速度为零。在 $y=0$ 的壁面处，热量的交换取决于贴壁处流体分子的导热能力，于是可以运用傅立叶定律：



$$q_x = -\lambda_f \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_x \Big|_{y=0}$$

9.1 对流换热的物理机制

在工程实际中，对流换热量计算按照牛顿冷却公式可表示为：

$$q_x = h_x(t_w - t_f)$$



$$h_x(t_w - t_f) = -\lambda_f \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_x \Big|_{y=0}$$

即

$$h_x = -\frac{\lambda_f}{(t_w - t_f)} \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_x \Big|_{y=0}$$

9.1 对流换热的物理机制

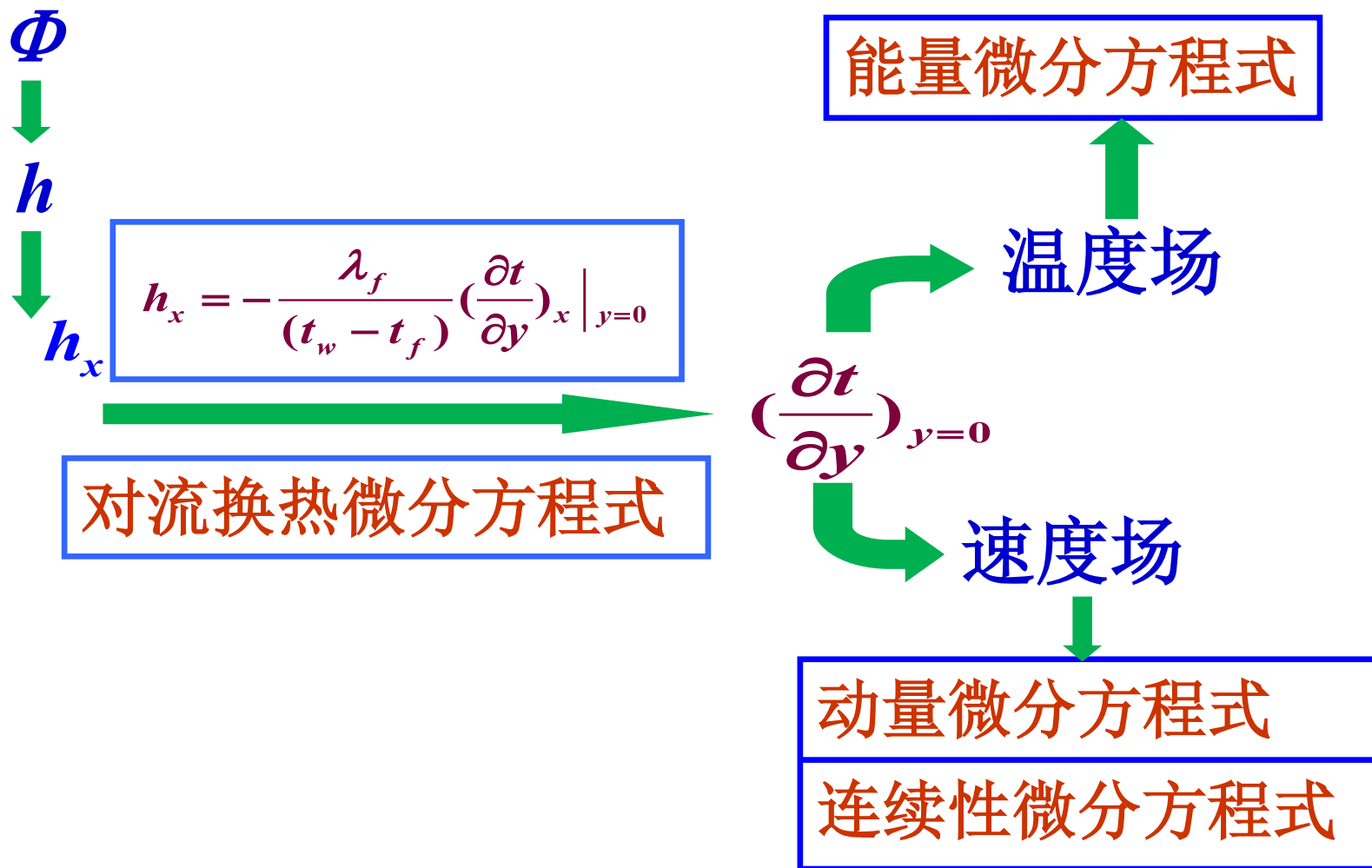
$$h_x = -\frac{\lambda_f}{(t_w - t_f)} \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_x \Big|_{y=0}$$

- 描述了表面传热系数与流体温度场的关系
- 如果已知壁面 x 处的流体温度和温度场，表面传热系数 h_x 就确定了
- 根据不同的对流传热边界条件确定流体的温度场、温度梯度——分析求解的目的

温度梯度或温度场取决于流体热物性、流动状况（层流或紊流）、流速的大小及其分布、表面粗糙度等 \Rightarrow 温度场取决于流场

9.1 对流换热的物理机制

对流换热过程微分方程组



二维、不可压缩、常物性流体沿平板流动时的对流
换热微分方程组为：

对流换热微分方程式：
$$h_x = -\frac{\lambda_f}{(t_w - t_f)} \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_x \Big|_{y=0}$$

能量微分方程式：
$$u_x \frac{\partial t}{\partial x} + u_y \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

动量微分方程式：
$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}$$

连续性微分方程：
$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0$$

分析求解和数值求解 h 的基本途径

运动微分方程和连续性方程解得速度场



由能量守恒方程解温度场

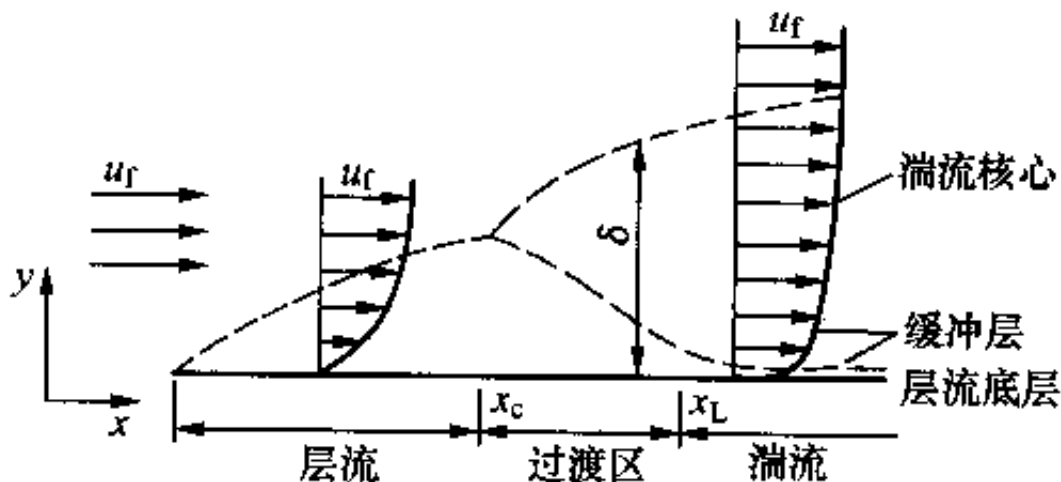


表面传热系数

9.2 边界层理论简介

速度边界层

1、定义：在紧贴壁面处， $u_f|_{y=0}=0$ ，沿 y 方向流速逐渐增大，到 $y=\delta$ 处， $u_f|_{y=\delta}=99\%u_f$



- 这一具有速度剧烈变化的流体薄层，称为**速度边界层**。
- 速度边界层外缘达到主流速度的 **99%**

把整个流场划分成两个区域：

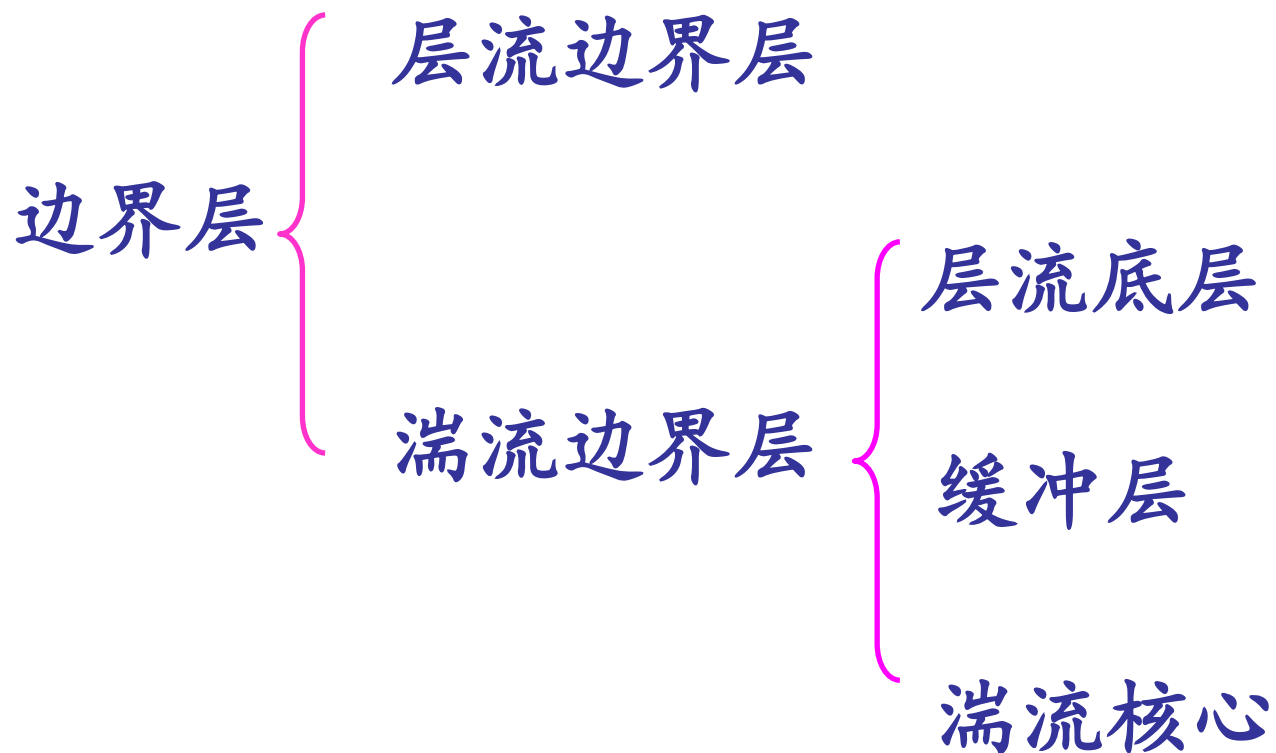
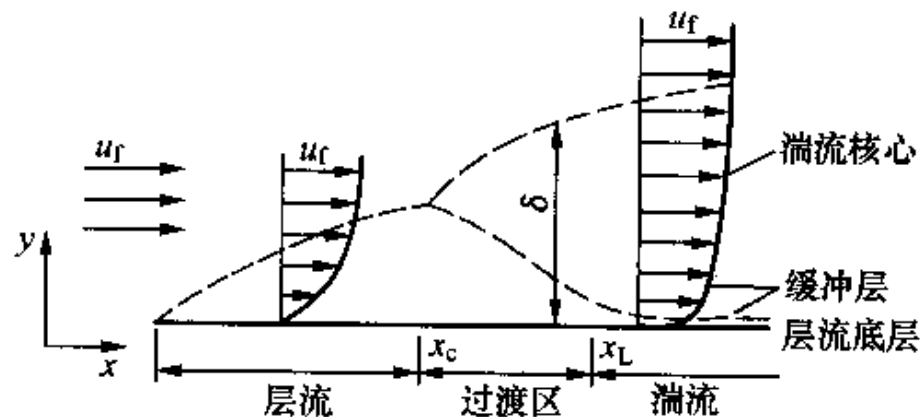
- 紧贴壁面的薄层区域为边界层区。这里的速度梯度非常大，即使流体的粘度不很大，粘性切应力也不容忽视。

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

- 边界层以外是主流区，也称 势流区。这里流体的速度几乎是均匀一致的。于是不论流体的粘度如何，粘性切应力都可以忽略不计，即主流区的流体可以近似被视为无粘性的理想流体。

$$\partial u / \partial y \approx 0$$

2. 速度边界层的发展



3. 速度边界层特点

- 层流边界层：流体速度基本与平板平行

速度分布多项式曲线

- 湍流边界层：随着层流边界层增厚，边界层速度梯度变小——边界层内速度分布曲线靠近主流区的边缘部分开始趋于平缓，它导致壁面粘滞力对边界层边缘部分影响的减弱，而惯性力的影响相对增强，进而促使层流边界层从它的边缘开始逐渐变得不稳定起来，自距前缘 x_c 起层流向紊流过渡，紊流区开始形成

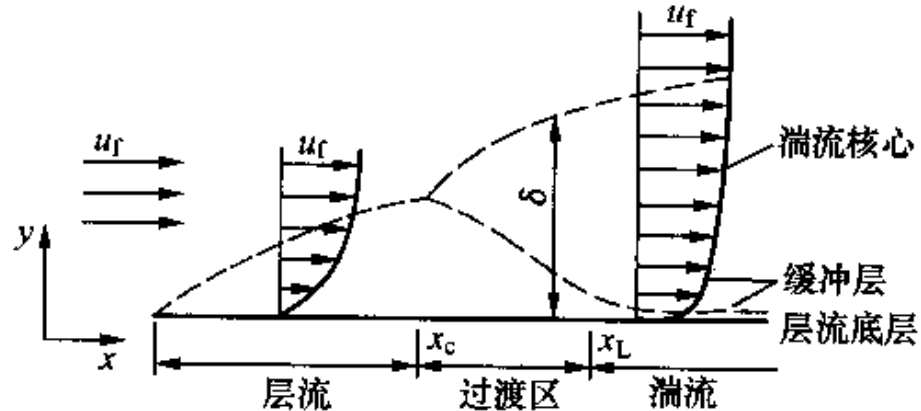
流动边界层特点

- 一旦紊流区开始形成，由于紊流传递动量的能力比层流强，紊流流态将同时向外和向壁面扩展，使边界层明显增厚
 - 将壁面粘滞力传递到离壁更远一些的地方，将边界层区向外扩展
 - 紊流向壁面扩展，紊流区逐步扩大
- 旺盛紊流—紊流边界层，速度分布呈幂函数

边界层理论基本论点——边界层的几个重要特性

- ✓ $\delta \ll L$;
- ✓ 边界层内具有速度梯度，且壁面处法线方向的速度变化最大，即 $\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0}$ 为最大，边界层之外，流体的速度保持不变；
- ✓ 边界层流动状态分为层流和紊流，紊流边界层内近壁处仍存在层流底层；
- ✓ 在边界层区必须考虑粘性的作用，又称为粘性流区（用粘性流体运动微分方程描述）；
- ✓ 在主流区不考虑粘性的作用，又称为理想流区（由理想流体运动微分方程——欧拉方程描述）

4、临界雷诺准则 Re_c



层流边界层向紊流边界层过渡的临界距离 x_c 位置处，称为**转折点**，该点的雷诺准则称为**临界雷诺准则 Re_c** 。

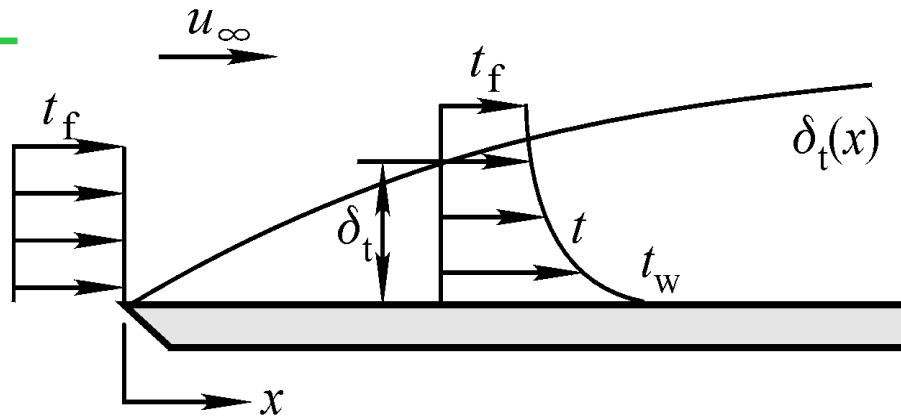
$$Re = \frac{u_f \rho x}{\eta} = \frac{u_f x}{\frac{\eta}{\rho}} = \frac{u_f x}{\nu}$$

→ $Re_c = \frac{u_f \rho x_c}{\eta} = \frac{u_f x_c}{\nu}$

一般情况下流体沿平壁流动时，取

$$Re_c = 5 \times 10^5$$

热边界层



- 当流体与壁面之间存在温差时，温度的变化也主要发生在紧贴壁面的一个薄层内，其中的温度梯度非常大：热边界层。
- 在壁面上，有 $t|_{y=0} = t_w$
- 流体过余温度比 $(t_w - t) / (t_w - t_f) = 0.99$ 所对应的离壁距离为热边界层厚度，记作 δ_t 。

热边界层

温度边界层和速度边界层之间的区别和联系

首先，在层流速度边界层内，热量传递依靠流体分子的**导热能力**来实现，因此**温度梯度较大**，而在紊流边界层紊流核心区，热量传递不仅依靠流体分子的**导热能力**，并且由于无序掺混使得流体分子上下层**质量交换**所引起的热量传递占主导地位，温度的均匀程度增加，即**温度梯度较小**。由温度分布可知，对流换热的热阻主要集中在速度边界层中属于层流的部分；

热边界层

温度边界层和速度边界层之间的区别和联系

其次，速度边界层厚度和温度边界层厚度分别反映了流体分子的**热量和动量扩散的能力**，两者之比取决于流体的流动特性和热特性，判据为**普朗特准则**，其定义为 $Pr = \frac{\nu}{a}$ 或 $Pr = \frac{\eta c_p}{\lambda}$ 。它的大小表征流体动量扩散率与热量扩散率之比，一样是流体的**物性参数**。

热边界层

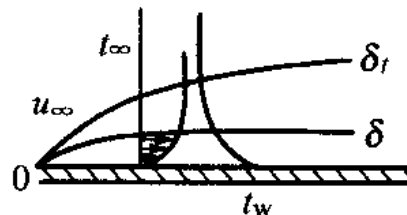
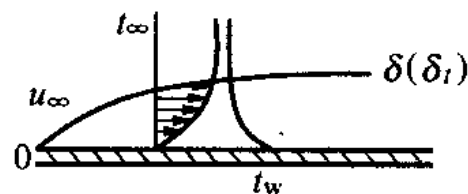
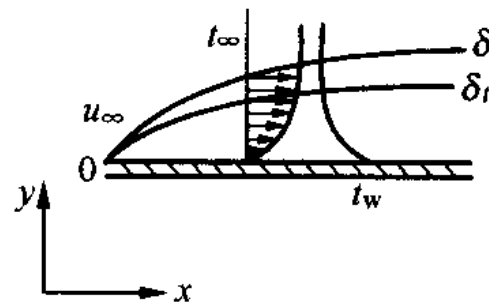
温度边界层和速度边界层之间的区别和联系

δ 和 δ_t 之间的关系：

(1) $Pr = \frac{\nu}{a} > 1$ 时, $\delta > \delta_t$

(2) $Pr = \frac{\nu}{a} = 1$ 时, $\delta = \delta_t$

(3) $Pr = \frac{\nu}{a} < 1$ 时, $\delta < \delta_t$



$$\frac{\delta_t}{\delta} = \frac{1}{1.026} Pr^{-\frac{1}{3}} = 0.97466 Pr^{-\frac{1}{3}}$$

热边界层

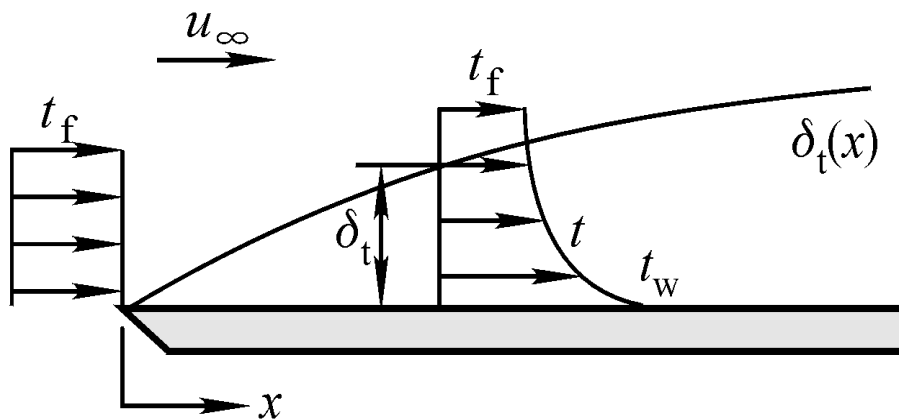
温度边界层特点

(1) $\delta_t \ll L$;

(2) 边界层内具有温度梯度，且壁面处法线方向的速度变化最大，即 $\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0}$ 为最大，边界层之外， $\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=\delta_t} = 0$ ；

(3) 温度场分为边界层区和主流区，对流热阻主要集中在温度边界层属于层流和层流底层的部分。

热边界层

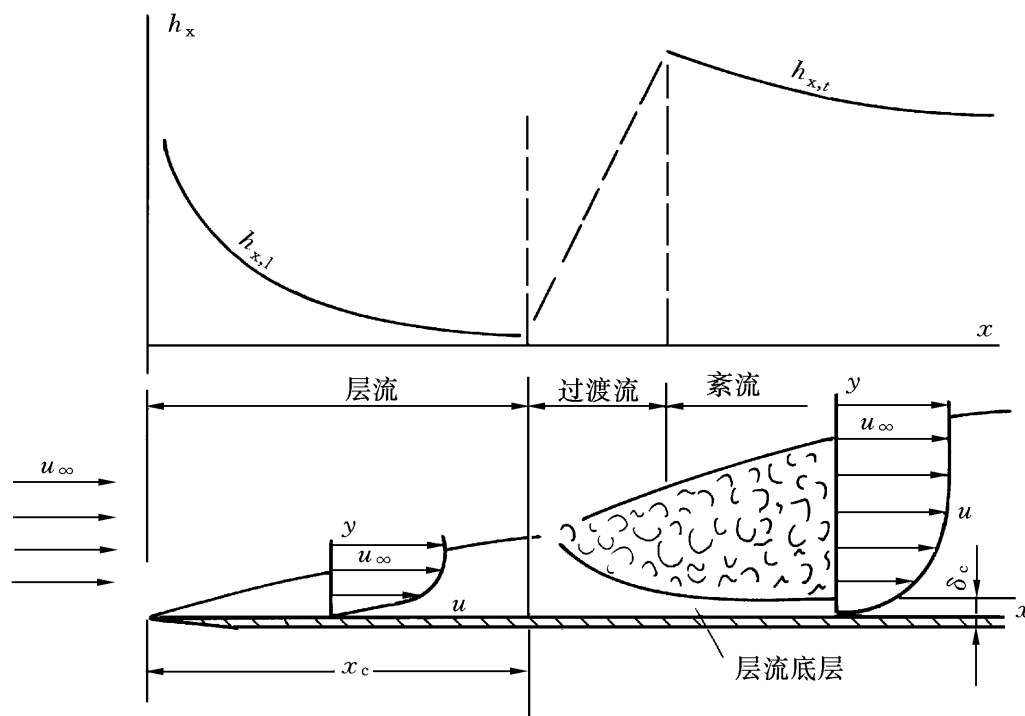


- 根据热边界层概念，整个流场也可以划分成两个区域：温度变化剧烈、导热机理起重要作用的热边界层区，和热边界层以外的近似等温流动区。
- 结论：研究对流换热只需要关注热边界层以内的热量传递规律就够了。

边界层理论的重要贡献在于极大地缩小了流场求解域的范围。支配方程组得到了很大简化。

h_x 沿平板的变化情况

1. 层流边界层增厚, h_x 降低
2. 层流转变为紊流, h_x 迅速增大
3. 紊流边界层厚度继续增加, h_x 缓慢下降



9.3 沿平壁的对流换热计算

$$h_x = -\frac{\lambda_f}{(t_w - t_f)} \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_x \Big|_{y=0}$$

- 定义以下的无量纲参数

$$X \equiv \frac{x}{L}, \quad Y \equiv \frac{y}{L}, \quad \Theta \equiv \frac{t - t_w}{t_f - t_w},$$

- 代入式(9-2), 得到

$$h_x = \frac{\lambda}{L} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0, x} \quad Nu_x \equiv \frac{h_x x}{\lambda} = \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0, x}$$

- 局部努塞尔数 Nu_x , 流体在壁面上的无量纲温度梯度。

相似定理

(1) 相似第一原理（相似性质）

两物理现象相似，则它们的同名准则相等。

现象A:
$$h_A = -\frac{\lambda_A}{\Delta t_A} \left(\frac{\partial t_A}{\partial y_A} \right)_W$$

现象B:
$$h_B = -\frac{\lambda_B}{\Delta t_B} \left(\frac{\partial t_B}{\partial y_B} \right)_W$$

与现象有关各物理量一一对应成比例，

$$\frac{h_A}{h_B} = C_h$$

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = C_\lambda$$

$$\frac{t_A}{t_B} = C_t$$

$$\frac{y_A}{y_B} = C_L$$

$$\rightarrow h_A = -\frac{\lambda_A}{\Delta t_A} \left(\frac{\partial t_A}{\partial y_A} \right)_W$$

相似倍数间的关系：

$$\frac{C_h C_L}{C_\lambda} = 1 \quad \leftarrow \quad \frac{C_h C_L}{C_\lambda} h_B = -\frac{\lambda_B}{\Delta t_B} \left(\frac{\partial t_B}{\partial y_B} \right)_W$$

获得无量纲量及其关系：

$$\frac{h_A L_A}{\lambda_A} = \frac{h_B L_B}{\lambda_B} = \frac{hL}{\lambda}$$

即

$$Nu_A = Nu_B = Nu$$

努塞尔准则

上式证明了“同名准则对应相等”的物理现象相似的特性。

（2）相似第二原理（相似准则间的关系）

物理现象可以用物理量之间的关系描述，也可以用准则之间的关系描述，即用准则方程式描述。

无相变强迫对流换热:

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr})$$

对于气体: $\text{Nu} = f(\text{Re})$

自然对流换热:

$$\text{Nu} = f(\text{Gr}, \text{Pr})$$

对于气体: $\text{Nu} = f(\text{Gr})$

相似原理的重要应用

相似原理在传热学中的一个重要的应用是指导试验的安排及试验数据的整理；

相似原理的另一个重要应用是指导近似模化试验，所谓近似模化试验，是根据对研究现象本质的了解，分析各种因素对现象影响的大小，**抓住主要因素，忽略次要因素**，以此来安排实验和处理实验数据。

(1) 努塞尔准则 (Nu)

$$Nu_x \equiv \frac{h_x x}{\lambda} = \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \bigg|_{Y=0, x}$$

物理意义:

壁面处无量纲过余温度梯度

决定: 受迫对流换热强弱

(2) 雷诺准则 (Re)

物理意义:

流体流动时的惯性力和粘性力的大小

决定: 流体的流态

(3) 普朗特准则 (Pr)

$$Pr = \frac{\nu}{a} > 1$$

物理意义:

反映动量扩散率和热量扩散率的相对大小

决定:

速度边界层和流动边界层的相对大小

(4) 格拉晓夫准则 (Gr)

$$Gr = \frac{g\beta\Delta t L^3}{\nu^2}$$

物理意义:

自然对流换热现象中，浮升力和粘性力的相对大小

决定：自然对流换热强弱

- 在**恒壁温**条件下，**层流**和**湍流**的**局部**努塞尔数分别等于

$$Nu_x = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

$$Re_x < 5 \times 10^5, \quad 0.6 \leq Pr \leq 15$$

$$Nu_x = 0.0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$$

$$5 \times 10^5 < Re_x < 10^7, \quad 0.6 < Pr < 60$$

- 特别注意平均 Nu 与局部 Nu_x 之间的关系！
- 遵守关联式适用范围规定：自变量，定性温度，特征尺寸，适用何种边界条件等

$$Nu_L \equiv \frac{hL}{\lambda} = 0.664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$$

$$0.6 < Pr < 60$$

$$Nu_L \equiv \frac{hL}{\lambda} = 0.037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3}$$

$$0.6 < Pr < 60$$

- 实际上，前面先是层流，达到临界雷诺数以后才转变成湍流：分段积分

$$h = \frac{1}{L} \left(\int_0^{x_c} h_l \, dx + \int_{x_c}^L h_t \, dx \right)$$

$$Nu_L \equiv hL / \lambda = (0.037 Re_L^{0.8} - 871) Pr^{1/3}$$

$$0.6 < Pr < 60 \quad 5 \times 10^5 < Re \leq 10^8$$

- 恒热流边界条件时，层流时局部和平均的努塞尔数计算关联式

$$Nu_x = 0.453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

$$Nu_L = 0.680 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$$

- 湍流恒热流条件下，局部努塞尔数只比恒壁温时 大约高4%

$$Nu_x = 0.0308 Re_x^{4/5} Pr^{1/3} \quad 0.6 < Pr < 60$$

- 结论：层流对边界条件的变化比较敏感，湍流状态对边界条件不甚敏感。管内对流换热也同样。

- 例9-1, 9-2

- 作业P239

- 9-2, 9-3

定性温度

用以决定各物性参数的温度

(a) 流体温度 t_f

沿平板流动 t_f 为来流和自由流区的温度

管内流动 $t_f = (t_f' + t_f'') / 2$

(b) 热边界层的平均温度 t_m

$$t_m = (t_w + t_f) / 2$$

(c) 壁面温度 t_w

对物性参数进行修正时，用壁面温度 t_w 作为定性温度

定型尺寸

包含在相似准则中的几何尺度

管内流动 d

沿平板流动 L

不规则槽内流动

$$d_e = \frac{4A}{P}$$

槽道面积

湿周

特征速度

Re 中的流体速度

流体绕流平板或圆柱 u_f

管内流动 u

绕流管束 u_{max}

对流换热准则关系式的实验建立方法

对于无相变单相流体强迫对流换热，其特征数关联式一般写成幂函数的形式：

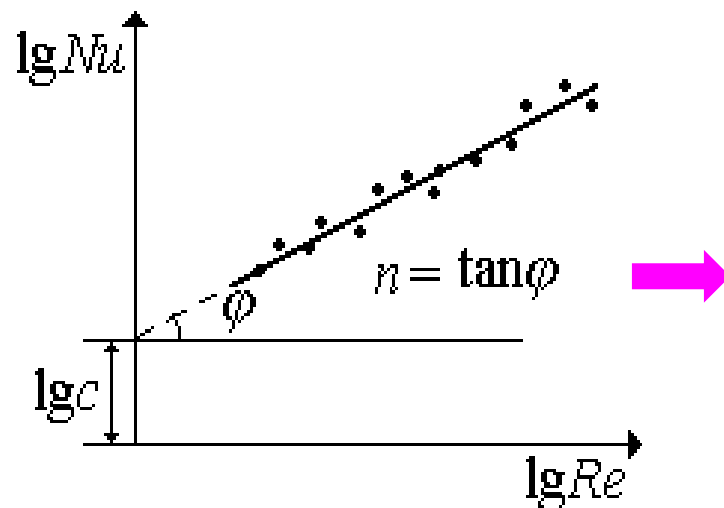
$$Nu = C Re^n Pr^m$$

式中， C 、 n 及 m 为待定常数，由实验确定。

对于同一种流体, Pr 一定

$$Nu = A Re^n$$

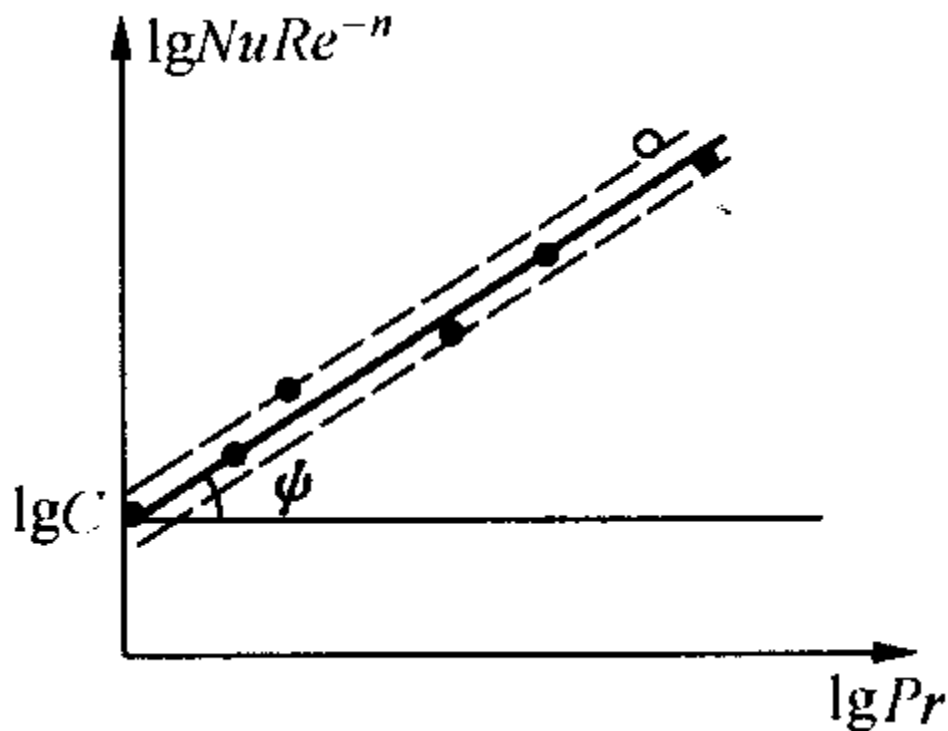
→ $\lg Nu = \lg A + n \lg Re$



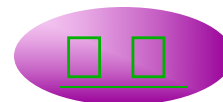
→ n 确定

对不同的流体做实验

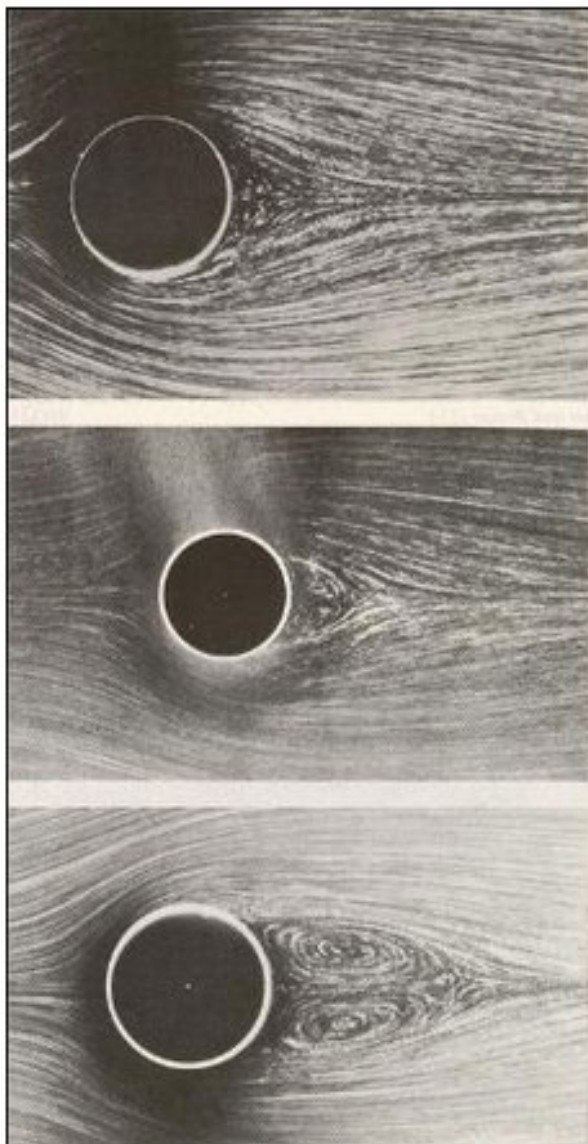
$$\frac{Nu}{Re^n} = C Pr^m \rightarrow \lg Nu Re^{-n} = \lg C + m \lg Pr$$



m 确定

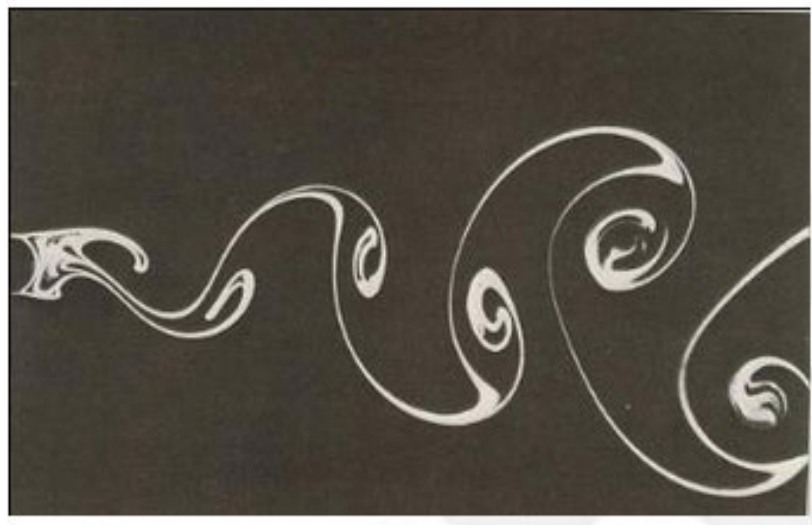


9.4 绕流圆柱体的对流换热计算



流体绕流圆柱后的回流现象

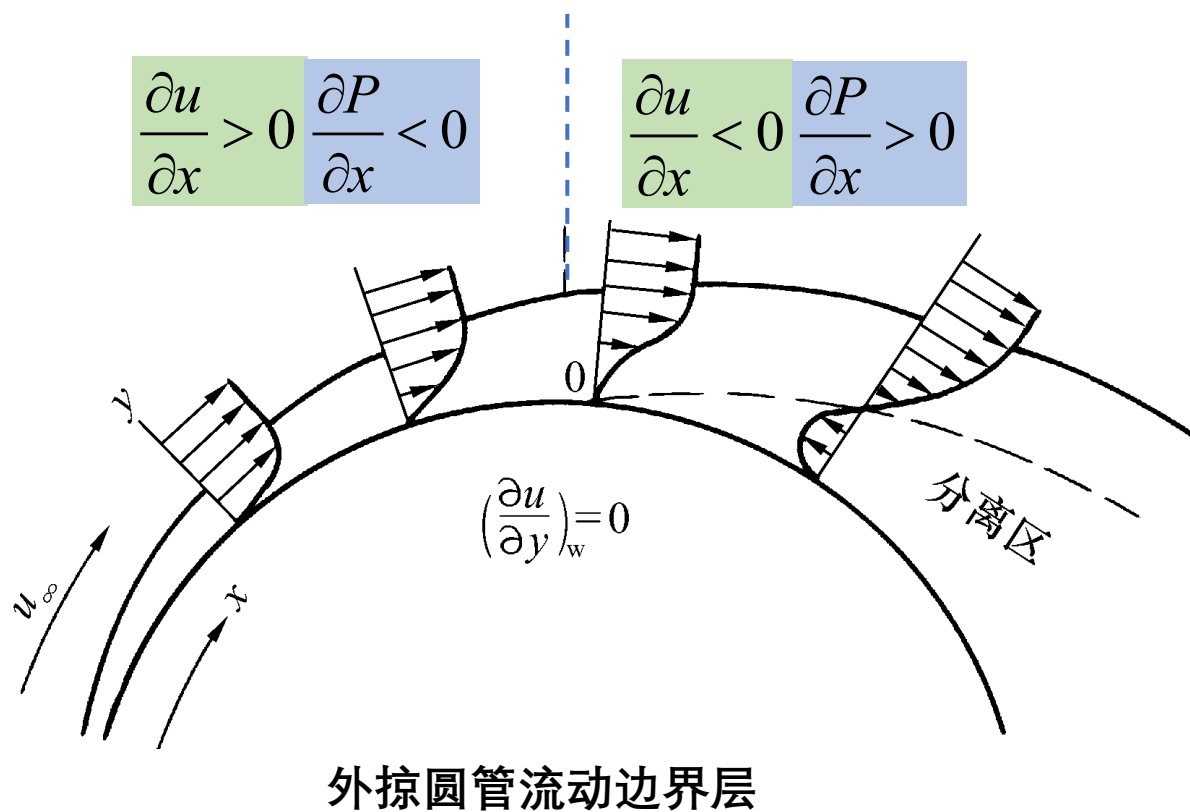
卡门涡街现象



在一定条件下的定常来流绕过某些物体时，物体两侧会周期性地脱落下旋转方向相反、排列规则的双列线涡，经过非线性作用后，形成卡门涡街

9.4 绕流圆柱体的对流换热计算

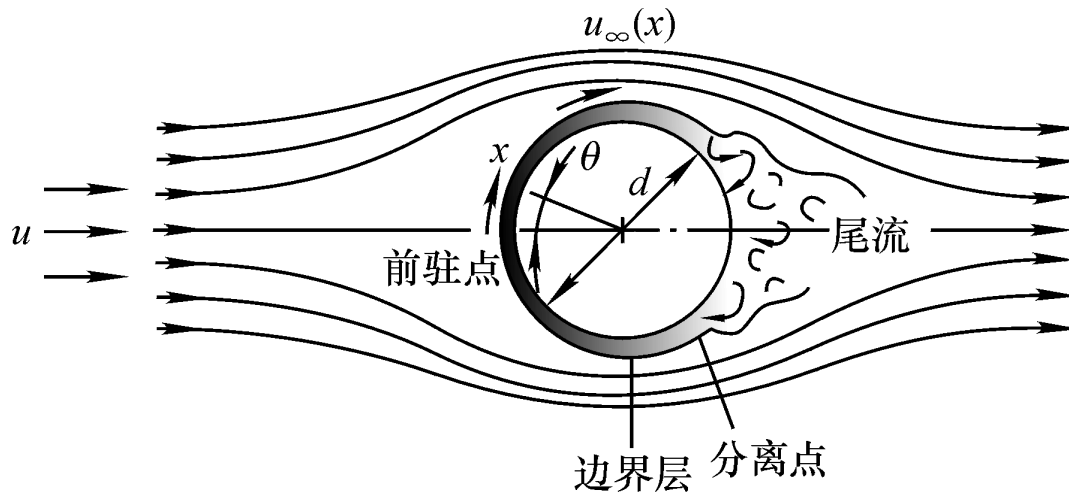
流体绕流圆管壁时，边界层内流体的压强、流速以及流向都将沿弯曲面发生很大的变化，从而影响传热。



流体需靠本身的动能来克服压强的增长才能向前流动，而靠近壁面的流体由于粘滞力的影响速度比较低，同时在逆向压力的作用下产生逆向流动，形成漩涡，出现绕流脱体

9.4 绕流圆柱体的对流换热计算

- ◆ 脱体点的位置取决于 Re
- ◆ 湍流边界层内动量交换加强，脱体点位置后于层流
- ◆ 对于圆管，一般当 $Re < 1.5 \times 10^5$ 时边界层保持层流，脱体点发生在 $80 \sim 85^\circ$ 处
- ◆ 一般当 $Re > 1.5 \times 10^5$ 时边界层在脱体前转变为湍流，脱体点发生在 140° 左右
- ◆ 若 $Re < 10$ ，则不会出现脱体现象



- 计算管表面平均表面传热系数的邱吉尔—伯恩斯坦关联式

$$Nu_d = 0.3 + \frac{0.62 Re_d^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0.4 / Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_d}{282\,000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

只要求： $Re_d Pr > 0.2$, 定性温度取边界层的膜温 $t_m = (t_w + t_f) / 2$

- 茹卡乌斯卡斯（A. Zhukauskas）计算式

$$Nu_d = C Re_d^m Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{1/4}$$

$$0.7 < Pr < 500, \quad 1 < Re_d < 10^6$$

- 除壁面普朗特数 Pr_w 以外，其它所有物性按 主流温度 取值。

$$Nu_d = C Re_d^m Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_w} \right)^{1/4}$$

Re_d	C	m
1~40	0.75	0.4
40~1e ³	0.51	0.5
1e ³ ~2e ⁵	0.26	0.6
2e ⁵ ~1e ⁶	0.076	0.7

➤ 定性温度为主流温度，定型尺寸为管外径，速度取管外流速最大值。

➤ **Pr > 10, n=为0.36; Pr < 10, n=为0.37**

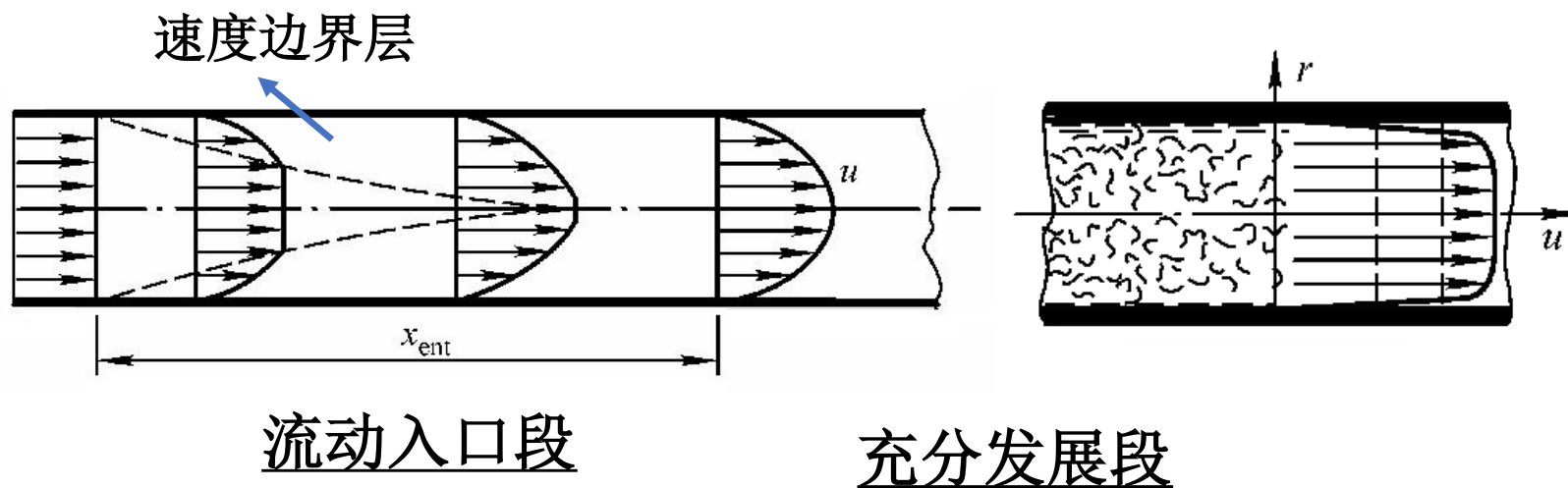
➤ 适用范围：**0.7 < Pr < 500, 1 < Re < 1e6**

9.5 管内对流换热计算

9.5.1 管内流动和换热的基本概念

1 管内流动

管内速度分布：截面速度分布（速度剖面）



1管内流动

管内流动状态

$$Re \equiv \frac{u_m d}{\nu}$$

- $Re < 2300$ 层流
- $2300 < Re < 10000$ 过渡状态
- $Re > 10000$ 旺盛紊流

u_m 为管断面平均速度，m/s；定型尺寸为管内径 d ，m

管流的临界雷诺数，记作 Re_c 。

2 平均速度

- 层流的速度剖面是一个二次抛物线，而湍流速度剖面一般可以近似表示为1/7次幂抛物线

$$u_m = \frac{1}{\rho A_c} \int_{A_c} \rho u(r, x) dA = \frac{2}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} \pi u(r, x) r dr = \frac{q_V}{A_c}$$

3 层流和湍流流动入口段长度

$$x_{\text{ent},l} / d \approx 0.05 Re$$

$$x_{\text{ent},t} / d \approx 0.623 Re^{0.25}$$

4管截面平均温度

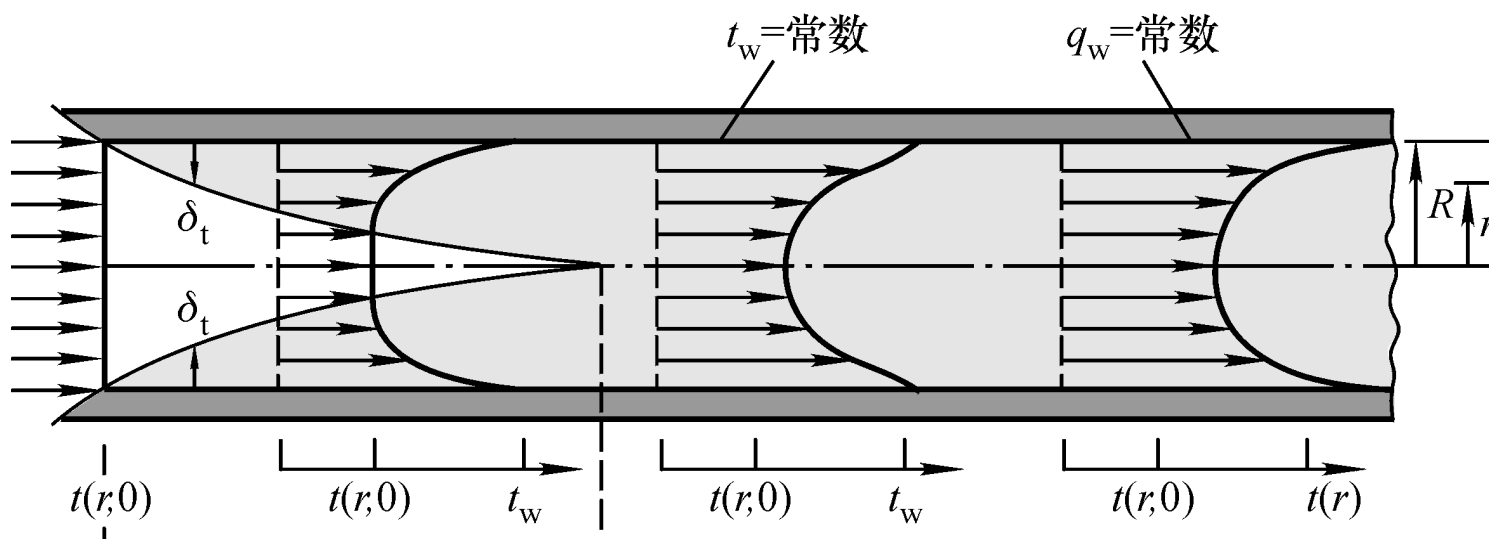
管内传热计算或实验研究中为**确定流体物性及传热温度差**的重要数据。对常物性流体

$$t_m = \frac{\int_{A_c} \rho c u(r, x) t(r, x) dA}{\int_{A_c} \rho c u(r, x) dA} = \frac{2}{r_0^2 u_m} \int_0^{r_0} t u r dr$$

称为整体温度或杯混温度

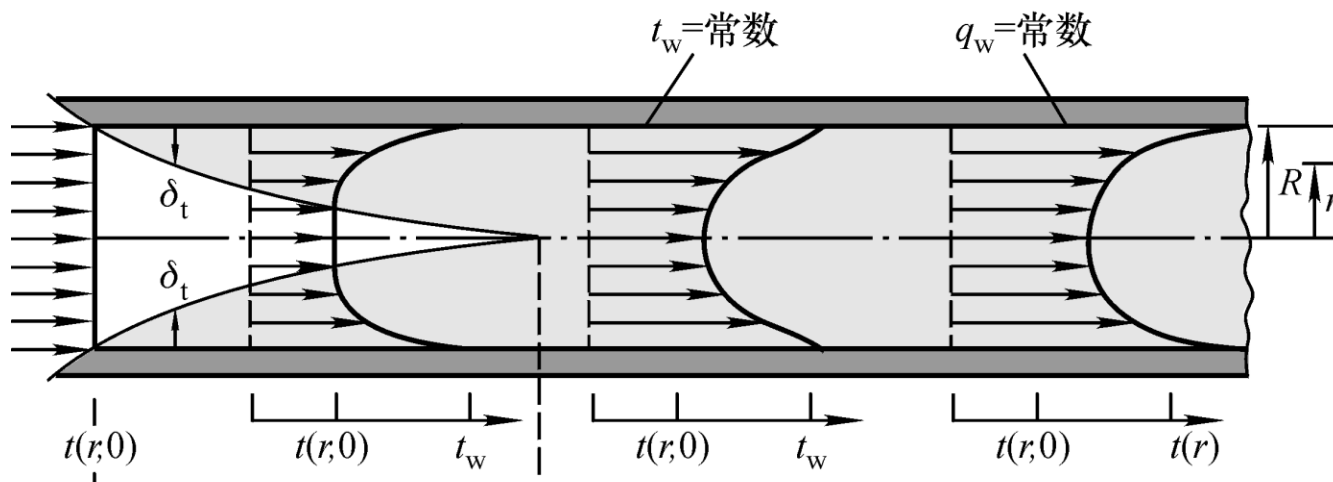
5 管内的热边界层

- 最终定型的温度分布（温度剖面）与壁面上的加热或冷却条件（热边界条件）有关



- 层流常壁温比常热流加热的表面传热系数大些
- 湍流时没有显著差别

热入口段 与 换热充分发展段



- 因管壁换热引起的热边界层会从壁面逐步发展,直到在管中心线汇聚,这一段距离称为 热入口段
- 无量纲过余温度比 $(t - t_w) / (t_m - t_w)$ 不再变化,这就是 换热充分发展段。
- 不论壁面具有何种热边界条件,在换热充分发展段局部表面传热系数都将保持常数。

热入口段与换热充分发展段

t 为管内任意点的温度, $t=f(x, r)$; 因无量纲温度仅是 r 的函数, 若对 r 求导, 并当 $r=R$ (管壁)时

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{t_w - t}{t_w - t_m} \right)_{r=R} = \frac{-\left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=R}}{t_w - t_m} = \text{const}$$

再应用傅立叶导热定律 $q = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=R}$ 及牛顿冷却公式 $q = h(t_m - t_w)$, 则

$$\frac{-\left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=R}}{t_w - t_m} = \frac{h}{\lambda} = \text{const}$$

- 不论壁面具有何种热边界条件, 在换热充分发展段局部表面传热系数都将保持常数。

- **层流**情况下， h_x 趋于不变值的距离较长，分析证明，常物性**层流热进口段长度**

- 在**常壁温**条件下 $\left(\frac{x_{\text{ent},l}}{d}\right)_l \approx 0.05 \text{ Re} \cdot \text{Pr}$

- 在**常热流**条件下 $\left(\frac{x_{\text{ent},l}}{d}\right)_l \approx 0.07 \text{ Re} \cdot \text{Pr}$

层流热进口段 l 随 Pr 增加而变长

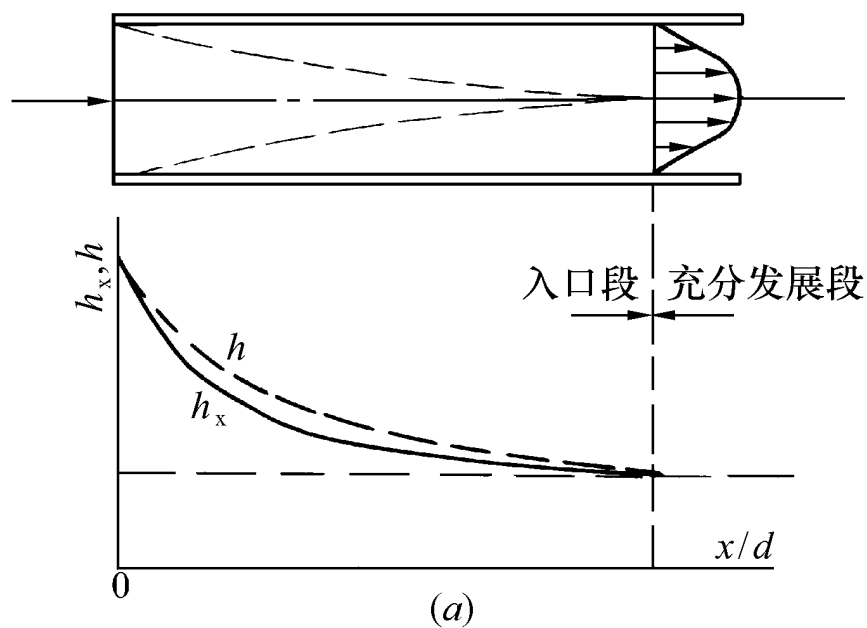
- **紊流**情况下，当边界层转变为紊流边界层后， h_x 将有一些回升，并迅速趋于不变值。

- 紊流时的热进口段较层流短得多，热入口段长度与 Pr 无关

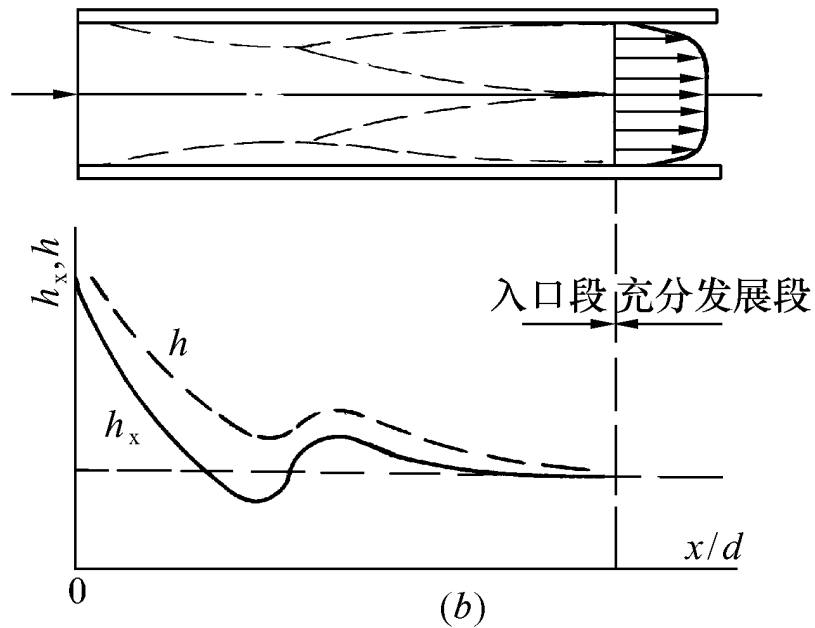
$$\left(\frac{x_{\text{ent},t}}{d}\right)_l \approx 4.4 \text{ Re}^{1/6}$$

- 热入口段长度与流动入口段基本相同。

计算管内平均表面传热系数时应注意管的长度。



层流



湍流

- ✓ 流动进口段与热进口段的长度不一定相等，取决于 Pr ，当 $Pr > 1$ 时，流动进口段比热进口段短；
- ✓ 在进口处，边界层最薄， h_x 具有最高值

6温差

随着热交换的进行，断面平均温度随管长而变，其规律可由热平衡关系导出，即流体沿管长焓值的变化等于它与管壁的传热量。

设在 dx 长的管段内，流体获得热量 $d\Phi$ ，温度变化了 $\frac{dt_f}{dx}dx$ ，则该管段的热平衡式为

$$d\Phi = h_x(t_w - t_f)2\pi Rdx = \rho c_p u_m \pi R^2 dt_f$$

又 $d\Phi = q2\pi Rdx$

$$\frac{dt_f}{dx} = \frac{2q}{\rho c_p u_m R} \quad \text{或} \quad \frac{dt_f}{dx} = \frac{2h_x(t_w - t_f)_x}{\rho c_p u_m R}$$

常热流边界条件

$q = \text{const}$, 设物性为常量, 则 $dt_f/dx = \text{const}$, 它表明从入口开始, 流体断面温度呈线性变化

在常热量条件下, 可取管的进出口断面平均温度的算术平均值作为全管长温度的平均

$$t_m = (t_m' + t_m'') / 2$$

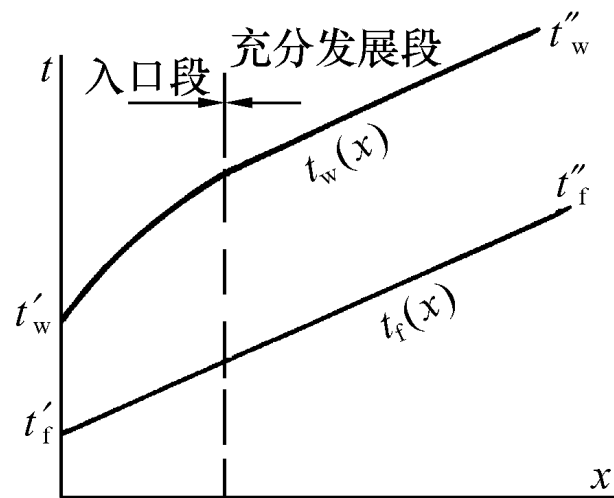
对于热充分发展段, q 及 h 均为常量, 则由牛顿冷却公式可导得

$$\frac{dt_w}{dx} = \frac{dt_f}{dx}$$

$$t_w - t_f = \text{常数}$$

由于进口段的壁温不呈线性变化, 故全管长的流体与管壁间的平均温度差, 可近似取进出口两端温度差的算术平均值

$$\Delta t = (\Delta t' + \Delta t'') / 2$$



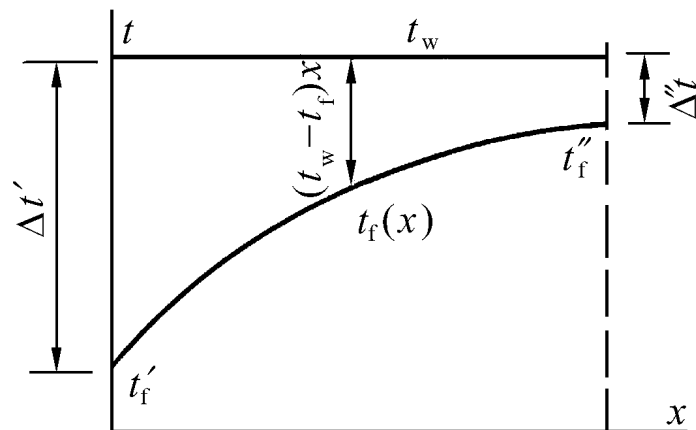
管内传热时流(体)温度变化
常热流

常壁温边界条件

$$\frac{dt_f}{dx} = \frac{2h_x(t_w - t_f)_x}{\rho c_p u_m R} \quad \Rightarrow \quad -\frac{d(t_w - t_f)_x}{(t_w - t_f)_x} = \frac{2h_x dx}{\rho c_p u_m R}$$

沿管长由0到 x 积分, 由于 $\int_0^x h_x dx = hx$

$$\frac{\Delta t''}{\Delta t'} = \exp\left(-\frac{2h}{\rho c_p u_m R} x\right)$$



(b)

流体与壁面间的温度差将沿管长按对数曲线规律变化, 可得全管长流体与壁面间的平均温度差

$$\Delta t_m = \frac{(t_w - t_f') - (t_w - t_f'')}{\ln \frac{(t_w - t_f')}{(t_w - t_f'')}} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln \frac{\Delta t'}{\Delta t''}}$$

若进出口的温度差之比 $\frac{\Delta t'}{\Delta t''} < 2$, 则可使用算术平均温差, 误差小于4%

由 Δt_m 可以得出全管长流体的平均温度 $t_f = t_w \pm \Delta t_m$

7管内对流换热和阻力计算的基本关系式

管内对流换热的基本关系式

$$\Phi = q_m c (t_{fo} - t_{fi})$$

$$\Phi = hA \Delta t_m$$

管内流动压降的基本关系式

$$\Delta p = f \frac{L}{d} \frac{\rho u_m^2}{2}$$

层流摩擦系数: $f = \frac{64}{Re}$

湍流摩擦系数:

$$f = 0.316 Re^{-1/4}$$

$$f = 0.184 Re^{-1/5}$$

$$f = (0.790 \ln Re - 1.64)^{-2}$$

9.5.2 管内对流换热的计算关联式

- 层流圆管管内充分发展段的换热关联式

$$Nu_f = 4.36, \quad q_w = \text{常数}$$

$$Nu_f = 3.66, \quad t_w = \text{常数}$$

- 速度充分发展的恒壁温层流换热入口段：爱德华兹（Edwards. D K）计算式

$$Nu_f = 3.66 + \frac{0.0668 Re_f Pr (d / L)}{1 + 0.04 [Re_f Pr (d / L)]^{2/3}}$$

- 同时包含入口段和部分充分发展段的恒壁温管内层流换热：西德-泰特（Sieder-Tate）公式

$$Nu_f = 1.86 \left(\frac{Re_f Pr}{L / d} \right)^{1/3} \left(\frac{\eta_f}{\eta_w} \right)^{0.14}$$

- $0.48 < Pr < 16\,700$, $0.0044 < (\eta_f / \eta_w) < 9.75$, 且

$$[Re_f Pr (d / L)]^{1/3} (\eta_f / \eta_w)^{0.14} \geq 2$$

湍流的迪图斯-波尔特(Dittus-Boelter)公式

$$Nu_f = 0.023 Re_f^{0.8} Pr_f^n$$

$$0.7 \leq Pr_f \leq 160, Re_f \geq 10^4$$

- 湍流西德-泰特(Sieder & Tate) 关联式适用于更大物性变化范围

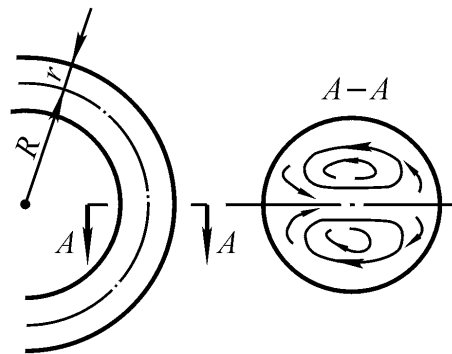
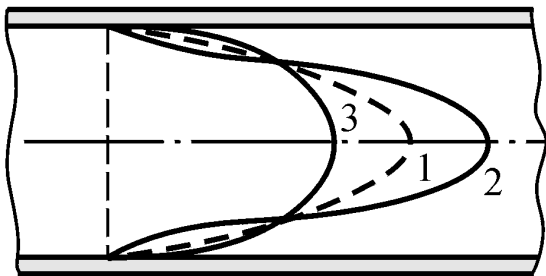
$$Nu_f = 0.027 Re_f^{0.8} Pr_f^{1/3} \left(\eta_f / \eta_w \right)^{0.14}$$

$$0.7 \leq Pr_f \leq 16\,700, Re_f \geq 10^4$$

- 贝图霍夫 (B. S. Petukhov) 关联式 还可用于计算粗糙管的换热

$$Nu_f = \frac{(f/8) Re_f Pr}{1.07 + 12.7 (f/8)^{1/2} (Pr^{2/3} - 1)} \left(\frac{\eta_f}{\eta_w} \right)^{0.14}$$

- $0.5 < Pr < 2\,000, 10^4 < Re_f < 5 \times 10^6$



• 物性修正和弯管修正

- 非圆截面管道，如椭圆管、环形夹层和不同长宽比的矩形截面管道：当量直径

$$d_e = \frac{4A_c}{P}$$

- 层流时当量直径的概念不能统一全部关联式

- 对雷诺数介于2 300 ~ 10 000之间的过渡流，推荐采用格尼林斯基（V. Gnielinski）针对光滑管的计算式

$$Nu_f = 0.012 (Re_f^{0.87} - 280) Pr_f^{0.4} \left[1 + \left(\frac{d}{l} \right)^{2/3} \right] \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0.11}$$

- $1.5 < Pr_f < 500, 3\,000 < Re_f < 106, 0.05 < (Pr_f / Pr_w) < 20$

- 例9-5, 9-6

9.6 自然对流换热计算

9.6.1 大空间的自然对流换热

9.6.2 有限空间的自然对流换热

- 自然界和工程技术中存在的自然对流现象
- 自然对流与强迫流动的基本区别是：浮升力驱动流体运动。速度分布由包含有体积力项的动量微分方程和连续性方程描述。

9.6.1 大空间的自然对流换热

- 边界层内的速度分布呈单峰形状，温度分布仍与强迫流动时近似

- $Nu = f(Gr, Pr) = C(Gr Pr)^n$

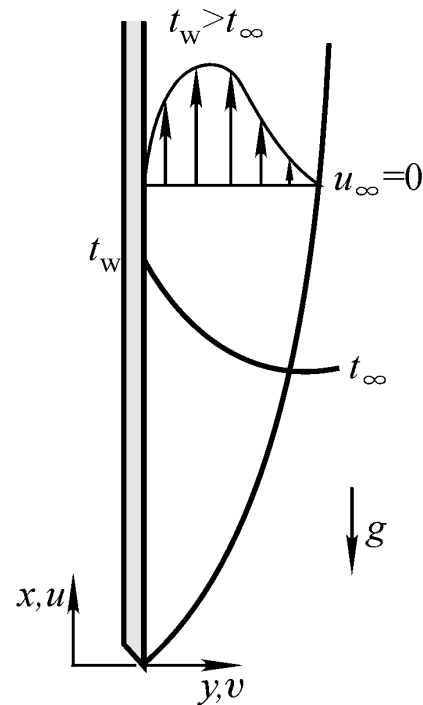
Gr (Grashof number) 称 格拉晓夫数

$$Gr_x = \frac{g \alpha_V (t_w - t_\infty) x^3}{\nu^2}$$

- α 为体积膨胀系数， $1/K$
- 定性温度为边界层平均温度

Ra 为瑞利准则 $Ra = Gr \cdot Pr$

自然对流的边界层与强迫对流的边界层有何不同？

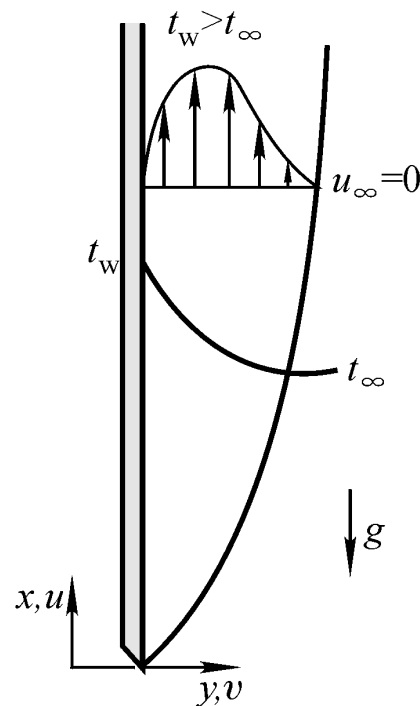


9.6.1 大空间的自然对流传热

当 $q=\text{const}$ 时， t_w 为未知，则 Gr 中的 Δt 为未知量，在准则关联式中采用 Gr^*

$$\begin{aligned} Gr_x^* &\equiv Gr_x Nu_x \\ &= \frac{g \alpha \Delta t x^3}{\nu^2} \frac{hx}{\lambda} = \frac{g \alpha q_w x^4}{\nu^2 \lambda} \end{aligned}$$

$$Nu_x = C(Gr_x^* Pr)^n$$



- Gr^* 称为修正格拉晓夫数
- 虽避免了 Gr^* 中直接出现 t_w ，变成由边界条件给定的热流密度。但为了确定物性，仍需要假设壁温并做一次迭代

- 针对倾斜冷板的上表面或者热板的下表面，倾角 θ 在 60° 以内，
只要用 $g \cos \theta$ 代替 Gr 数中的 g ，可以沿用竖平壁时的关联式。

- 恒壁温水平板，热板上表面或冷板下表面

$$Nu = 0.54Ra^{1/4}, \quad 10^4 \leq Ra \leq 10^7$$

$$Nu = 0.15Ra^{1/3}, \quad 10^7 \leq Ra \leq 10^{11}$$

- 热板下表面或冷板上表面

$$Nu = 0.27Ra^{1/4}, \quad 10^5 \leq Ra \leq 10^{10}$$

$Ra \equiv GrPr$ ，称 瑞利数 (Reyleigh number)



9.6.2 有限空间的自然对流传热

- 封闭空间传热是靠热壁和冷壁间的自然对流过程循环进行的
- 除与流体性质、两壁温差有关外，还受空间位置、形状、尺寸比例等的影响

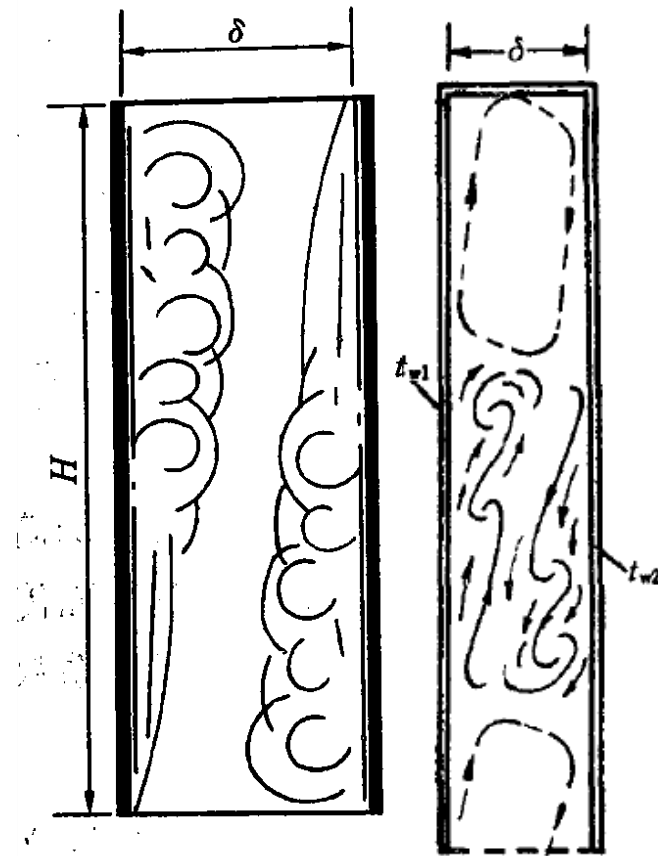
- 矩形封闭腔

$$q_w = h(t_1 - t_2) = Nu_\delta \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2) = \frac{\lambda_e}{\delta} (t_1 - t_2)$$

- λ_e : 流体的 当量导热系数, $Nu_\delta = \lambda_e / \lambda$

竖直封闭夹层:

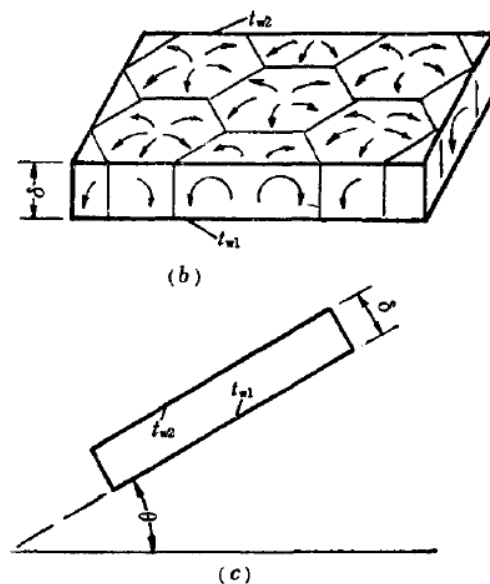
1. 夹层厚度与高度之比较大, 冷热两壁的自然对流边界层不会相互干扰
2. 在夹层内冷热两股流动边界层能相互结合, 出现行程较短的环流, 整个夹层内可能有若干个这样的环流; 夹层内的流动特征取决于以厚度为定型尺寸的 $Gr_{\delta}=g\alpha\Delta t\delta^3/\nu^2$ 或 $Gr_{\delta}Pr$
3. 两壁的温差与夹层厚度都很小, $Gr_{\delta} < 2000$, 可认为夹层内没有流动发生, 通过夹层的热量可按纯导热过程计算, $Nu_{\delta}=1$



$$h\Delta\theta = -\lambda \frac{\Delta\theta}{\delta} \quad Nu_{\delta} = 1$$

水平夹层:

1. 热面在上，冷热面之间无流动发生，如无外界干扰，则应按导热问题分析
2. 热面在下，对气体 $Gr_\delta < 1700$ 时，可按导热过程计算； $Gr_\delta > 1700$ 后，形成有秩序的蜂窝状分布的环流， $Gr_\delta > 5000$ 后，蜂窝状流动消失，出现紊乱流动
3. 注意： Gr_δ 数中的 $\Delta t = t_{w1} - t_{w2}$ ，定型尺寸为 δ ，定性温度 $t_m = (t_{w1} + t_{w2})/2$



6-16 有限空间自然对流换热

倾斜夹层:

与水平夹层类似，当 $Gr_\delta Pr > 1700/\cos\theta$ 时，将发生蜂窝状流动