

第四章 习题1

P.130-131

**4-1; 4-4; 4-6; 4-7; 4-9;
4-10.**

工程热力学与传热学

Engineering Thermodynamics & Heat transfer

第四章 气体的热力过程

同济大学机械与能源工程学院
吴家正

目 录

- 4.1 理想气体的基本热力过程
- 4.2 理想气体热力过程的功及热量
- 4.3 压气机的热力过程
- 4.4 水蒸气的等压过程及绝热过程
- 4.5 绝热节流
- 4.6 气体在喷管内的流动过程

4.1 理想气体的基本热力过程

4.1.1 气体基本热力过程

1. 研究热力过程的目的、方法

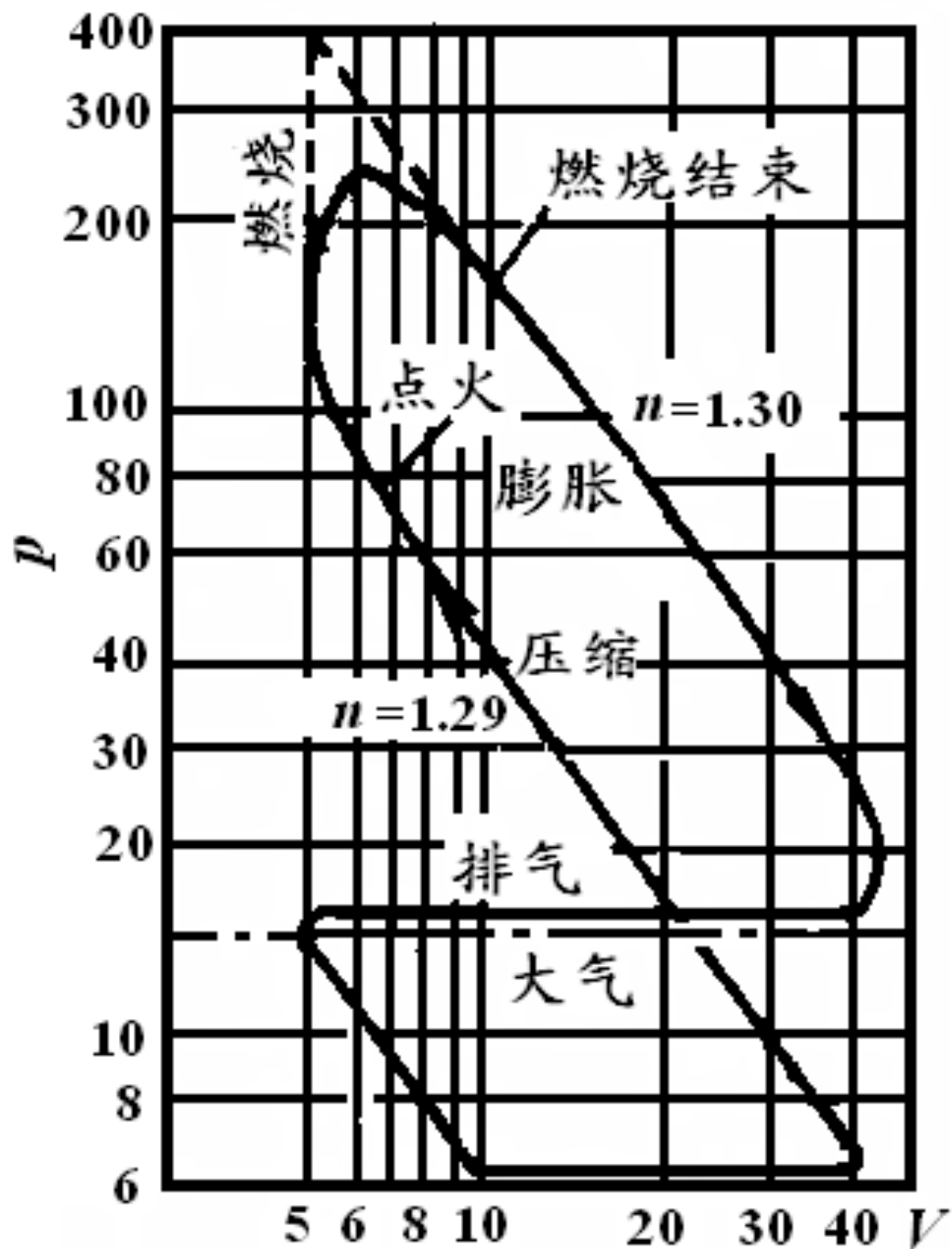
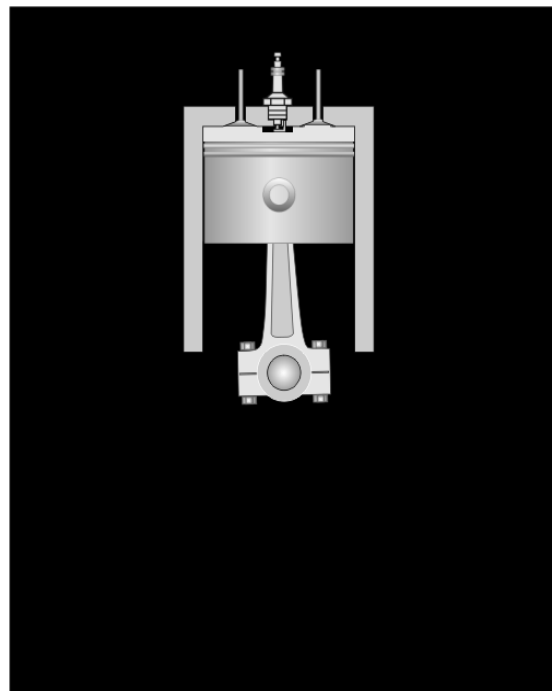
▶ 目的

以热力学第一定律为基础，分析可逆的基本热力过程中能量转换、传递关系，揭示过程中工质状态参数的变化规律及热量和功量的计算。

▶ 方法和手段

- 求出过程方程及计算各过程初终态参数。 $p, v, T, \Delta u, \Delta h$
- 根据热力学第一定律及气体性质计算过程中功和热。 w, w_t, q
- 画出过程 $p-v$ 及 $T-s$ 图，分析过程中参数及能量关系。

2.基本热力过程的过程方程



在 $\log p$ - $\log V$ 图上有 $\log p = -n \log V + c$
 $\Rightarrow p v^n = \text{常数}$

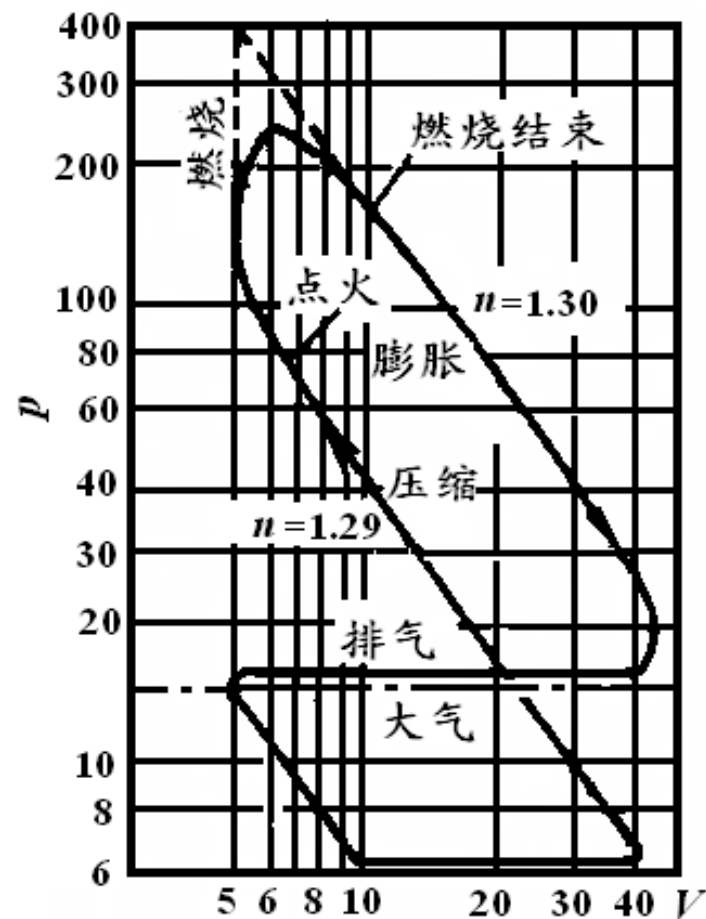
$n = 0$ $p = C$ 定压过程

$n = 1$ $p v = C$ 定温过程

$n = \kappa$ $p v^\kappa = C$ 定熵过程

$n = \pm\infty$ $v = C$ 定容过程

$n = \text{任意值}$ $p v^n = C$ 多变过程



4.1.2 理想气体多变过程

1. 过程方程及其初终态状态参数计算

$$\boxed{p_1 v_1^n = p_2 v_2^n} \Rightarrow p_1 v_1 v_1^{n-1} = p_2 v_2 v_2^{n-1} \Rightarrow \boxed{T_1 v_1^{n-1} = T_2 v_2^{n-1}} \Rightarrow$$

$T_1 p_1^{-\frac{n-1}{n}} = T_2 p_2^{-\frac{n-1}{n}}$

$p v = R_g T$

$\frac{v_1^n}{v_2^n} = \frac{p_2}{p_1}$

★定容过程 ($v=\text{常数}$)

$$n = \pm\infty \quad v_1 = v_2$$

$$v_1 = \frac{R_g T_1}{p_1}$$

$$v_2 = \frac{R_g T_2}{p_2} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

★定压过程 ($p=\text{常数}$)

$$n = 0 \quad p_1 = p_2$$

$$p_1 = \frac{R_g T_1}{v_1}$$

$$p_2 = \frac{R_g T_2}{v_2} \quad \frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2}$$

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n$$

★定温过程 $n = 1$ $T_1 = T_2$

$$T_1 = \frac{p_1 v_1}{R_g} \quad T_2 = \frac{p_2 v_2}{R_g} \quad p_1 v_1 = p_2 v_2$$

★定熵(可逆绝热)过程

$$Tds = \delta q = dh - vdp = 0 \Rightarrow vdp = dh = c_p dT \quad (A)$$

$$Tds = \delta q = du + pdv = 0 \Rightarrow -pdv = du = c_v dT \quad (B)$$

$$(A) \div (B) \quad \kappa = -\frac{v}{p} \frac{dp}{dv} \Rightarrow \frac{dp}{p} + \kappa \frac{dv}{v} = 0$$

取定比热容, 积分 $\ln p + \ln v^\kappa = c \Rightarrow pv^\kappa = c$

$$p_1 v_1^\kappa = p_2 v_2^\kappa \Rightarrow p_1 v_1 v_1^{\kappa-1} = p_2 v_2 v_2^{\kappa-1}$$

$$T_1 v_1^{\kappa-1} = T_2 v_2^{\kappa-1} \quad T_1 p_1^{-\frac{\kappa-1}{\kappa}} = T_2 p_2^{-\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

三式适用于:
理想气体、
定比热、
可逆绝热过程。

2. 理想气体的多变过程的热力学能差、焓差、熵差和功及热量计算

$$\Delta u = c_v \Big|_{t_1}^{t_2} (T_2 - T_1) = c_v (T_2 - T_1)$$

$$\Delta h = c_p \Big|_{t_1}^{t_2} (T_2 - T_1) = c_p (T_2 - T_1)$$

定比热容

$$\Delta s = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R_g \ln \frac{p_2}{p_1}$$

$$= c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R_g \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$= c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$w = \int_1^2 p dv \quad w_t = - \int_1^2 v dp$$

$$q = \int_1^2 T ds$$

$$q = \Delta u + w$$

$$q = \Delta h + w_t$$

3. 多变指数

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n \Rightarrow \ln p_1 + n \ln v_1 = \ln p_2 + n \ln v_2$$

$$n = \frac{\ln(p_2 / p_1)}{\ln(v_1 / v_2)}$$

4. 在 $p-v$ 图及 $T-s$ 图上表示

斜率 $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_n$ $\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_n$

$$p v^n = C \quad \frac{dp}{p} + n \frac{dv}{v} = 0 \quad \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_n = -n \frac{p}{v}$$

$$T ds = \delta q = c_n dT \quad \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_n = \frac{T}{c_n} \quad c_n \text{ 称为多变比热容} \quad c_n = \frac{n - \kappa}{n - 1} c_v$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_n = -n \frac{p}{v}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_n = \frac{T}{c_n}$$

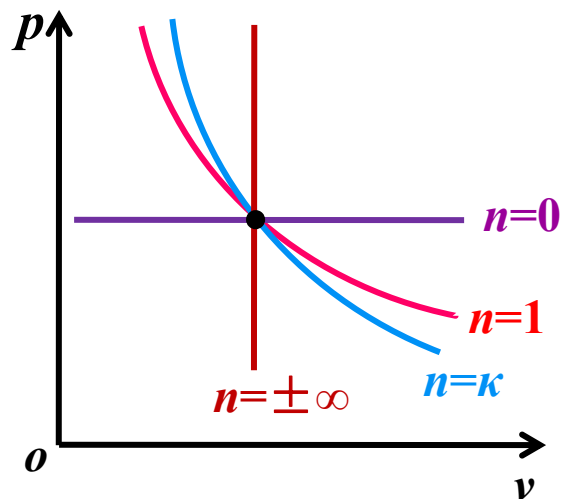
$$c_n = \frac{n - \kappa}{n - 1} c_v$$

★定容过程: $n = \pm\infty$ $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_v = \pm\infty$ $\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_v = \frac{T}{c_v}$

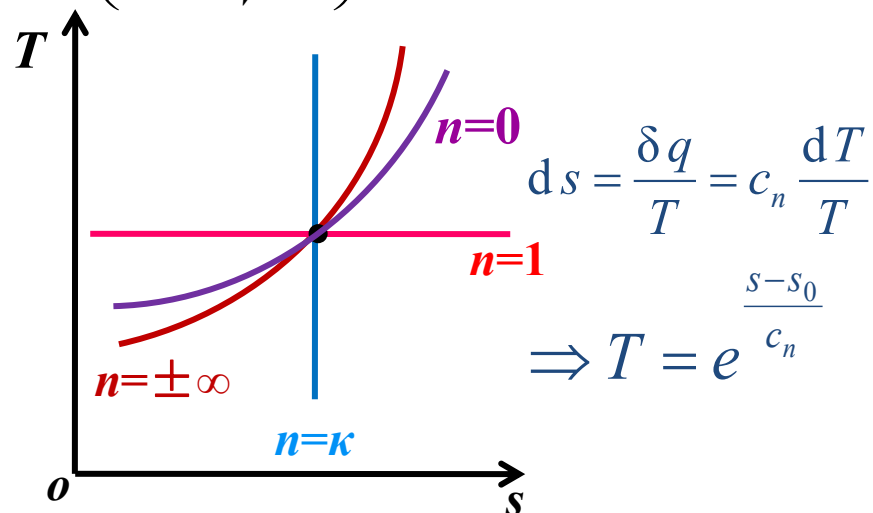
★定压过程: $n = 0$ $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_p = 0$ $\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_v = \frac{T}{c_p}$

★定温过程: $n = 1$ $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T = -\frac{p}{v}$ $\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_T = \frac{T}{c_T} \Rightarrow 0$

★定比熵过程 (可逆绝热) $n = \kappa$ $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_\kappa = -\kappa \frac{p}{v} \left(= -\frac{c_p}{c_v} \frac{p}{v} \right)$ $\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_\kappa = \frac{T}{c_s} = \infty$



$$pv^n = C$$

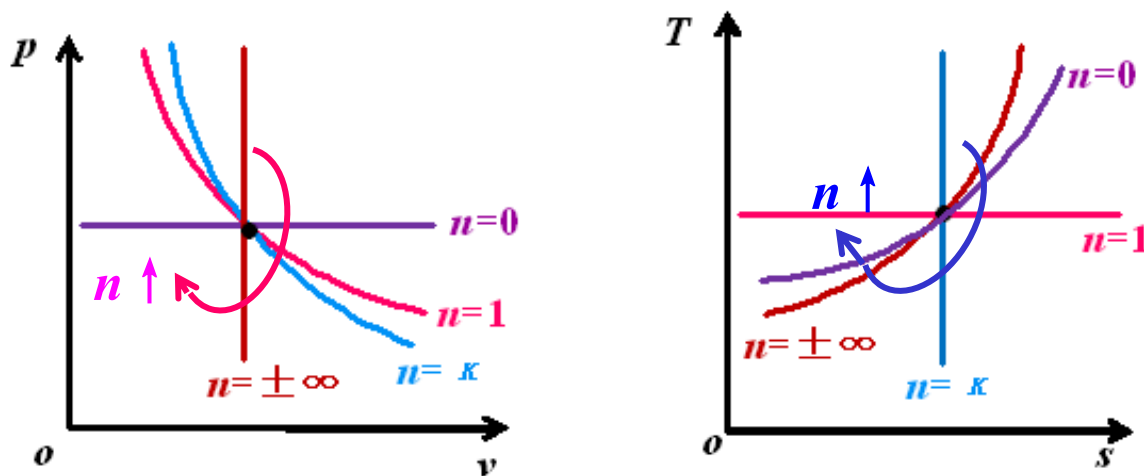


$$ds = \frac{\delta q}{T} = c_n \frac{dT}{T}$$

$$\Rightarrow T = e^{\frac{s-s_0}{c_n}}$$

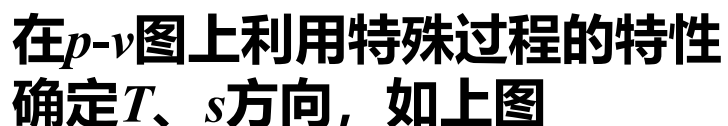
★多变过程

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_n = -n \frac{p}{v} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_n = \frac{T}{c_n} = \frac{T}{\frac{n-K}{n-1} c_v}$$

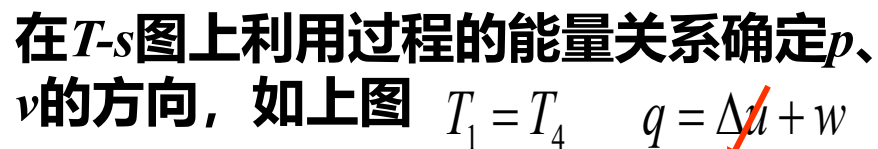


★在实际工程中，更多关注的是过程在 $T-s$ 图及 $p-v$ 图上走向

- ① 在 $p-v$ 图上确定 T 增大及 s 增大方向
在 $T-s$ 图上确定 p 增大及 v 增大方向



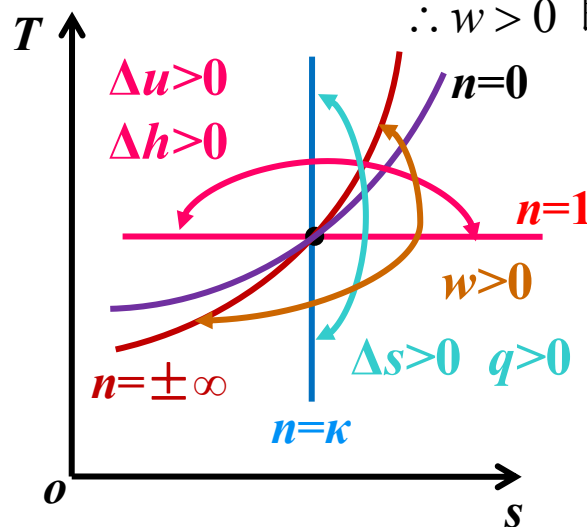
$$p_1 = p_4 \quad \frac{v_4}{T_4} = \frac{v_1}{T_1} \quad \Rightarrow T_4 > T_1$$



$$T_1 = T_4 \quad q = \cancel{\Delta u} + w$$

$\because s_4 > s_1$ 根据 $ds = \frac{\delta q}{T}$, $\delta q > 0$,

$\therefore w > 0$ 即 $dv > 0$, $v_4 > v_1$



**在P.104图4-2
中的变化要
熟记**

4.2 理想气体热力过程的功及热量

4.2.1 理想气体基本过程的膨胀功和技术功

1. 多变过程的膨胀功和技术功

$$p_1 v_1^n = p v^n \text{ 得 } p = \frac{p_1 v_1^n}{v^n}$$

$$w = \int_1^2 p \, dv = p_1 v_1^n \int_1^2 \frac{dv}{v^n} = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^n$$


$$= \frac{1}{n-1} R_g [T_1 - T_2] = \frac{R_g T_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] = \frac{R_g T_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right]$$

$$T_1 p_1^{\frac{n-1}{n}} = T_2 p_2^{\frac{n-1}{n}}$$

$$\begin{aligned}
 w_t &= -\int_1^2 v dp = \dots = \frac{nR_g}{n-1} (T_1 - T_2) = \frac{nR_g T_1}{n-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \\
 &= \frac{R_g T_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] = \frac{nR_g T_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right]
 \end{aligned}$$

$w_t = nw$

2. 可逆绝热过程的膨胀功和技术功


 $q = \Delta u + w$

$$\begin{aligned}
 w &= -\Delta u = u_1 - u_2 = c_v (T_1 - T_2) = \frac{R_g T_1}{\kappa - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{R_g T_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \\
 &= \frac{R_g T_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1} \right]
 \end{aligned}$$

$$w = \frac{1}{\kappa - 1} R_g (T_1 - T_2) = \frac{R_g T_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] = \frac{R_g T_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa - 1} \right]$$

同样

$$q = \Delta h + w_t$$

$$w_t = -\Delta h = h_1 - h_2$$

$$w_t = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R_g (T_1 - T_2) = \frac{\kappa R_g T_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] = \frac{\kappa R_g T_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa - 1} \right]$$

$$w_t = \kappa w$$

3. 定容过程的膨胀功和技术功

$$w = \int_1^2 p dv = 0 \quad w_t = -\int_1^2 v dp = v(p_1 - p_2)$$

4. 定压过程的膨胀功和技术功

$$w = p(v_2 - v_1) \quad w_t = 0$$

5. 定温过程的膨胀功和技术功

$$w = \int_1^2 p dv = \int_1^2 \frac{pv}{v} dv = R_g T \ln \frac{v_2}{v_1}$$
$$w_t = -\int_1^2 v dp = -\int_1^2 \frac{vp}{p} dp = -R_g T \ln \frac{p_2}{p_1}$$
$$w_t = w$$

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1}$

4.2.2 气体热力过程的热量及多变过程的比热容

1. 热量

$$q = \begin{cases} \Delta u + w = c_V (T_2 - T_1) + \frac{R_g}{n-1} (T_1 - T_2) = \frac{n-\kappa}{n-1} c_V (T_2 - T_1) \\ c_n (T_2 - T_1) \\ \int_1^2 T ds \end{cases}$$

2. 多变比热容 $q = \Delta u + w$

$$\begin{aligned} &= \frac{n-\kappa}{n-1} c_V (T_2 - T_1) \\ &= c_n (T_2 - T_1) \end{aligned} \quad c_n = \frac{n-\kappa}{n-1} c_V \left\{ \begin{array}{ll} n=0 & c_p = \kappa c_V \\ n=1 & c_T \rightarrow \infty \\ n=\kappa & c_s \rightarrow 0 \\ n=\pm\infty & c_V \end{array} \right.$$

理想气体可逆过程计算公式（定值比热容）汇总于表4-1, P106

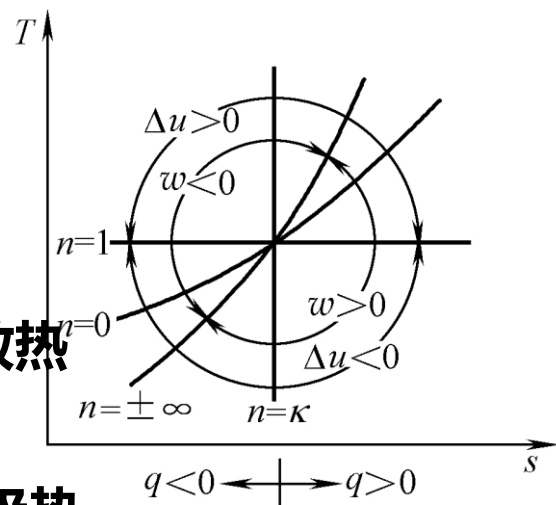
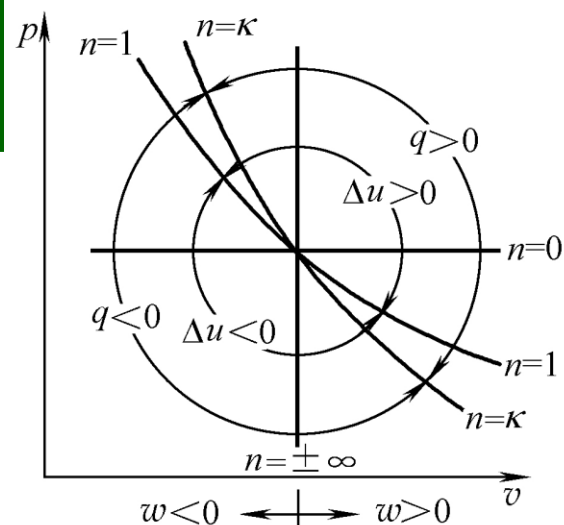
4.2.3 多变过程的能量关系

$$\left. \begin{aligned} w &= \frac{R_g}{n-1} (T_1 - T_2) = \frac{\kappa-1}{n-1} c_v (T_1 - T_2) \\ q &= \frac{n-\kappa}{n-1} c_v (T_2 - T_1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{w}{q} = \frac{\kappa-1}{\kappa-n}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} n < \kappa & \quad \frac{\kappa-1}{\kappa-n} > 0 & \quad \frac{w}{q} > 0 \\ n > \kappa & \quad \frac{\kappa-1}{\kappa-n} < 0 & \quad \frac{w}{q} < 0 \end{aligned} \right.$$

膨胀, 吸热; 压缩, 放热

膨胀, 放热; 压缩, 吸热



$n < \kappa$ 膨胀, 吸热; 压缩, 放热

$n > \kappa$ 膨胀, 放热; 压缩, 吸热

例1 某理想气体经历4个过程, 如 $T-s$ 图。1) 将各过程画在 $p-v$ 图上; 2) 指出过程吸热或放热, 膨胀或压缩。

解: 1-3

$$1 < n_{1-3} < \kappa \text{ 且 } T_3 > T_1 \text{ 及 } s_3 < s_1$$

由于 $w < 0$, $q < 0$, 故边压缩、边放热

$$1-2 \quad \kappa < n_{1-2} < \infty \text{ 且 } T_2 < T_1 \text{ 及 } s_2 < s_1$$

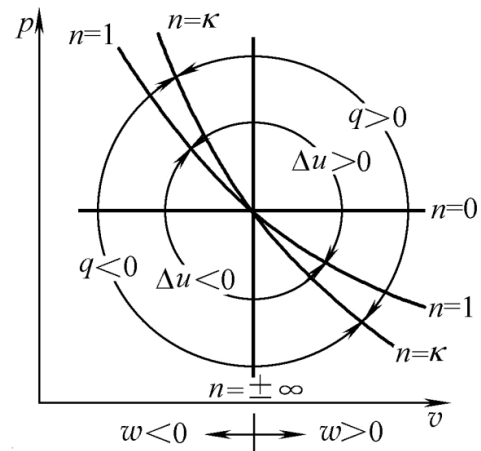
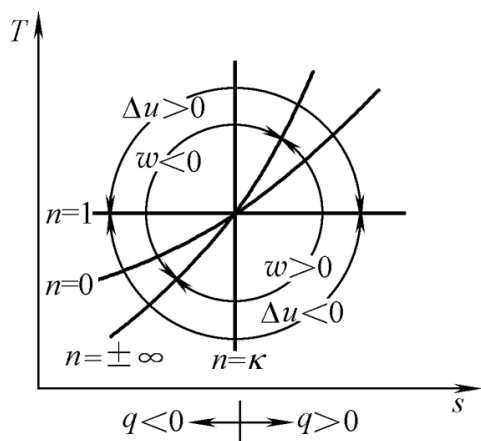
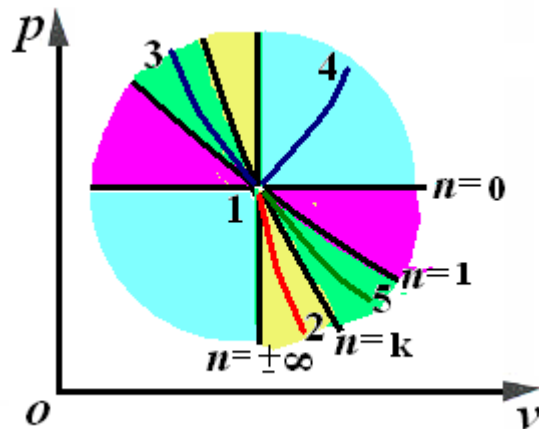
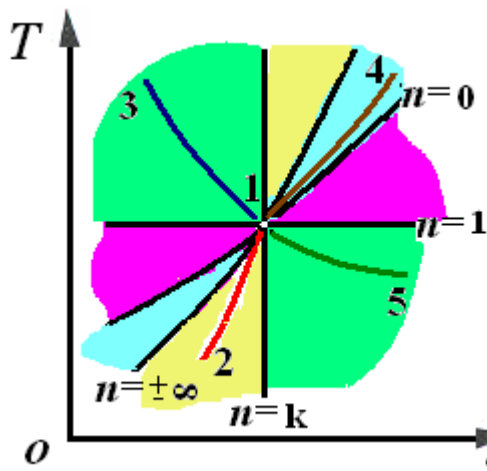
由于 $w > 0$, $q < 0$, 故边膨胀、边放热

$$1-4 \quad 0 > n_{1-4} > -\infty \text{ 且 } T_4 > T_1 \text{ 及 } s_4 > s_1$$

由于 $w > 0$, $q > 0$, 故边膨胀、边吸热

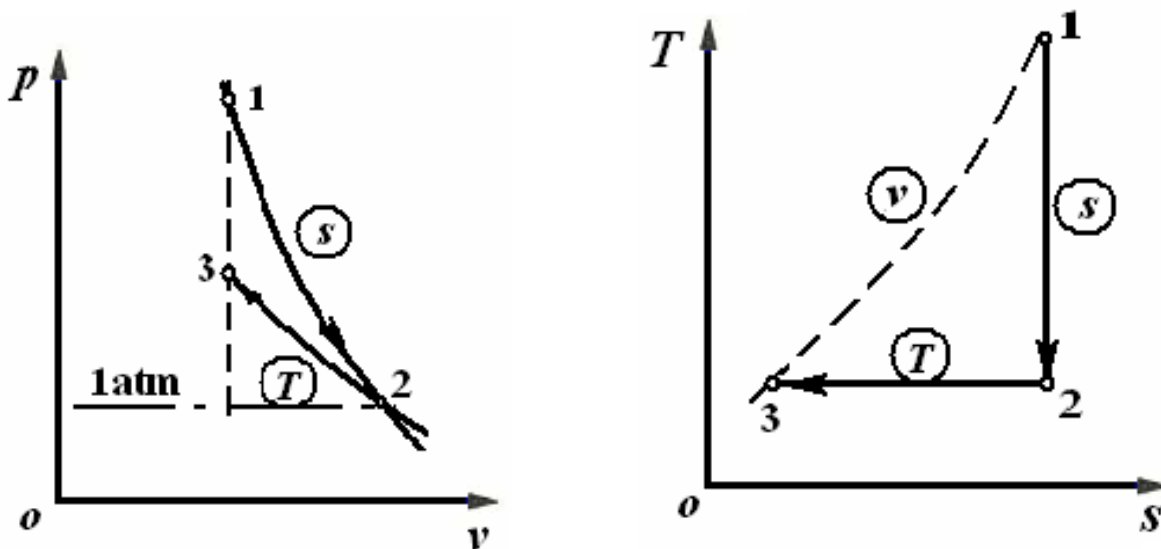
$$1-5 \quad 1 < n_{1-5} < \kappa \text{ 且 } T_5 < T_1 \text{ 及 } s_5 > s_1$$

由于 $w > 0$, $q > 0$, 边膨胀、边吸热、边降温



例2 0.5 kmol某种单原子理想气体，由25 °C，2m³可逆绝热膨胀到1 atm，然后在此状态的温下定温可逆压缩回到2 m³。1) 画出各过程的 p - v 图及 T - s 图；2) 计算整个过程的 Q ， W ， ΔU ， ΔH 及 ΔS 。

解： 1)



2) 先求各状态参数

$$p_1 = \frac{nRT_1}{V_1} = \frac{500 \text{ mol} \times 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \times (273 + 25) \text{ K}}{2 \text{ m}^3}$$

$$= 6.193 \text{ 93} \times 10^5 \text{ Pa} = 6.11 \text{ atm}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 298\text{K} \times \left(\frac{1\text{MPa}}{6.11\text{MPa}} \right)^{\frac{1.67-1}{1.67}} = 144.26\text{K}$$

$$V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = 2\text{m}^3 \times \left(\frac{6.11\text{MPa}}{1\text{MPa}} \right)^{\frac{1}{1.67}} = 5.906\text{m}^3$$

$$T_3 = T_2 = 144.26 \text{ K} \quad V_3 = V_1 = 2 \text{ m}^3$$

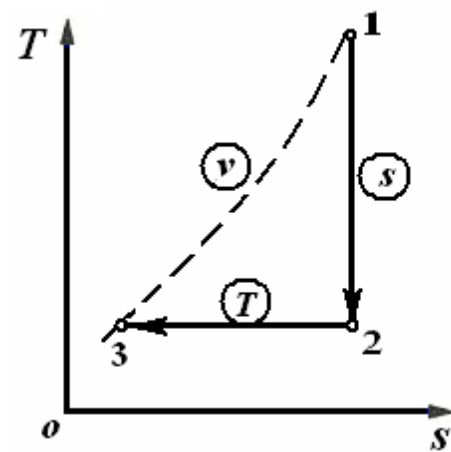
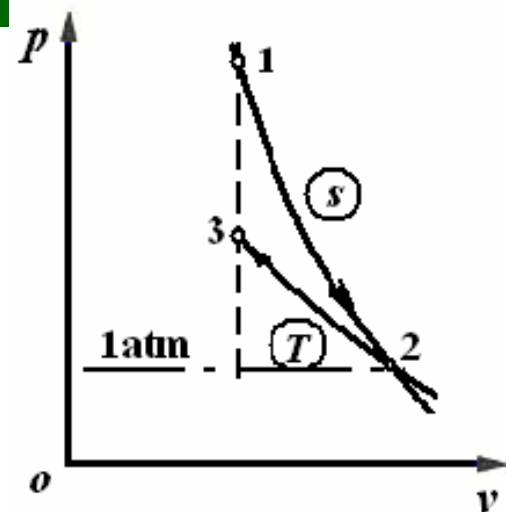
$$p_3 = \frac{500 \text{ mol} \times 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \times 144.26 \text{ K}}{2 \text{ m}^3} = 299 \text{ 855 Pa}$$

理想气体等温过程：热量=膨胀功=技术功

$$\begin{aligned} Q &= Q_{1-2} + Q_{2-3} = Q_{2-3} = W_{t2-3} = nRT \ln \frac{V_3}{V_2} \\ &= 500 \text{ mol} \times 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \times 144.26 \text{ K} \times \ln \frac{2 \text{ m}^3}{5.906 \text{ m}^3} \end{aligned}$$

$$= -649.4 \text{ kJ}$$

放热



$$\begin{aligned}
 W &= W_{1-2} + W_{2-3} = (U_1 - U_2) + W_{T2-3} = nC_{V,m} (T_1 - T_2) + nRT \ln \frac{V_3}{V_2} \\
 &= [500 \text{ mol} \times 3 \times 8.314 / 2 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \times (298 - 144.26) \text{ K}] / 1000 \\
 &\quad + (-649.4) \text{ kJ} = 309.25
 \end{aligned}$$

$$\Delta U_{1-3} = Q_{1-3} - W_{1-3} = -649.4 \text{ kJ} - 309.25 \text{ kJ} = -958.65 \text{ kJ}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta H_{1-3} &= nc_{p,m} (T_3 - T_1) = \Delta U_{1-3} + (p_3 - p_1)V_{1-3} \\
 &= -958.65 \text{ kJ} + (299.855 - 619.393) \text{ kPa} \times 2 \text{ m}^3 = -1597.73 \text{ kJ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta S_{1-3} &= n \left[c_{v,m} \ln \frac{T_3}{T_1} + R \ln \frac{V_3}{V_1} \right] \\
 &= [500 \text{ mol} \times 3 \times 8.314 / 2 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})] / 1000 \times \ln \frac{144.26 \text{ K}}{298 \text{ K}} = -4.52 \text{ kJ/K}
 \end{aligned}$$

第四章 习题2

P.131-132

4-11; 4-12; 4-13; 4-14.

4.3 压气机的热力过程

4.3.1 压气机概述

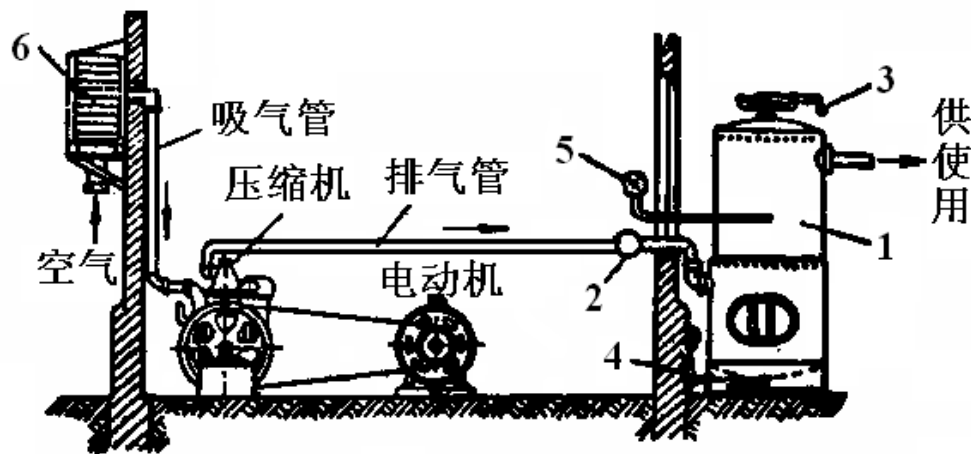
定义：用消耗机械能（功）来生产压缩气体的一种工作机。

动力机、风动工具、制冷工程、化学工业、潜水作业、医疗、休闲等。

工业上：锅炉鼓风、出口引风、炼钢、燃气轮机、制冷空调等等

压力范围

通风机	$< 115\text{kPa}$
鼓风机	$115 \sim 350\text{kPa}$
压缩机	$> 350\text{kPa}$



往复式空气压缩机装置简图

1. 储气罐 2. 止回阀 3. 安全阀 4. 泄水阀
5. 压力表 6. 空气滤清器

型式结构

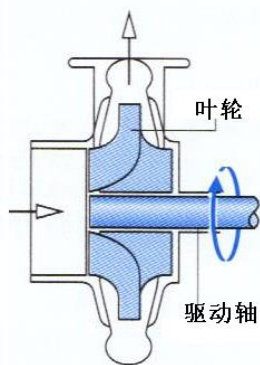
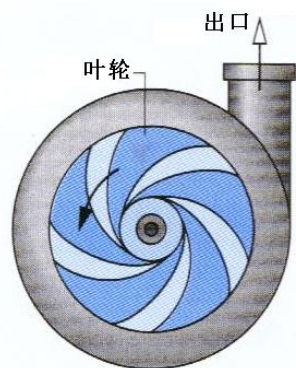
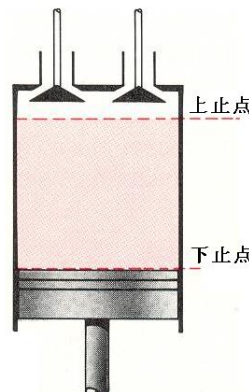
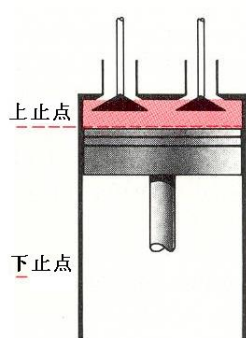
活塞式(往复式)

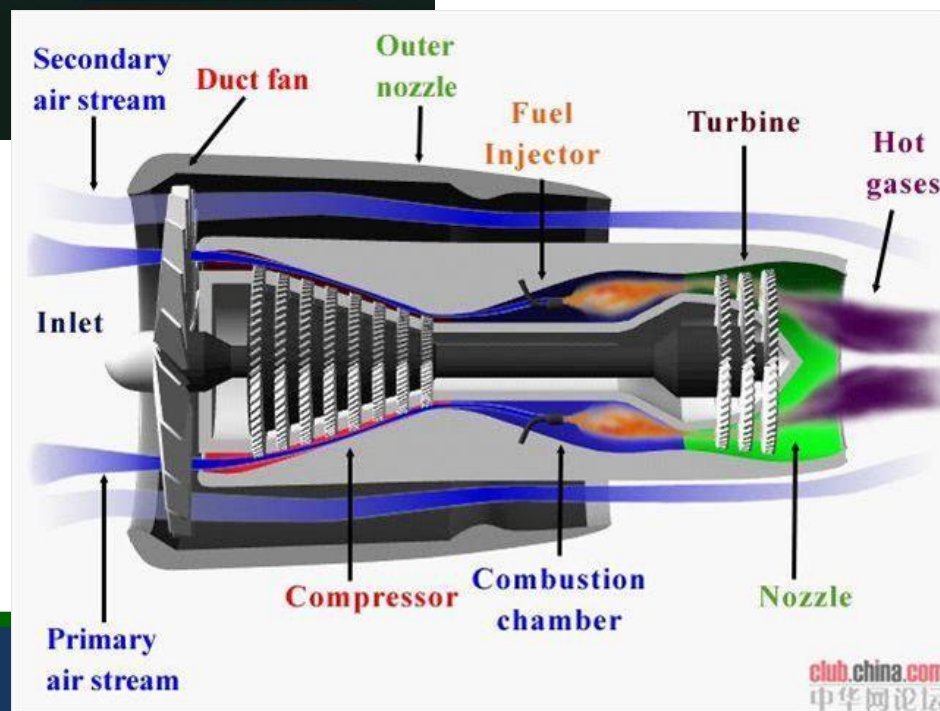
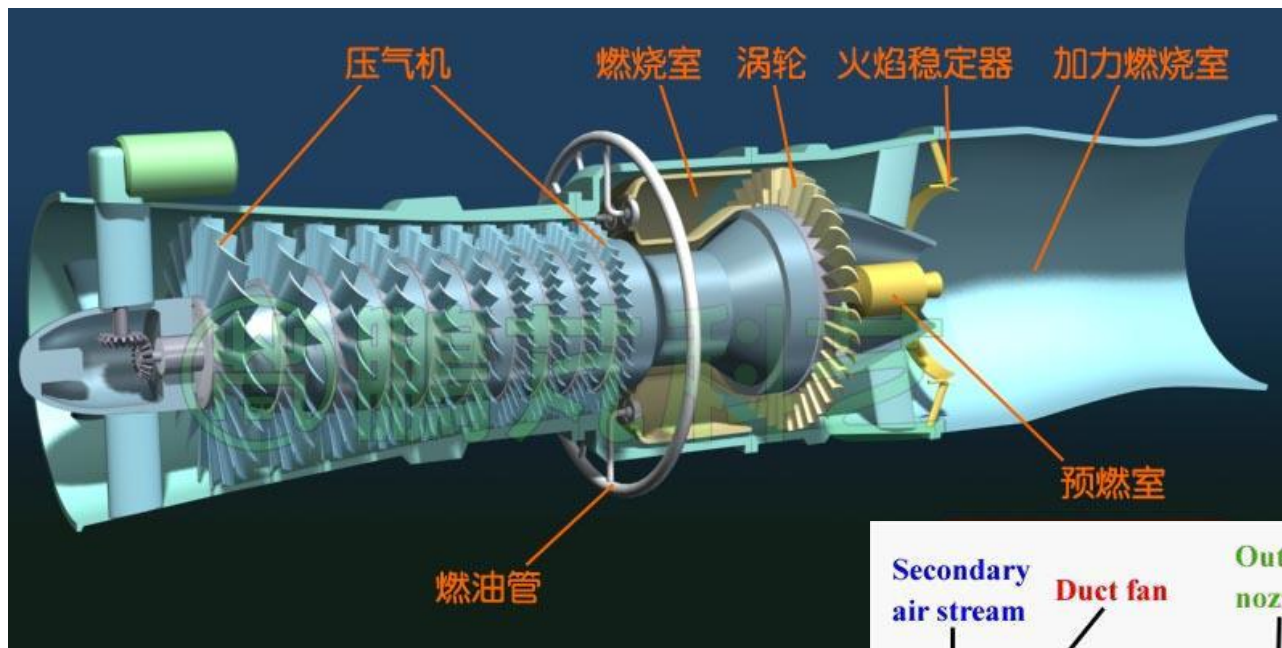
离心式

轴流式

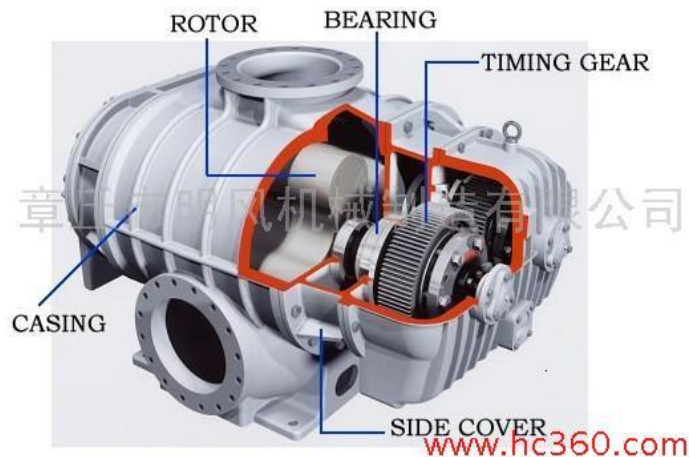
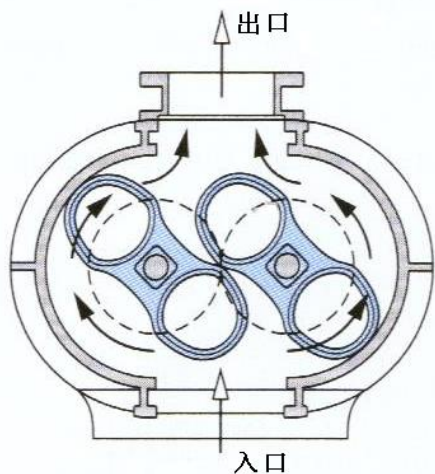
—压头高, 流量小, 间隙生产。出口当连续流动

—压头低, 流量大, 叶轮式连续流动

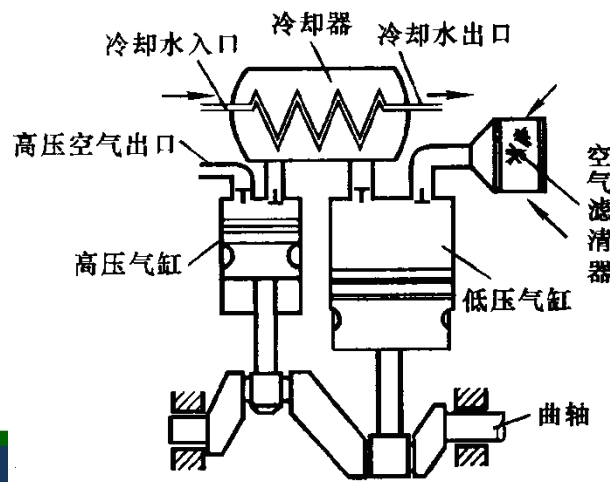
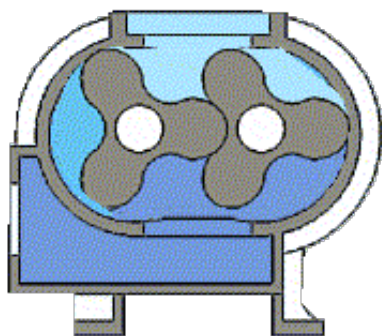




另有容积式回转风机——罗茨式压气机(Roots blower),等等。



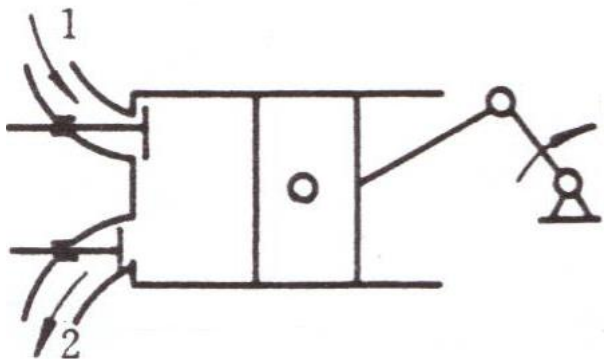
单级压缩，多级压缩



**压气机不是动力机，
压气机中进行的过程
不是循环**

4.3.2 单级活塞式压气机工作原理

1、工作原理



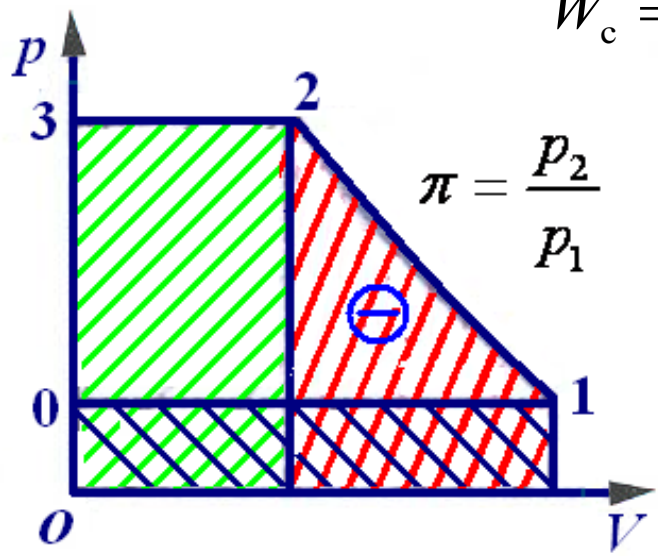
0-1: 吸气, 传输推动功 $p_1 v_1$

1-2: 压缩, 耗外功

2-3: 排气, 传输推动功 $p_2 v_2$

压气机耗轴功: ($m\text{kg}$ 气体)

$$W_c = p_1 V_1 + \int_1^2 p dV - p_2 V_2 = - \int_1^2 V dp = W_t = W_s$$



注意: 1、假设没有余隙存在, 压缩过程可逆, 无阻力; 2、 π 称为压力比 (升压比、增压比); 3、压气机生产量通常用单位时间里生产气体的标准立方米表示; 4、如果是单位质量, 在 P - V 图上过程0-1、2-3不能表示。

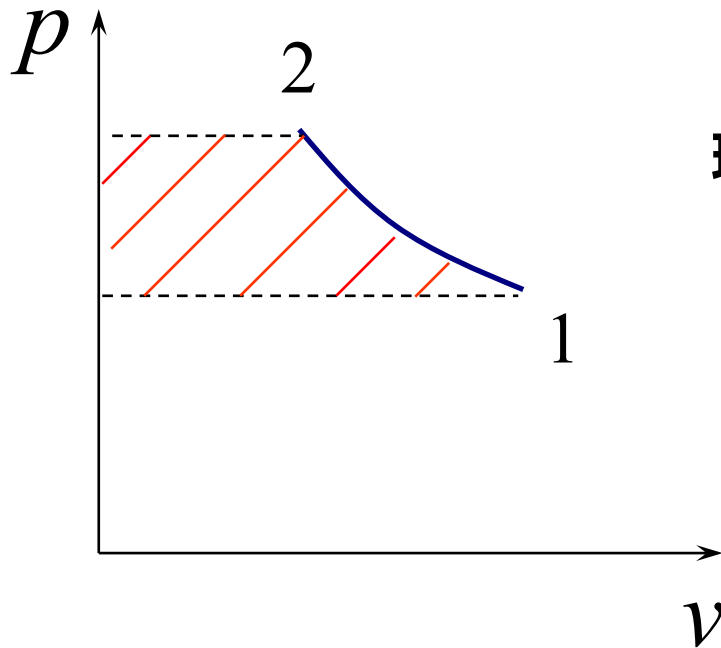
2、压气机可能的压气过程

目的：研究耗功，越少越好

指什么功



技术功 w_t



理论压气功(可逆过程)

可逆过程是理想的过程，无温差、无压差、无摩擦。

实际过程是有温差、压差、摩擦。因此一定有热量产生

考察同样初终态的比较极端压气过程气体工质的热量产生的情况：

- 特别快，来不及换热。

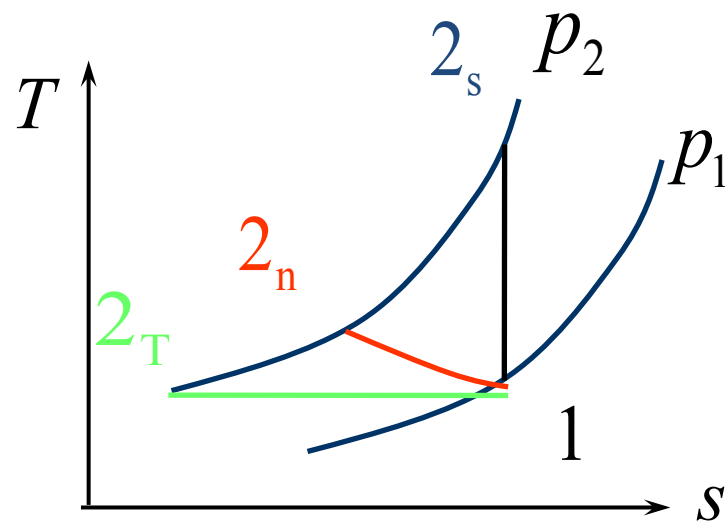
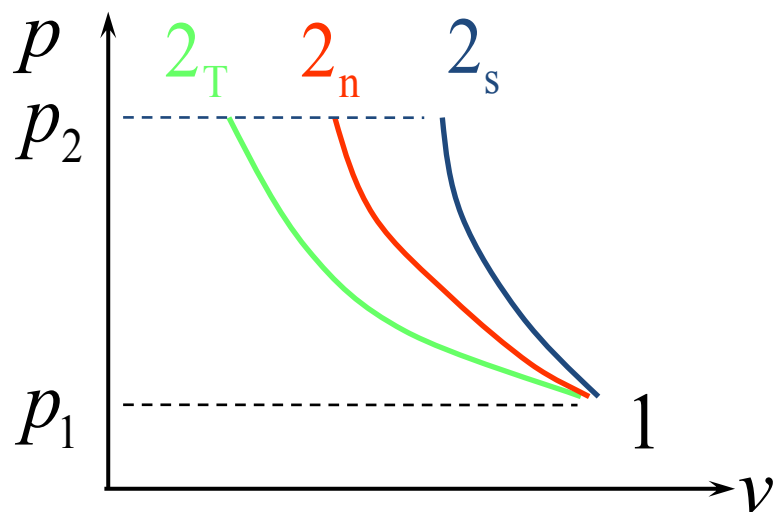
$$\textcircled{s} \quad n = k$$

- 特别慢，热全散走。

$$\textcircled{T} \quad n = 1$$

- 实际压气过程是

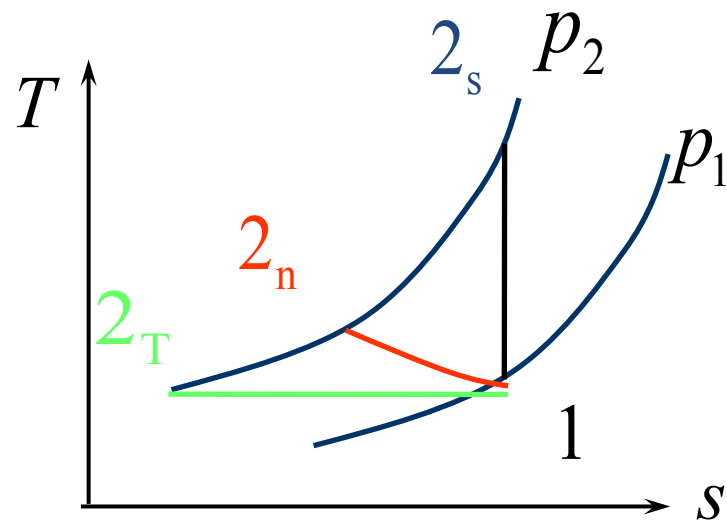
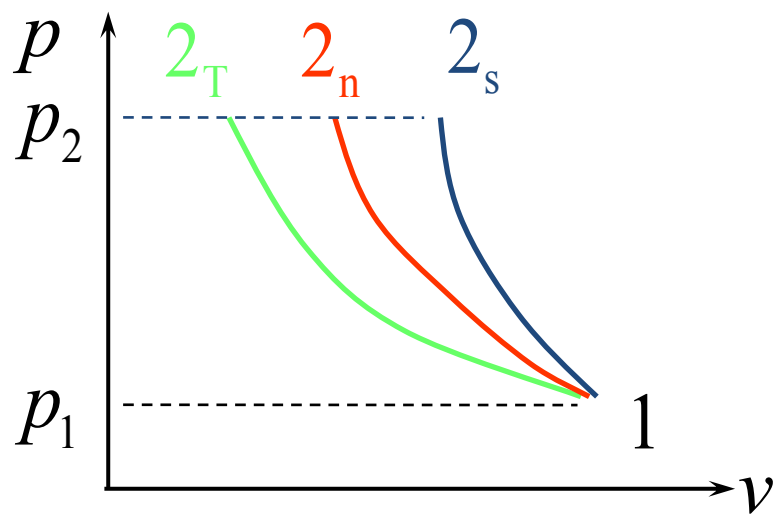
$$\textcircled{n} \quad 1 < n < k$$



3、三种压气过程的参数关系

$$|w_{tT}| < |w_{tn}| < |w_{ts}| \quad |q_T| < |q_n| < |q_s| = 0$$

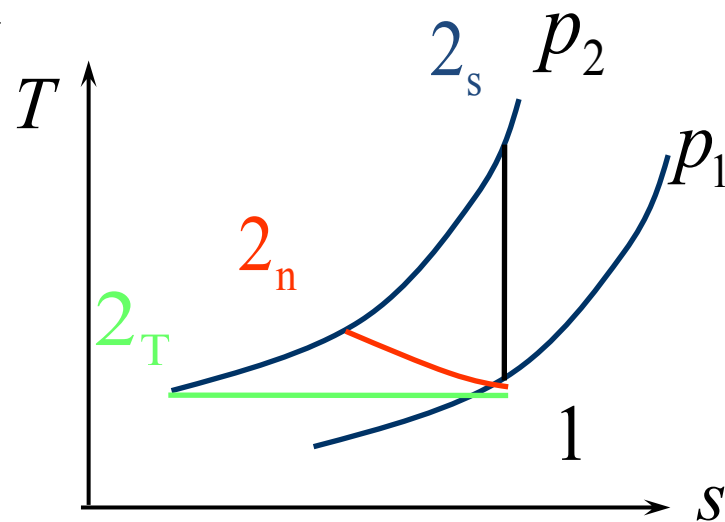
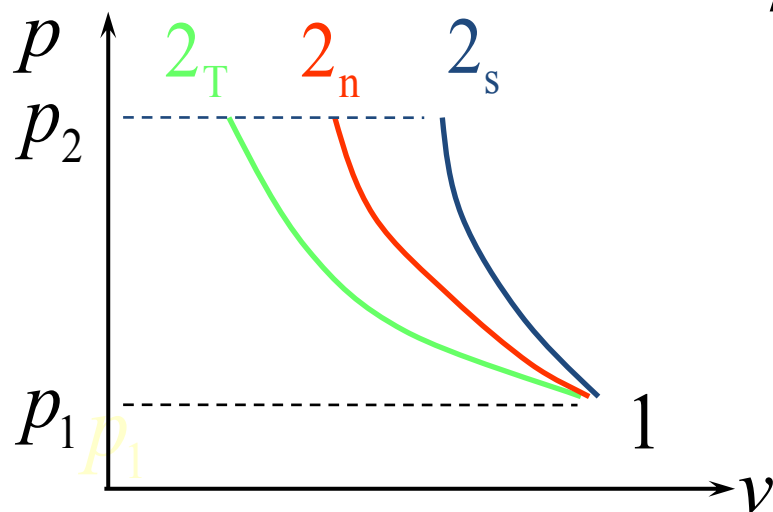
$$v_{2T} < v_{2n} < v_{2s} \quad T_1 = T_{2T} < T_{2n} < T_{2s}$$



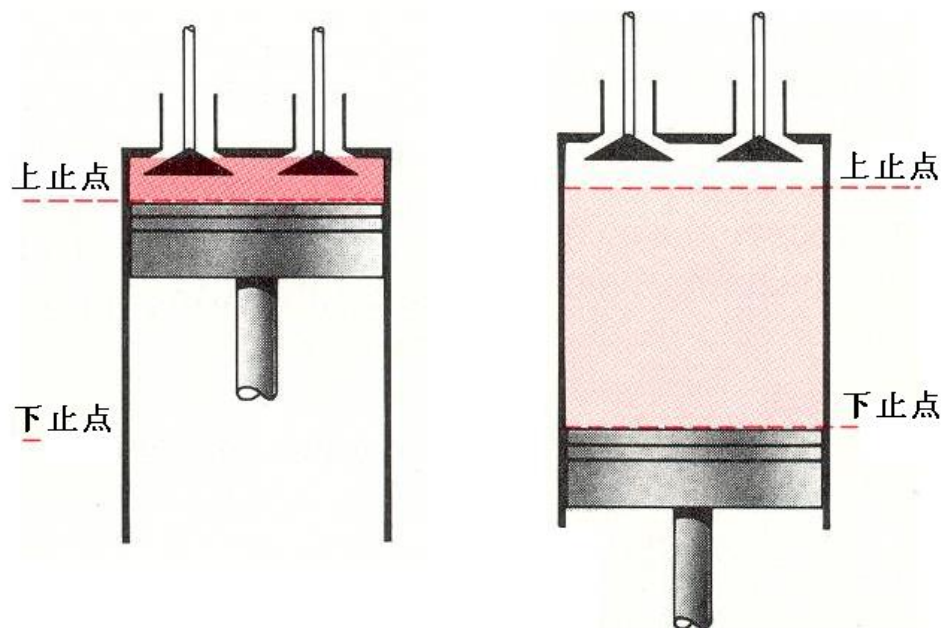
3、三种压气过程功的计算

$$W_c = -\int_1^2 V dp = W_t = W_s$$

- 定温压缩过程 ($12_T p_2 p_1$) $W_{s,T} = -p_1 V_1 \ln \frac{p_2}{p_1} = mRT_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$ **需功最小**
- 定熵压缩过程 ($12_s p_2 p_1$) $W_{s,s} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} mR(T_1 - T_2)$ **需功最大**
- 多变压缩过程 ($12_n p_2 p_1$) $W_{s,n} = \frac{n}{n - 1} mR(T_1 - T_2)$ **两者之间**



4.3.2 余隙容积



实际上压气机的气缸是有余隙的

产生原因

{ 布置进、排气结构
制造公差
部件热膨胀

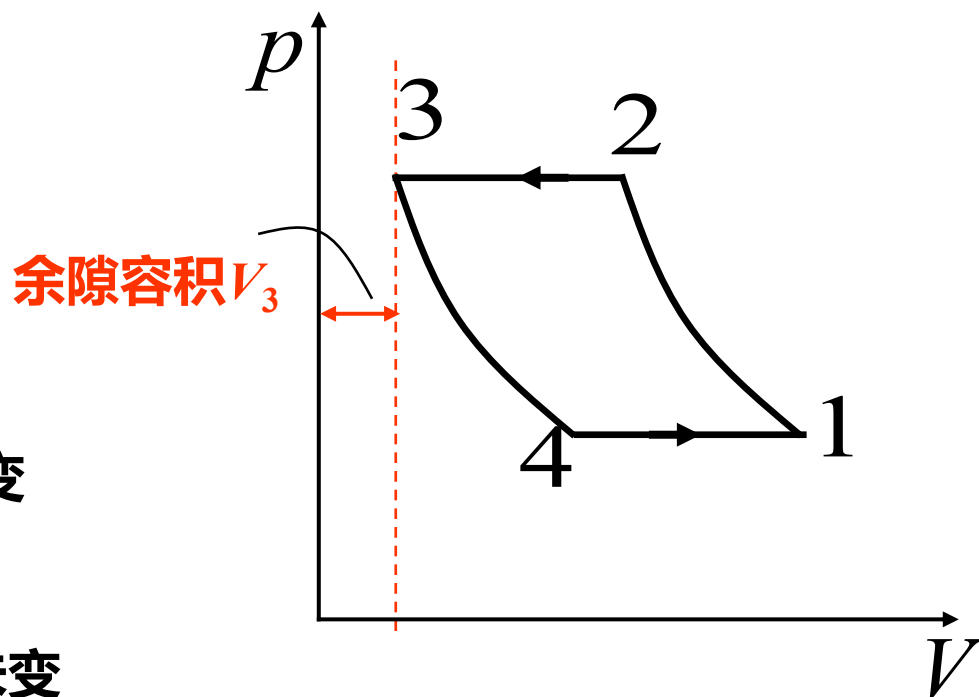
1、活塞式压气机的余隙影响

避免活塞与进排气阀碰撞，留有余隙容积 V_3

- 1 \Rightarrow 2 压缩过程 $p_1 \rightarrow p_2$
- 2 \Rightarrow 3 排气，状态未变
- 3 \Rightarrow 4 残留气体膨胀
- 4 \Rightarrow 1 进新气，状态未变

$$\text{余隙容积比 } \sigma = \frac{V_3}{V_1 - V_3} \times 100\%$$

σ 一般大小为 3%~8%



活塞排量 $V_h = V_1 - V_3$

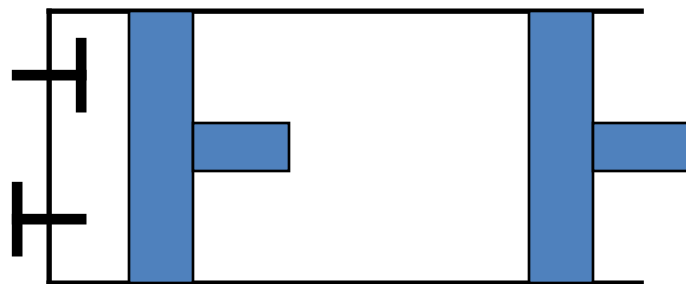
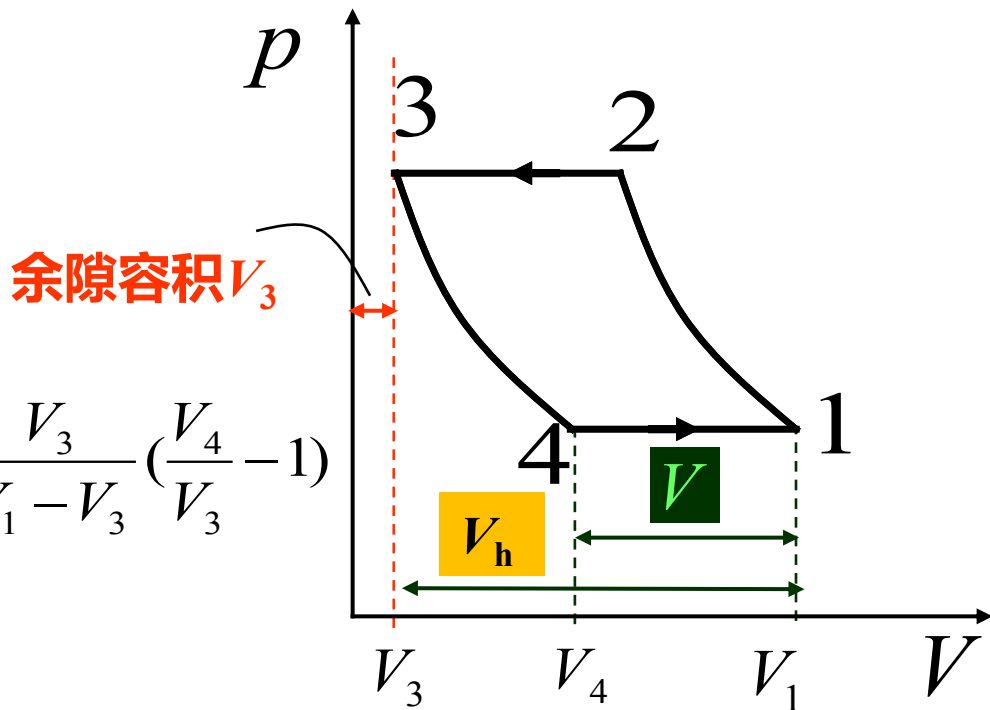
有效吸气量 $V = V_1 - V_4$

$$\text{容积效率 } \eta_v = \frac{V}{V_h} = \frac{V_1 - V_4}{V_1 - V_3} = 1 - \frac{V_3}{V_1 - V_3} \left(\frac{V_4}{V_3} - 1 \right)$$

代入余隙容积比 σ 及 $\frac{V_4}{V_3} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}$

$$\eta_v = 1 - \sigma[(\frac{p_2}{p_1})^{\frac{1}{n}} - 1] = 1 - \sigma(\pi^{\frac{1}{n}} - 1)$$

其中 $\pi = \frac{p_2}{p_1}$, 增压比



2、余隙容积 V_3 对理论压气功的影响

$$| \text{功} | = \text{面积}12341 = \text{面积}12561 - \text{面积}43564$$

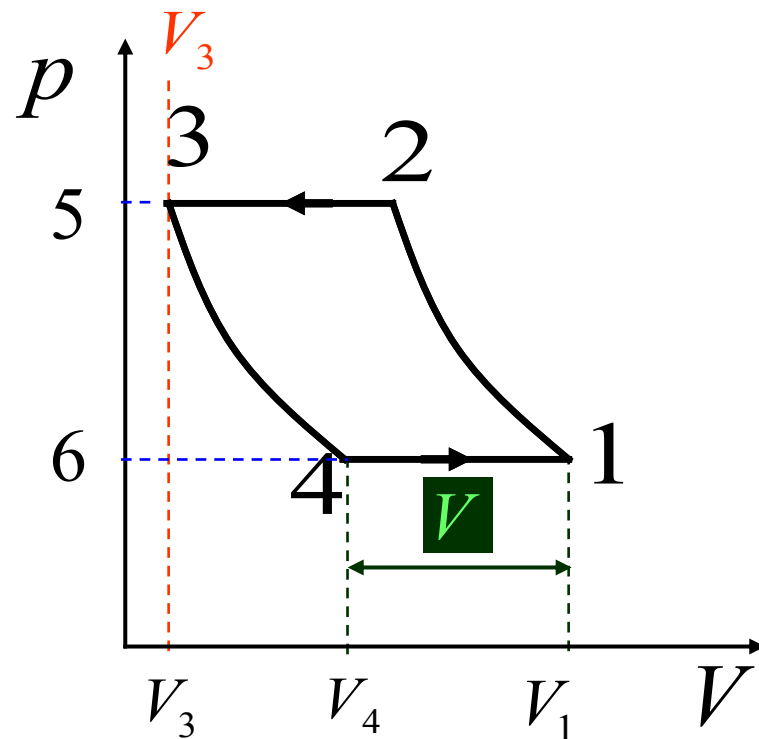
设 $1 \rightarrow 2$ 和 $3 \rightarrow 4$ 两过程 n 相同

$$W_{s,n} = \frac{n}{n-1} p_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] - \frac{n}{n-1} p_4 V_4 \left[1 - \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

$$\text{由于 } p_1 = p_4, p_3 = p_2, V = V_1 - V_4$$

$$W_{s,n} = \frac{n}{n-1} p_1 V \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] = \frac{n}{n-1} m R T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

上式表明余隙 V_3 对理论压气功无影响，但减少有效容积。设计时尽量减少余隙。



分析:

$$\eta_v = 1 - \sigma(\pi^{\frac{1}{n}} - 1)$$

容积效率 η_v 越大越好; 余隙容积比 σ 越小越好。

要获得较高压力的气体, 提高增压比 π 作用有限。

因为余隙存在, 容积效率 η_v 下降, 增压比 π 越大越不利。

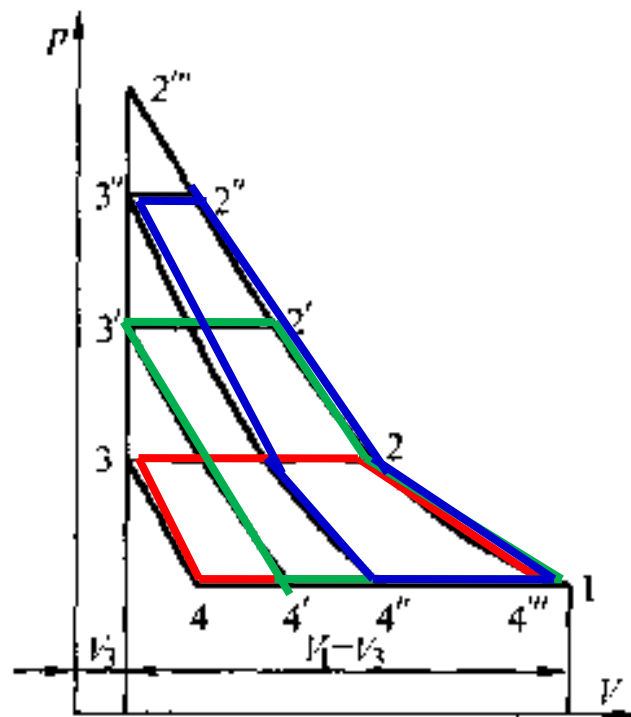


图 4-10 余隙容积对排气量的影响

必须采用多级压缩

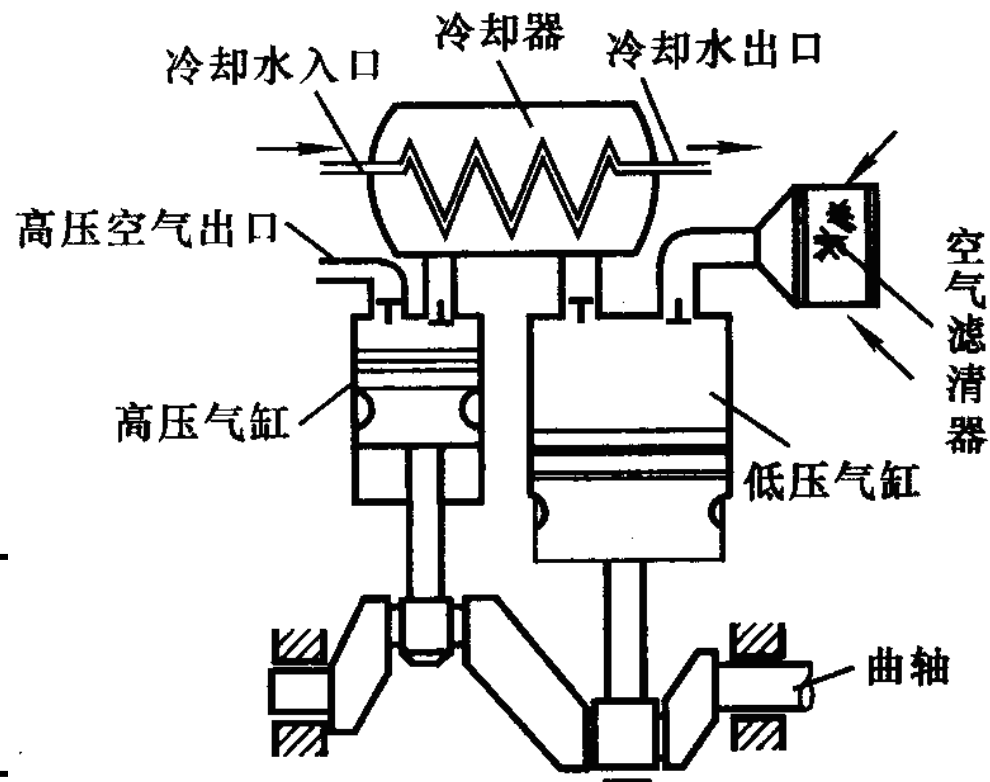
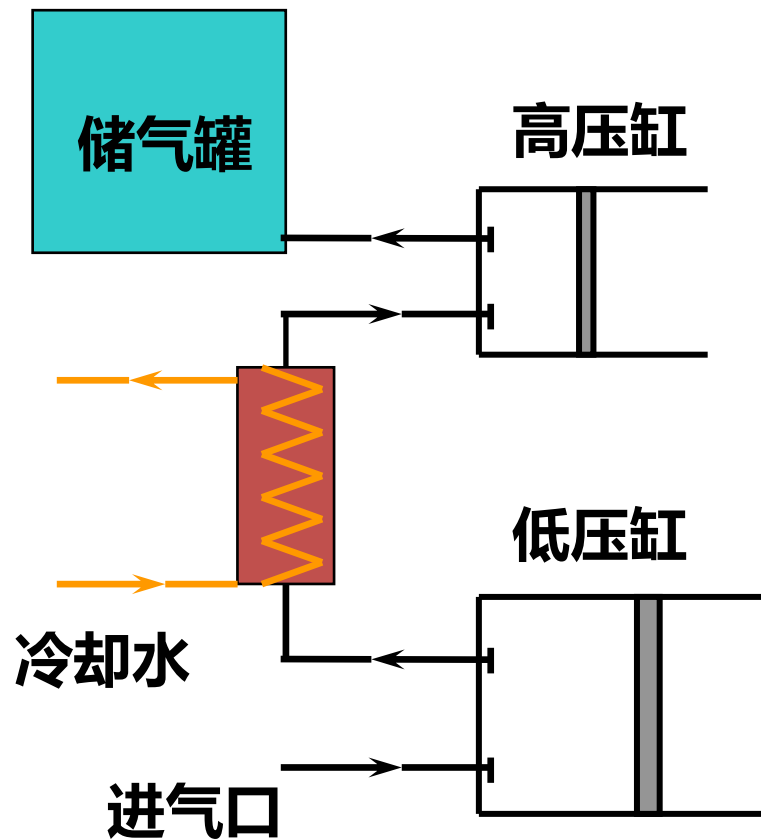
4.3.3 分级压缩及级间冷却

工程上需要高压气体，但压缩过程中随高 p 升高， T 升高（通常规定压气机排气温度不超过 $160\sim 180^{\circ}\text{C}$ ）； T 高，有效吸气量减小，即 η_v 下降。为使

排气温度下降
容积效率增加 \Rightarrow **分级压缩** (multistage compression)
级间冷却 (intervening cooling)

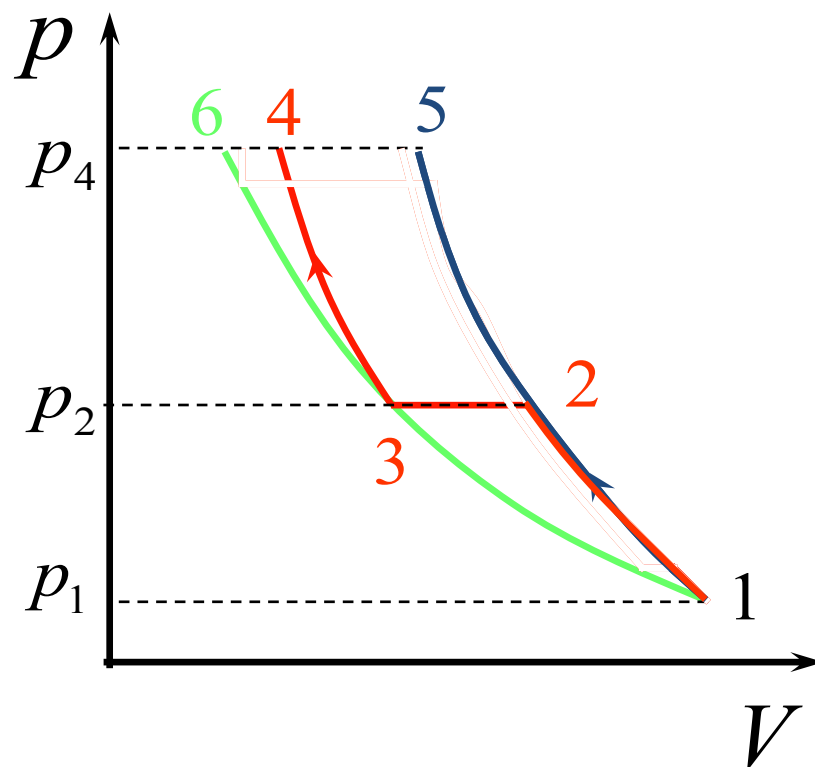
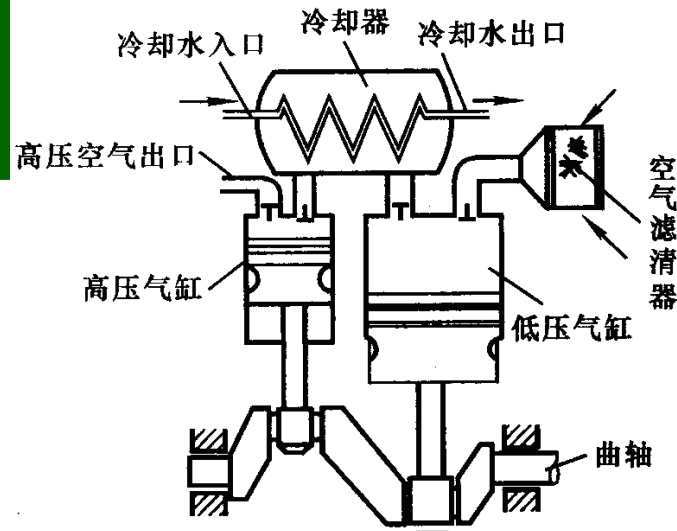


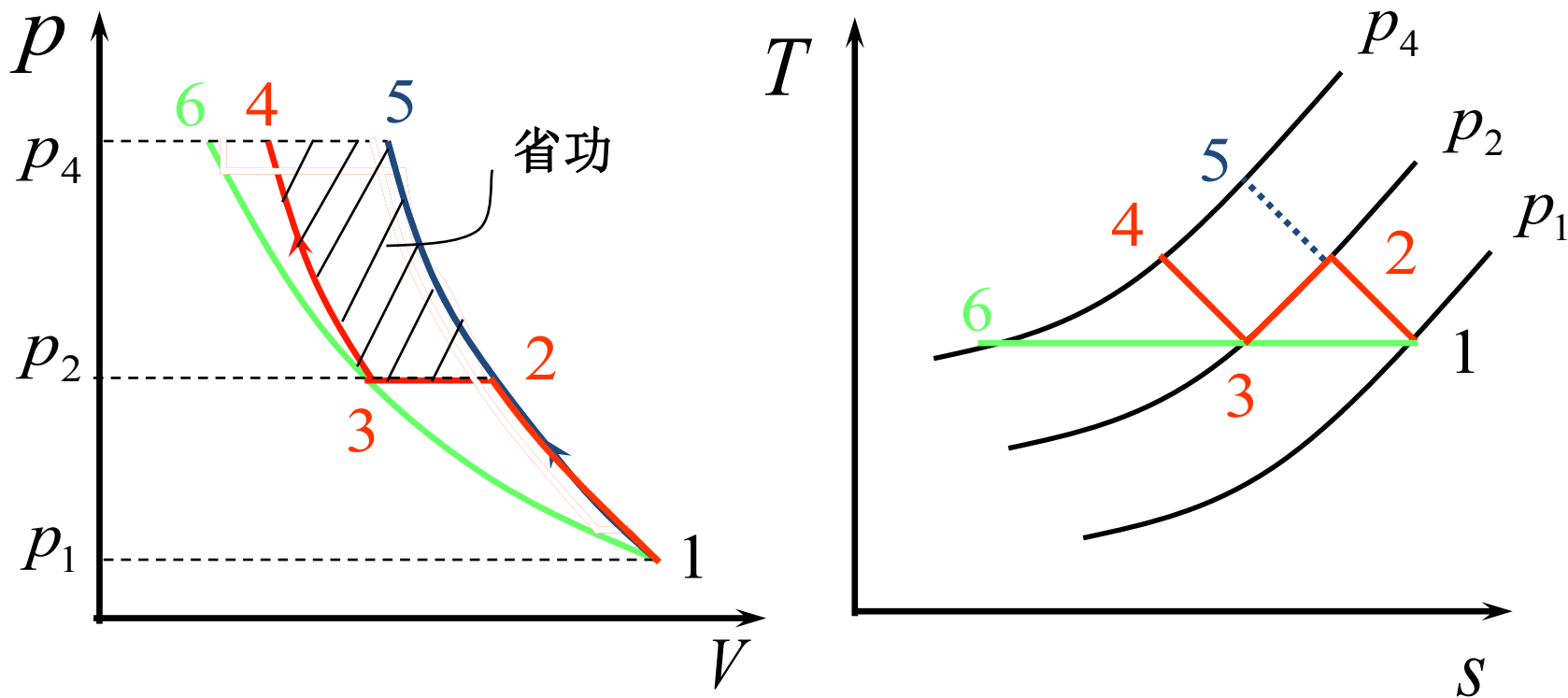
1、分级压缩中间冷却设备示意图



2、两级压缩中间冷却工作过程

- $p_1 \Rightarrow 1$ 低压气缸吸气过程
- $1 \Rightarrow 2$ 低压气缸中气体压缩过程
- $2 \Rightarrow p_2$ 低压气缸向中冷器排气
- $2 \Rightarrow 3$ 气体在中冷器中定压冷却过程
- $p_2 \Rightarrow 3$ 冷却后气体被吸入高压气缸
- $3 \Rightarrow 4$ 高压气缸中气体的压缩过程
- $4 \Rightarrow p_4$ 高压气缸排气过程



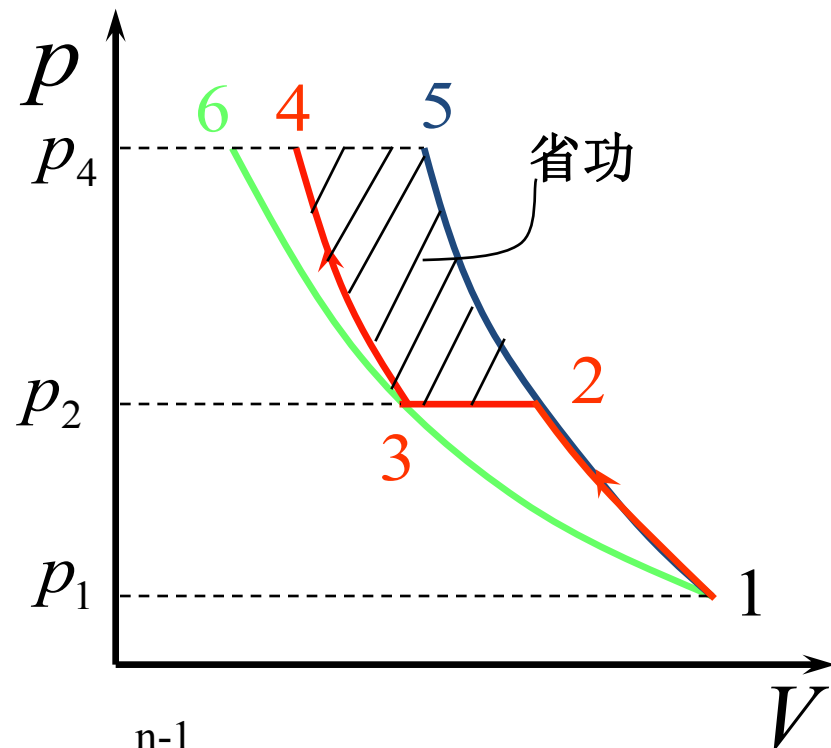


采用多级压缩的优点：1、排气温度下降 ($T_4 < T_5$) ; 2、省功
有一个最佳压力比 $\frac{p_2}{p_1}$

3、最佳压力比的推导

$$\begin{aligned}
 w_{\text{分级}} &= w_{t(n)}^{\text{I}} + w_{t(n)}^{\text{II}} \\
 &= \frac{n}{n-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] \\
 &\quad \text{假设} \parallel \\
 &+ \frac{n}{n-1} RT_3 \left[1 - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]
 \end{aligned}$$

$$w_{\text{分级}} = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[2 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - \left(\frac{p_4}{p_2} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$



$$w_{\text{分级}} = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[2 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - \left(\frac{p_4}{p_2} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

欲求 $w_{\text{分级}}$ 最小值,

$$\frac{\partial w_{\text{分级}}}{\partial p_2} = 0$$

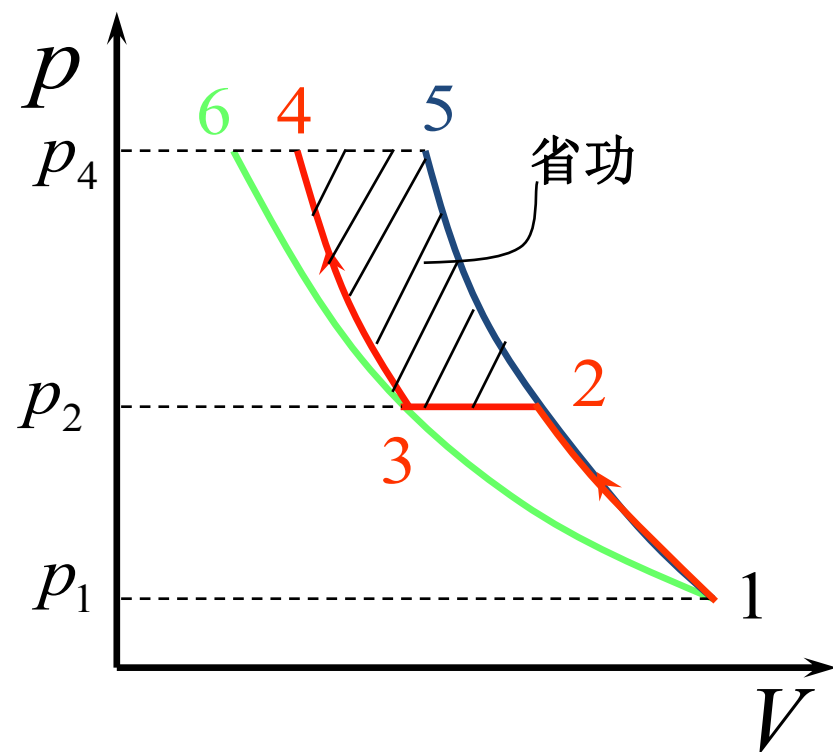
$$p_2 = \sqrt{p_1 \cdot p_4}$$

即 $\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_4}{p_2}$

说明当两级的升压比相等时, 两级压缩所需的总轴功为最小。每级输入轴功也相同

最佳压力比

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{p_2}{p_1} = \frac{\sqrt{p_1 \cdot p_4}}{p_1} \\ &= \sqrt{\frac{p_4}{p_1}} = \sqrt{\frac{p_{\text{终}}}{p_{\text{初}}}} = \left(\frac{p_{\text{终}}}{p_{\text{初}}} \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$



可证明若 z 级

$$\pi = \left(\frac{p_{\text{终}}}{p_{\text{初}}} \right)^{\frac{1}{z}}$$

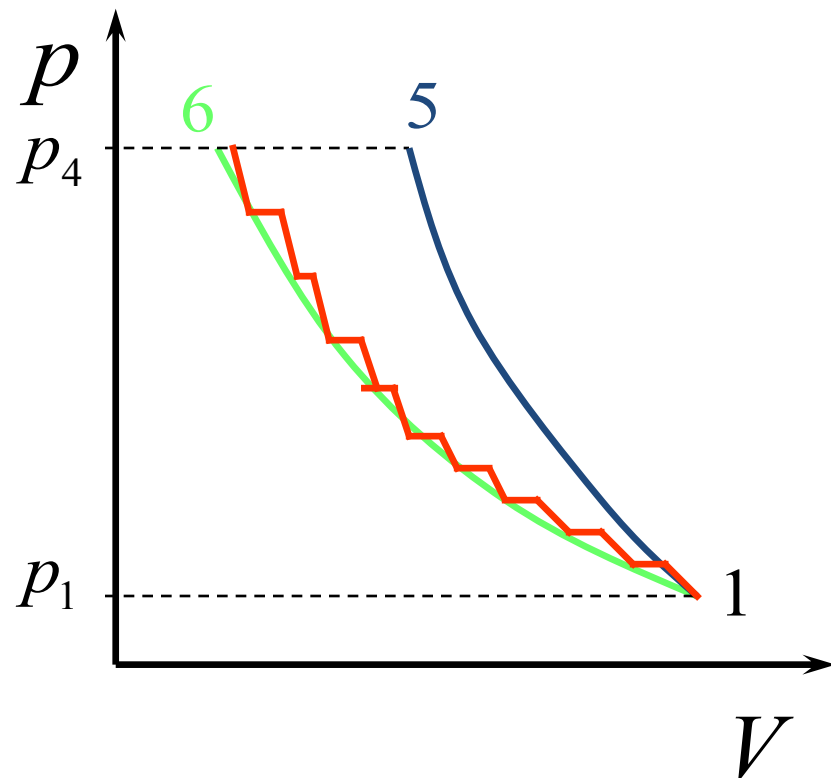
4、多级压缩讨论

分级 { 省功
降低出口温度

多级压缩达到
无穷多级 \Rightarrow T

- (1) 不可能实现
- (2) 结构复杂(成本高)
- (3) 可靠性下降

所以，一般采用 2 ~ 4 级压缩



1) 按 $\pi = \left(\frac{p_{\text{终}}}{p_{\text{初}}}\right)^{\frac{1}{z}}$ 选择各级中间压力, 优点:

a. 各级耗功相等 (证明略) $w_{s,i} = \frac{n}{n-1} RT_1 (\pi_i^{\frac{n-1}{n}} - 1)$

有利于曲轴平衡 (总耗功 $w_s = zw_{s,i}$)

b. 各缸终温相同 $T = T_1 \pi_i^{\frac{n-1}{n}}$ 小于不如此分配时

各缸终温中最高者, 有利于润滑油工作及使可靠性增加。

c. 各级散热相同 $q_i = \frac{n-K}{n-1} c_v \Delta T$

各中冷器散热相等 $q_{\text{中}, i} = c_p \Delta T$

d. 各缸按比例缩小

e. 对提高整机容积效率 η_v 有利 (在每级中升压比缩小, 容积效率比不分级时大)

2) **定温效率(isothermal efficiency):**评价活塞式压气机性能指标——可逆定温过程与实际定温过程的压缩轴功之比:

$$\eta_{c,T} = \frac{w_{s,T}}{w_s} < 1$$

3) **绝热压缩效率:**无冷却措施的实际压气机——可逆绝热过程与实际绝热过程的压缩轴功之比:

$$\eta_{c,T} = \frac{w_{s,s}}{w_{s,s}} < 1$$

4) **真空泵(vacuum pump)的实质也是压气机**, 是出口压力为恒值—环境压力, 进气压力不断降低的压气机。