1. Jacobi 迭代法和 Gauss-Seidel 迭代法求解

1.1. 题目

对下列方程组，分别用 Jacobi 迭代法和 Gauss-Seidel 迭代法迭代求解，并观察是否收敛。

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = randi(20,3,1)$$

1.2. 代码

1.2.1. 主函数

```
clear;
rand('seed', 1851960);

%% settings
Const = [ 1,2,-2 ; 1,1,1 ; 2,2,1 ];
B     = randi(20,3,1);
x0    = [0;0;0];
pre   = 1e-6;

%% results
[y1,iteration_count1] = jacobi(Const,B,x0,pre);
[y2,iteration_count2] = Gauss_seidel(Const,B,x0,pre);
```

1.2.2. Jacobi 迭代法

```
function [y,iteration_count] = jacobi(A,b,x0,precision)

D = diag(diag(A));
U = -triu(A,1);
L = -tril(A,-1);
B = D\(L+U);
C = D\b;
y = B*x0+C;
iteration_count = 1;

while norm(y-x0)>precision
    x0=y;
    y=B*x0+C;
    iteration_count=iteration_count+1;
end
end
```

1.2.3. Gauss-Seidel 迭代法

```
function [y,iteration_count] = Gauss_seidel(A,b,x0,precision)
D = diag(diag(A));
U = -triu(A,1);
L = -tril(A,-1);
G = (D-L)\U;
C = (D-L)\b;
y = G*x0+C;
iteration_count = 1;

while norm(y-x0)>precision
    x0=y;
    y=G*x0+C;
    iteration_count=iteration_count+1;
end
end
```

1.3. 工作区变量

工作区

名称	值
B	[17;17;2]
Const	[1,2,-2;1,1,1;2,2,1]
iteration_co...	4
iteration_co...	1010
pre	1.0000e-06
x0	[0;0;0]
y1	[-111;96;32]
y2	[NaN;NaN;NaN]

1.4. 结论

可以观察到通过 Jacobi 迭代法得到的结果 $y_1 = [-111; 96; 32]$ 收敛，通过 Gauss-Seidel 迭代法的结果 $y_2 = [NaN; NaN; NaN]$ 不收敛。

2. 非线性方程的解法（二分法）

2.1. 题目

用二分法求方程 $x^2 - x - a = 0$ 的正根，其中 $a = 0.5 + 1.5rand(1)$，要求误差小于 $b = 0.03 + 0.03rand(1)$。

2.2. 代码

2.2.1. 主函数

```
clear;
rand('seed',1851960);

%% settings
syms x y;
a       = 0.5 + 1.5*rand(1);
fun(x) = x*x-x-a;
error  = 0.03 + 0.03*rand(1);
iter_c = 1;

%% main function
[iter,y]  = two(0,100,fun,error,iter_c);
```

2.2.2. 二分法

```
function [iter,y]=two(x_upper,x_dowm,fun,error,iter_c)
x  = (x_upper+x_dowm)/2;
f3 = fun(x);
f1 = fun(x_upper);
if(f1*f3<0)
    m = x-x_upper;
    if(m>error)
        x_dowm = x;
        iter_c = iter_c+1;
        [iter_c,y] = two(x_upper,x_dowm,fun,error,iter_c);
    else
        y = x;
    end
else
    m = x_dowm-x;
    if(m > error)
        x_upper = x;
        iter_c = iter_c+1;
        [iter_c,y] = two(x_upper,x_dowm,fun,error,iter_c);
    else
        y = x;
    end
end
iter = iter_c;
end
```

2.3. 工作区变量

工作区

名称	值
a	1.7487
error	0.0541
fun	*1x1 symfun*
iter	11
iter_c	1
x	*1x1 sym*
y	1.9043

3. 非线性方程的解法（Newton迭代法）

3.1. 题目

对方程 $ax^b - e^x = 0$ （其中，$a = 1 + 2rand(1)$，$b = 0.8 + 1.5rand(1)$，用 Newton 迭代法计算。

3.2. 代码

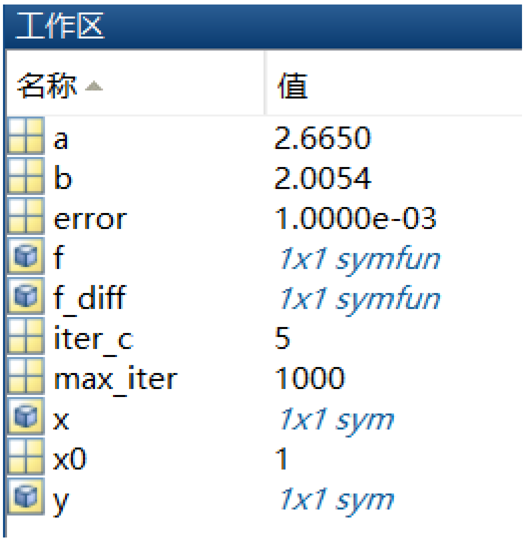
3.2.1. 主函数

```
clear;
rand('seed',1851960);

%% settings
syms x;
a = 1+2*rand(1);
b = 0.8+1.5*rand(1);
f(x) = a*x^b-exp(x)+1;              % generate zero point
f_diff(x) = a*b*x^(b-1)-exp(x);

error = 0.001;
x0 = 1;
max_iter = 1000;

%% main function
[iter_c,y] = newton(x0,f,f_diff,max_iter,error);
```

3.2.2. 二分法

```
function [iter_c,y] = newton(x0,f,f_diff,max_iter,error)
y = x0-f(x0)/f_diff(x0);
vpa(y,5);
iter_c = 1;

while abs(y-x0) >= error && iter_c < max_iter
    iter_c = iter_c+1;
    x0 = y;
    y  = vpa(x0-f(x0)/f_diff(x0),6);
end
end
```

3.3. 工作区变量



工作区

名称	值
a	2.6650
b	2.0054
error	1.0000e-03
f	*1x1 symfun*
f_diff	*1x1 symfun*
iter_c	5
max_iter	1000
x	*1x1 sym*
x0	1
y	*1x1 sym*