

# 同濟大學

## 计算方法实验报告（四）



学院 机械与能源工程学院

专业 机械设计制造及其自动化

学号 1852951

姓名 李腾

指导教师 李梦茹、陈茂林

完成日期 2021 年 1 月 1 日

# 目 录

一、欧拉法和改进欧拉法 .....	3
1.1 实验代码.....	3
1.2 参数生成截图 .....	3
二、龙格库塔法 .....	5
2.1 实验代码 .....	5
2.2 参数生成截图 .....	6
三、常微分方程组的解法 .....	7
3.1 实验代码 .....	7
3.2 参数生成截图 .....	8

## 一、欧拉法和改进欧拉法

用欧拉法和改进欧拉法求 $y' = -y + ax + 1$ （其中 $a = 1 + 2\text{rand}(1)$ ）， $y(0) = 1$ 。并作图比较。

### 1.1 实验代码

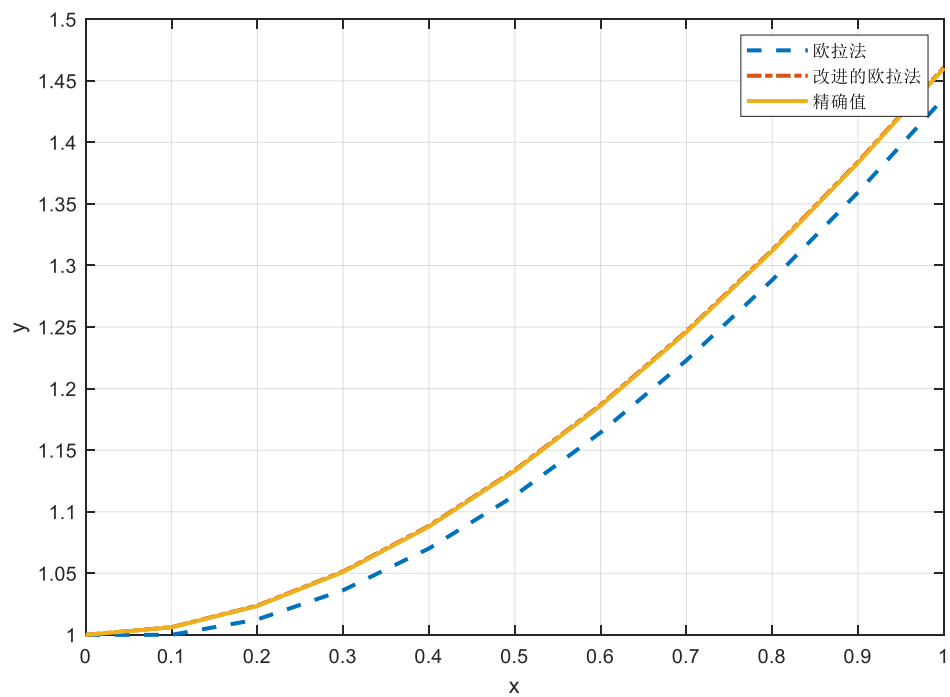
#### 实验主函数

```
test1.m x +
4
5 — f = @(x,y)a*x-y+1;
6 — h = 0.1;
7 — n = 1/h;
8 — x = zeros(1,n+1);
9 — y1 = zeros(1,n+1);           % 欧拉法
10 — y2 = zeros(1,n+1);         % 改进欧拉法
11 — x(1) = 0;
12 — y1(1) = 1;
13 — y2(1) = 1;
14 — for k = 1:n
15 —     x(k+1) = x(1)+h*k;
16 —     y1(k+1) = y1(k)+h*f(x(k),y1(k));
17 —     y2(k+1) = y2(k)+h*f(x(k),y2(k));
18 —     y2(k+1) = y2(k)+h/2*(f(x(k),y2(k))+f(x(k+1),y2(k+1)));
19 — end
20 — y3 = dsolve('Dy=b*x-y+1','y(0)=1','x');           % 精确解
21 — y3 = subs(y3,'b',a);
22 — y3 = subs(y3,'x',x);
23 — figure(1);
24
25 — plot(x,y1,'--','linewidth',2)
26 — hold on
27 — plot(x,y2,'-','linewidth',2)
28 — hold on
29 — plot(x,y3,'-','linewidth',2)
30 — legend('欧拉法','改进的欧拉法','精确值')
31
32 — xlabel('x');
33 — ylabel('y');
34 — grid on;
35
36
```

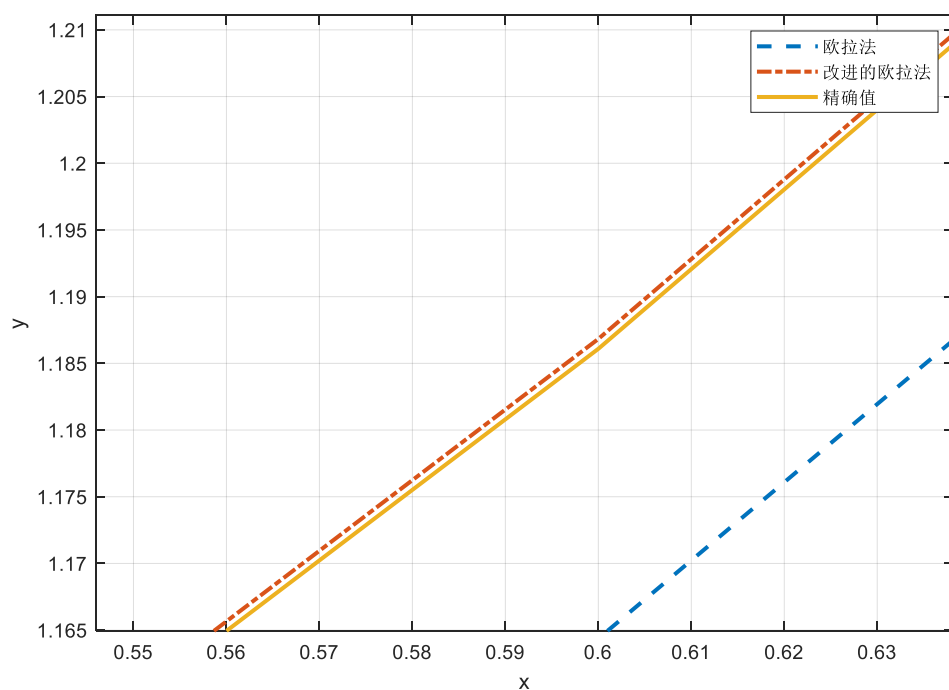
### 1.2 参数生成截图

工作区	
名称	值
a	1.2505
f	@(x,y)a*x-y+1
h	0.1000
k	10
n	10
x	1x11 double
y1	1x11 double
y2	1x11 double
y3	1x11 sym

求解题中所给的微分方程，可得实验的精确结果为  $y = ax + ae^{-x} + 1 - a$ 。分别绘制欧拉函数、改进后的欧拉函数和精确结果的函数曲线，图像如下：



放大曲线的中间一段部分如下图：



由上图可知，在该问题中，欧拉函数和改进后的欧拉函数都具有很好的效果。其中，改进后的欧拉函数的实验效果明显好于改进后的欧拉函数，更接近实验的理想精确结果。

## 二、龙格库塔法

用龙格库塔方法求解  $y' = -ay + ax^2 + ax$ （其中  $a = \text{randi}(5,1,1)$ ）， $0 \leq x \leq 0.5$ ， $y(0) = 1$ 。

### 2.1 实验代码

用于生成  $y'$  的函数

```
function2_generate.m x runge_kutta.m x test2.m x +
1 %生成实验二中的y函数表达式
2
3 function f=function2_generate(x,y)
4     rand('seed', 1852951)
5     a=randi(5,1,1);
6     f=-a*y+a*x*x+a*x;
7
```

## 龙格库塔函数

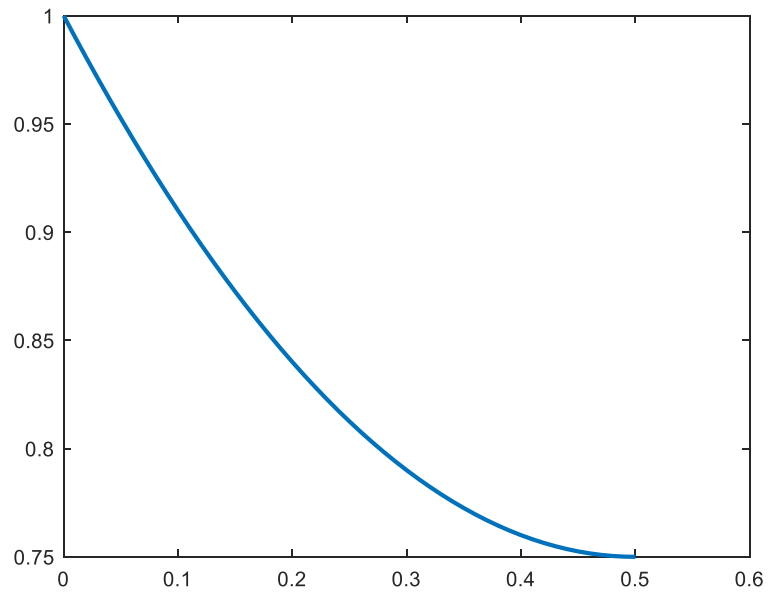
```
function2_generate.m x runge_kutta.m* test2.m x +
1 %龙格库塔法的实现程序
2
3 function y=runge_kutta(f, x, y, h)
4     k1=f(x, y);
5     k2=f(x+0.5*h, y+0.5*h*k1);
6     k3=f(x+0.5*h, y+0.5*h*k2);
7     k4=f(x+h, y+h*k3);
8     y=y+(1/6)*(k1+k2*2+2*k3+k4)*h;
9
```

## 实验调用函数

```
function2_generate.m x runge_kutta.m x test2.m x +
1 %实验二的主程序
2
3 clear;
4 n=50;
5 x=zeros(1,n+1);
6 y=zeros(1,n+1);
7 x(1)=0;
8 y(1)=1;
9 h=0.01;
10 for i=1:n
11     x(i+1)=x(i)+h;
12     y(i+1)=runge_kutta(@function2_generate, x(i), y(i), h);
13 end
14 plot(x, y, 'linewidth', 2)
15
```

## 2.2 参数生成截图

工作区	
名称 ^	值
h	0.0100
i	50
n	50
x	1x51 double
y	1x51 double



### 三、常微分方程组的解法

棒球击出的速度为每秒 30.48 米，与水平线夹角为 30 度，球拍离地面 0.9 米，忽略空气和风力的阻力，球能否飞过离本垒 60.96 米远，10.67 米高的围墙？需要多少时间？

#### 3.1 实验代码

建立微分方程的函数

```

equation3_generate.m  test3.m  +
1      %用于建立实验三中的微分方程
2
3      function f=equation3_generate(x,y)
4      —    v0=30.48;g=9.8;
5      —    a=sin(pi/6)*v0;b=cos(pi/6)*v0;
6      —    f=a/b-g*x/b^2+0*y;
7

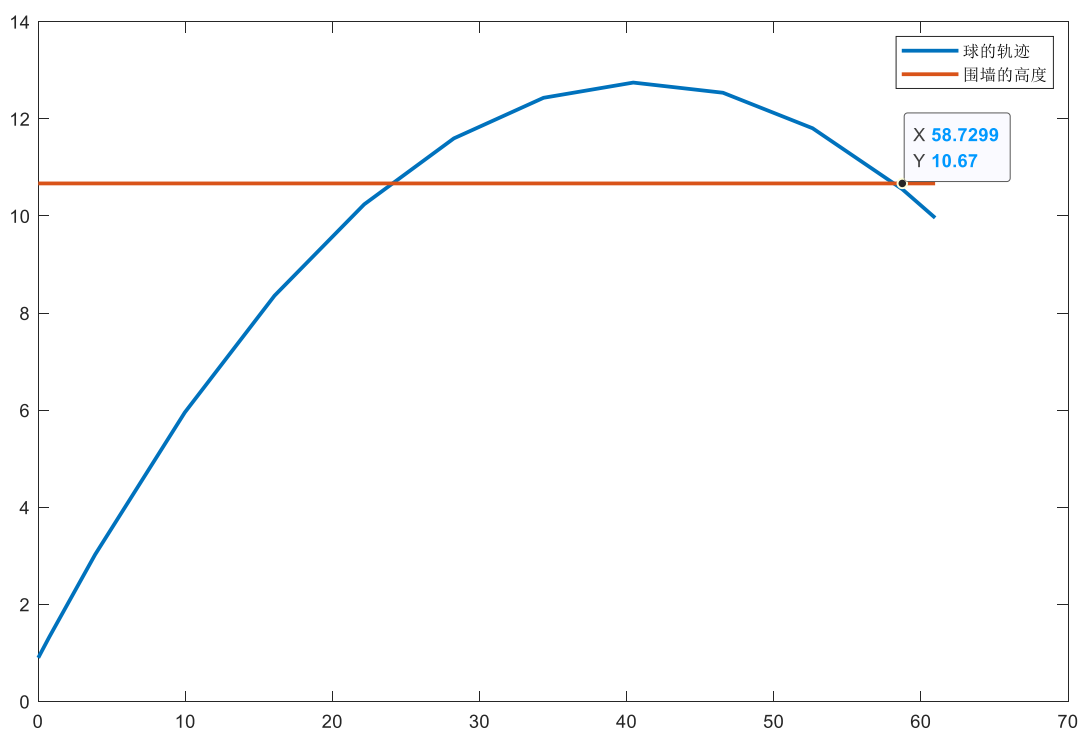
```

实验调用函数

```
equation3_generate.m  test3.m  +
1      %实验三主函数，用于微分方程的求解
2
3      clear;
4      [x,y]=ode23('equation3_generate',[0,60.96],0.9);
5      % [x,y]=euler('three',0,60.96,0.9)
6      y1=0*x+10.67;
7      plot(x,y,'linewidth',2)
8      hold on
9      plot(x,y1,'linewidth',2)
10     legend('球的轨迹','围墙的高度')
11
```

## 3.2 参数生成截图

工作区	
名称	值
x	14x1 double
y	14x1 double
y1	14x1 double





由上图可知，在球飞至离本垒  $60.96m$  时，球的高度低于围墙的高度，因此球飞不过围墙。

需要的时间：

$$t = \frac{60.96}{v_0 \cos 30^\circ} = \frac{60.96}{\frac{\sqrt{3}}{2} \times 30.48} s = 2.309s$$