|  |
| --- |
| **同济大学字**  **机械振动课程大作业（三）**  2008030715060769  **学院** 机械与能源工程学院  **专业** 机械设计制造及其自动化  **学号** 1851960  **姓名** 郑光泽  **指导教师** 朱传敏  **完成日期** 2020 年 12 月 31 日 |

|  |
| --- |
| **目录**  [一、题目要求 3](#_Toc61473759)  [二、确定初始参数 4](#_Toc61473760)  [三、题目解答 5](#_Toc61473761)  [3.1题目一 5](#_Toc61473762)  [3.2题目二 6](#_Toc61473763)  [3.3题目三 10](#_Toc61473764)  [3.4题目四 12](#_Toc61473765)  [3.5题目五 16](#_Toc61473766)  [四、参考资料 25](#_Toc61473767) |

|  |
| --- |
| 一、题目要求 如图是一个由无质量梁和集中质量构成的三自由度系统。、、、 代表梁长，𝐸𝐼 代表梁的抗弯刚度，、、 代表集中质量的质量，在 处作用有集中激振力。系统  的初始条件为：，。该系统振动模型中的相关参数如下：  激励力的函数表达式为  图一：题目要求示意图  作业要求：   1. 在忽略阻尼的情况下列出系统的运动方程，需表示为矩阵形式； 2. 求解系统固有频率和振型矩阵，并计算对应的正则振型矩阵，画出振型图； 3. 假设已知系统的模态阻尼比为，，，试利用正则交换对运动方程进行解耦，列出在考虑阻尼时关于正则坐标的系统运动方程（包含初始条件）； 4. 求出上述有阻尼系统在给定初始条件下自由振动的解，并分别作出系统正则坐标、、和原始坐标、、自由振动时在内的时间历程图线； 5. 试用杜哈美积分方法求出上述有阻尼系统在给定初始条件和激励力作用下的瞬态响应解，并分别作出正则解、、和原始坐标、、的瞬态响应在内的时间历程图线。  二、确定初始参数 计算得参数如下：  模型中的相关参数计算如下： 三、题目解答3.1题目一 首先计算系统柔度的影响系数。  根据材料力学相关知识可知，当如图2简支梁受到集中力P时，其上各位置的挠度可由如下公式确定：  其中，，。  在处施加单位载荷，，可得：  在处施加单位载荷，，可得：  在处施加单位载荷，，可得：  由此可得，系统的柔度矩阵  刚度矩阵：  质量矩阵：  广义力矩阵为：  而系统的运动方程为：  由此可得系统的运动方程： 3.2题目二 特征方程：  即：  从而可以得到固有频率：  求得无阻尼系统特征方程为：  则系统归一化后模态振型矩阵：  从而可得系统的模态质量为：  得到振型图如下：        图二：系统振型图  则由振型向量正则化公式：  得到正则化振型矩阵： 3.3题目三 （1）解耦运动方程  对于有阻尼多自由度系统，强迫振动的微分方程可表示为：  根据题意，系统的阻尼比为：  因此可将该简支梁横向振动系统看作为一弱阻尼系统，且符合模态阻尼矩阵的要求。即对于上述正则矩阵，有：  进行如下正则坐标变换：  代入原运动微分方程中，得：  两边同时左乘，得：  于是，解耦后得系统正则运动方程可表示为：  （2）列出关于正则坐标得系统运动方程  由（1）可知，系统正则方程的矩阵形式为：  其中，正则质量矩阵：  正则刚度矩阵：  正则阻尼矩阵：  由此可得运动方程为：  由可得，系统的初始条件为：  综上所述，系统的运动方程为：  初始条件： 3.4题目四 由第三问可得，有阻尼系统自由振动时关于正则坐标得系统运动方程为：  初始条件：  从而可得以下方程组：  上述微分方程得通解为：  代入初始条件，可得：  曲线绘制如下：        图三：系统正则坐标自由振动时在 0~5 s 内的时间历程图线  根据，转换到原始坐标，得；  曲线绘制如下：        图四：原始坐标自由振动时在 0~5 s 内的时间历程图线 3.5题目五 激励力的函数表达式为：  在𝑡 ≤2 𝑠时，可将系统的瞬态响应看作由激励产生的强迫振动响应与由初始条件产生的自由振动响应的叠加。则由杜哈美积分方法，激励力产生的瞬态响应为：  则根据题意，可得激励力产生的瞬态响应：  解得：  又由于自由振动情况下的相应：  根据：  绘制出对应的曲线：                  图五：响应曲线图  又由原始坐标和正则坐标的关系：  对于，有在受迫振动情况下的响应：  自由振动情况下的响应：  从而，根据：  绘制出对应的曲线：      图六：响应曲线图  对于，有在受迫振动情况下的响应：  自由振动情况下的响应：  从而，根据：  绘制出对应的曲线：      图七：响应曲线图  对于，有在受迫振动情况下的响应：  自由振动情况下的响应：  从而，根据：  绘制出对应的曲线：      图八：响应曲线图 四、参考资料 [1] 机械振动（第二版） 同济大学出版社  [2] 控制工程基础（第四版） 清华大学出版社 |