Lektion 3: Kræfter og bevægelse

Modellering af elektromekaniske systemer

Christoffer Sloth

`chsl@mmmi.sdu.dk`

SDU Robotics
Mærsk Mc-Kinney Møller Instituttet
Syddansk Universitet

SDU

Agenda

Introduktion
Pensum for Modellering af elektromekaniske systemer

Viden[1]

Den studerende skal kunne:

- forklare den grundlæggende fysiks love og begreber
- beskrive et elektromekanisk system ved hjælp af systemets parametre
- redegøre for virkemåden af børstede og børsteløse DC motorer
- opstille overføringsfunktioner for lineære systemer

Færdigheder

Den studerende skal kunne:

- udføre fritlegemeanalyse på et mekanisk system
- anvende Newtons 3 love til modellering af mekaniske systemer
- anvende Lagrange D'Alemberts princip til modellering af mekaniske systemer
- opstille differentialligninger, der beskriver et elektromekanisk systems bevægelse
- fortolke lineære systemers bevægelse i frekvensdomæne
- modellere og simulere simple serielle manipulatorer

Kompetencer

Den studerende skal kunne:

- simulere elektromekaniske systemer og fortolke deres bevægelse

[1] Basseret på https://odin.sdu.dk/sitecore/index.php?a=fagbesk&id=46418&listid=5027&lang=da

Introduktion
Oversigt over lektioner

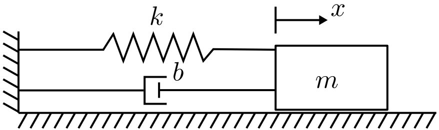
- **Lektion 1**: Fourierrækker og Fouriertransformation
- **Lektion 2**: Laplace transformation
- **Lektion 3**: Kræfter og bevægelse
- **Lektion 4**: Arbejde og energi
- **Lektion 5**: Impulsmoment og stød
- **Lektion 6**: Relativ bevægelse og fiktive kræfter
- **Lektion 7**: Plan bevægelse af stive legemer
- **Lektion 8**: Almen bevægelse af stive legemer
- **Lektion 9**: Svingninger
- **Lektion 10**: DC motoren
- **Lektion 11**: Modellering af robotarm
- **Lektion 12**: Simulering af mekaniske systemer

Introduktion
Formål med lektionen

Efter denne lektion skal I være i stand til at beskrive bevægelsen af et translatorisk mekanisk system ud fra Newtons love.

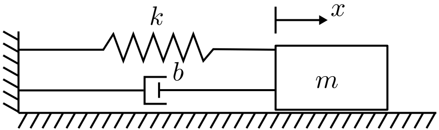
Efter denne lektion skal I være i stand til at beskrive bevægelsen af et translatorisk mekanisk system ud fra Newtons love.

Vi betragter følgende mekaniske system.

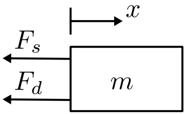


Efter denne lektion skal I være i stand til at beskrive bevægelsen af et translatorisk mekanisk system ud fra Newtons love.

Vi betragter følgende mekaniske system.

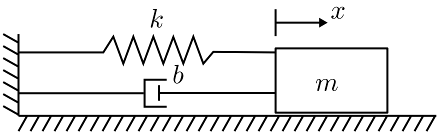


Laver et fritlegemediagram.

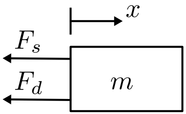


Efter denne lektion skal I være i stand til at beskrive bevægelsen af et translatorisk mekanisk system ud fra Newtons love.

Vi betragter følgende mekaniske system.



Laver et fritlegemediagram.



Opstiller en differentialligning, der beskriver systemet

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x}$$

En partikels bevægelsesmængde (også kaldet impuls) er defineret som

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v} \qquad [\text{kgm/s}]$$

hvor $\boldsymbol{v}$ er partiklens hastighed [m/s] og m er partiklens masse [kg].

En partikels bevægelsesmængde (også kaldet impuls) er defineret som

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v} \qquad [\text{kgm/s}]$$

hvor $\boldsymbol{v}$ er partiklens hastighed [m/s] og m er partiklens masse [kg].

Et system af partikler med masserne $m_1, m_2, \ldots$ har en samlet impuls

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 + \cdots = m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2 + \cdots$$

Et isoleret partikelsystems samlede impuls er konstant

$$\frac{d\boldsymbol{P}}{dt} = 0 \text{ kgm/s}^2$$

Et isoleret partikelsystems samlede impuls er konstant

$$\frac{d\boldsymbol{P}}{dt} = 0 \text{ kgm/s}^2$$

Impulsbevarelsessætningen gælder for inertialsystemer.

Newtons 1. lov
En fri partikel bevæger sig med konstant hastighed.

Newtons 1. lov
En fri partikel bevæger sig med konstant hastighed.

En fri partikel er en partikel, der ikke påvirkes af en resulterende kraft.

Newtons 1. lov
En fri partikel bevæger sig med konstant hastighed.

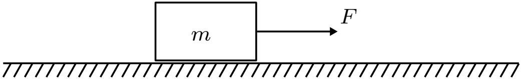
En fri partikel er en partikel, der ikke påvirkes af en resulterende kraft.

Newtons love gælder kun i et **inertialsystem** (ikke accelererende koordinatramme). Vi tager denne antagelse i dette kursus.

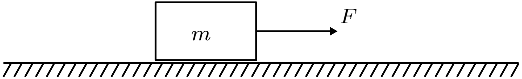
Newtons 2. lov
Den tidsafledede af en partikels impuls er lig kraften på partiklen

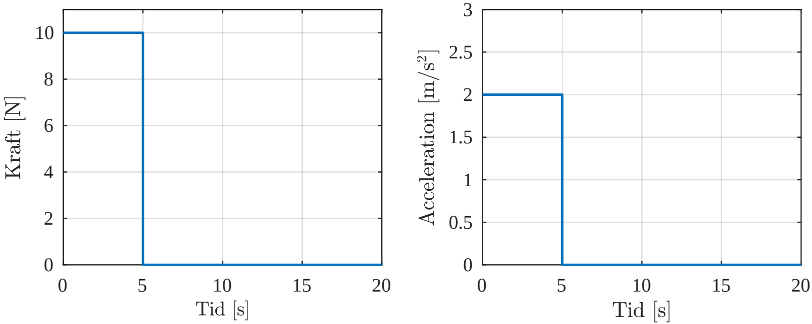
$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = m\boldsymbol{a} \qquad [\mathrm{N}]$$

Når et objekt påvirkes af en resulterende kraft, så vil det accelerere.



Når et objekt påvirkes af en resulterende kraft, så vil det accelerere.





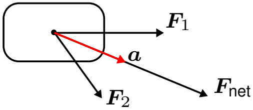
Hvis en partikel påvirkes af flere kræfter, så er partiklens impulsændring per tidsenhed givet ved

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \sum_i \boldsymbol{F}_i \qquad [\mathrm{N}]$$

Hvis en partikel påvirkes af flere kræfter, så er partiklens impulsændring per tidsenhed givet ved

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \sum_i \boldsymbol{F}_i \qquad [\mathrm{N}]$$

Accelerationen af et objekt er i samme retning som den resulterende kraft.



Newtons love
Partikelsystemer (I)

Newtons love kan også anvendes på partikelsystemer, hvortil **massemidtpunktet** spiller en vigtig rolle.

Newtons love kan også anvendes på partikelsystemer, hvortil **massemidtpunktet** spiller en vigtig rolle.

Massemidtpunktet for et partikelsystem bestående af N partikler er defineret som stedvektoren

$$\boldsymbol{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \boldsymbol{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \boldsymbol{r}_i}{M} \qquad [\mathrm{m}]$$

hvor m_i er massen for partikel i, $\boldsymbol{r}_i$ er stedvektoren for partikel i og M er den samlede masse for alle partiklerne.

Når der er mange partikler kan massemidtpunktet skrives

$$\boldsymbol{r}_C = \frac{1}{M}\int_{massen} \boldsymbol{r}\, dm \qquad [\mathrm{m}]$$

Når der er mange partikler kan massemidtpunktet skrives

$$\boldsymbol{r}_C = \frac{1}{M} \int_{massen} \boldsymbol{r} dm \qquad [\text{m}]$$

Ved brug af massefylden ρ [kg/m^3] fås

$$\boldsymbol{r}_C = \frac{1}{M} \int_{vol} \boldsymbol{r} \rho dV \qquad [\text{m}]$$

Når der er mange partikler kan massemidtpunktet skrives

$$\boldsymbol{r}_C = \frac{1}{M}\int_{massen} \boldsymbol{r}\,dm \qquad \text{[m]}$$

Ved brug af massefylden ρ [kg/m^3] fås

$$\boldsymbol{r}_C = \frac{1}{M}\int_{vol} \boldsymbol{r}\rho\,dV \qquad \text{[m]}$$

Hastigheden for massemidtpunktet bliver

$$\boldsymbol{v}_C = \frac{d\boldsymbol{r}_C}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \boldsymbol{v}_i}{M} \qquad \text{[m/s]}$$

hvor v_i er hastigheden for partikel i.

Den samlede impuls for et partikelsystem er

$$\boldsymbol{P} = M\boldsymbol{v}_C \qquad [\text{kgm/s}]$$

Ud fra impulsbevarelsessætningen konkluderes:
hastigheden af et isoleret partikelsystems massemidtpunkt er konstant i et inertialsystem.

Den samlede impuls for et partikelsystem er

$$\boldsymbol{P} = M\boldsymbol{v}_C \qquad [\text{kgm/s}]$$

Ud fra impulsbevarelsessætningen konkluderes:
hastigheden af et isoleret partikelsystems massemidtpunkt er konstant i et inertialsystem.

Ligeledes haves

$$M\boldsymbol{a}_C = \boldsymbol{F}_{\text{net}} \qquad [\text{N}]$$

hvor $\boldsymbol{a}_C$ er accelerationen af massemidtpunktet [m/s^2] og $\boldsymbol{F}_{\text{net}}$ er summen af ydre kræfter [N].

Den samlede impuls for et partikelsystem er

$$\boldsymbol{P} = M\boldsymbol{v}_C \qquad \text{[kgm/s]}$$

Ud fra impulsbevarelsessætningen konkluderes:
hastigheden af et isoleret partikelsystems massemidtpunkt er konstant i et inertialsystem.

Ligeledes haves

$$M\boldsymbol{a}_C = \boldsymbol{F}_{\text{net}} \qquad \text{[N]}$$

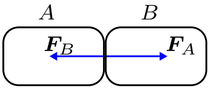
hvor $\boldsymbol{a}_C$ er accelerationen af massemidtpunktet [m/s^2] og $\boldsymbol{F}_{\text{net}}$ er summen af ydre kræfter [N].
Dette giver **massemidtpunktssætningen**:
Massemidtpunktets acceleration gange partikelsystemets masse er lig summen af de ydre kræfter.

Newtons tredje lov
To partikler påvirker hinanden med lige store, men modsatrettede kræfter.

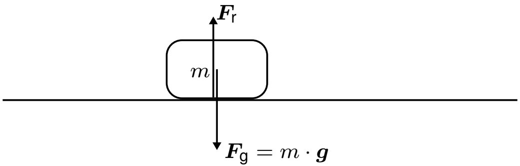
Newtons tredje lov
To partikler påvirker hinanden med lige store, men modsatrettede kræfter.

Legeme A påvirker Legeme B med en kraft $\boldsymbol{F}_A$, og dermed påvirker Legeme B Legeme A med en kraft $\boldsymbol{F}_B$, hvor

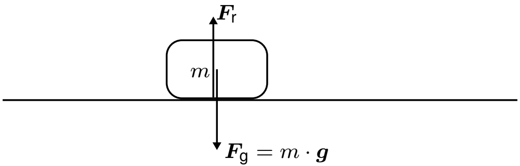
$$\boldsymbol{F}_B = -\boldsymbol{F}_A \qquad [\mathrm{N}]$$



Betragt nedenstående kasse, der ligger på et bord.



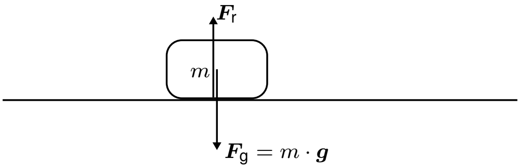
Betragt nedenstående kasse, der ligger på et bord.



Reaktionskraften $\boldsymbol{F}_{\text{r}}$ er givet som

$$\boldsymbol{F}_{\text{r}} = -\boldsymbol{F}_{\text{g}} \qquad [\text{N}]$$

Betragt nedenstående kasse, der ligger på et bord.



Reaktionskraften $\boldsymbol{F}_{\text{r}}$ er givet som

$$\boldsymbol{F}_{\text{r}} = -\boldsymbol{F}_{\text{g}} \qquad [\text{N}]$$

Spørgsmål
Hvad ville der ske hvis $\boldsymbol{F}_{\text{r}} \neq -\boldsymbol{F}_{\text{g}}$?

Impulsændringen forårsaget at en kraft kaldes **kraftens impuls**. Denne defineres fra integralet af Newtons 2. lov

$$\Delta \boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}(t_1) - \boldsymbol{p}(t_0) = \int_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{F}(t) dt$$

hvor integralet kaldes **kraftens impuls**.

Tyngdekræften der påvirker et elegeme med masse m er givet som

$$F_{\mathsf{g}} = mg \qquad [\mathsf{N}]$$

hvor g er tyngdeaccelerationen [m/s^2] ($g \approx 9.82$ m/s^2).

Tyngdekræften der påvirker et elegeme med masse m er givet som

$$F_{\mathsf{g}} = mg \qquad [\mathsf{N}]$$

hvor g er tyngdeaccelerationen [m/s^2] ($g \approx 9.82$ m/s^2).

Angrebspunktet for tyngdekræften er legemets tyngdepunkt, som i et uniformt tyngdefelt er legemets ***massemidtpunkt***.

En fjeder representerer en **stivhed** og kan modeleres ved brug af Hooke's lov

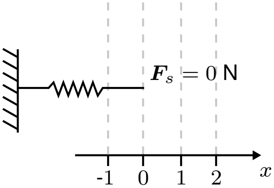
$$F_s = -kx \qquad [\mathrm{N}]$$

hvor k er fjederkonstanten [N/m] og x er deformationen af fjederen [m].

En fjeder representerer en **stivhed** og kan modeleres ved brug af Hooke's lov

$$F_s = -kx \qquad \text{[N]}$$

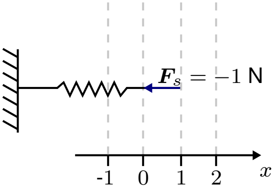
hvor k er fjederkonstanten [N/m] og x er deformationen af fjederen [m].



En fjeder representerer en **stivhed** og kan modeleres ved brug af Hooke's lov

$$F_s = -kx \qquad [\text{N}]$$

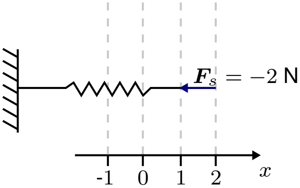
hvor k er fjederkonstanten [N/m] og x er deformationen af fjederen [m].



En fjeder repræsenterer en **stivhed** og kan modeleres ved brug af Hooke's lov

$$F_s = -kx \qquad [\mathrm{N}]$$

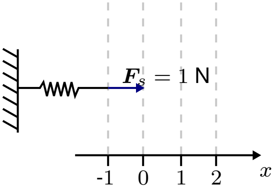
hvor k er fjederkonstanten [N/m] og x er deformationen af fjederen [m].



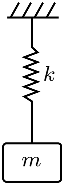
En fjeder repræsenterer en **stivhed** og kan modeleres ved brug af Hooke's lov

$$F_s = -kx \qquad [\mathrm{N}]$$

hvor k er fjederkonstanten [N/m] og x er deformationen af fjederen [m].



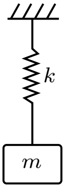
Bestem bevægelsen af massen m, når $x(0) = 1$ m, $k = 1$ N/m, $m = 1$ kg.



Gængse kræfter

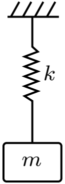
Fjeder kraft: Eksempel

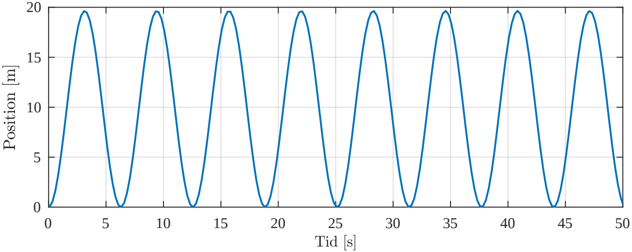
Bestem bevægelsen af massen m, når $x(0) = 1$ m, $k = 1$ N/m, $m = 1$ kg.



Spørgsmål: Hvordan ser grafen for $x(t)$ ud?

Bestem bevægelsen af massen m, når $x(0) = 1$ m, $k = 1$ N/m, $m = 1$ kg.





En bevægelse er ofte dæmpet, dvs. bevægelsens amplitude aftager naturligt. En dæmpningskraft kan modeleres som

$$\boldsymbol{F}_d = -b\boldsymbol{v} \qquad [\text{N}]$$

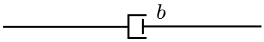
hvor b er dæmpningen [N/(m/s)] og $\boldsymbol{v}$ er hastigheden [m/s].

En bevægelse er ofte dæmpet, dvs. bevægelsens amplitude aftager naturligt. En dæmpningskraft kan modeleres som

$$\boldsymbol{F}_d = -b\boldsymbol{v} \qquad [\mathrm{N}]$$

hvor b er dæmpningen [N/(m/s)] og $\boldsymbol{v}$ er hastigheden [m/s].

Følgende symbol benyttes til at illustrere en dæmper

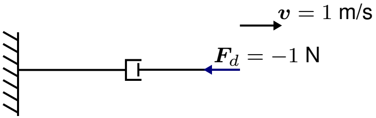


En bevægelse er ofte dæmpet, dvs. bevægelsens amplitude aftager naturligt. En dæmpningskraft kan modeleres som

$$\boldsymbol{F}_d = -b\boldsymbol{v} \qquad [\text{N}]$$

hvor b er dæmpningen [N/(m/s)] og v er hastigheden [m/s].

Princip af dæmper

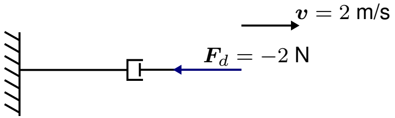


En bevægelse er ofte dæmpet, dvs. bevægelsens amplitude aftager naturligt. En dæmpningskraft kan modeleres som

$$\boldsymbol{F}_d = -b\boldsymbol{v} \qquad \text{[N]}$$

hvor b er dæmpningen [N/(m/s)] og v er hastigheden [m/s].

Princip af dæmper

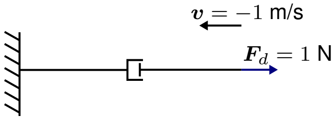


En bevægelse er ofte dæmpet, dvs. bevægelsens amplitude aftager naturligt. En dæmpningskraft kan modeleres som

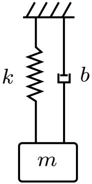
$$\boldsymbol{F}_d = -b\boldsymbol{v} \qquad [\text{N}]$$

hvor b er dæmpningen [N/(m/s)] og v er hastigheden [m/s].

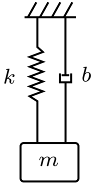
Princip af dæmper



Bestem bevægelsen af massen m, når $x(0) = 1$ m, $k = 1$ N/m, $b = 1$ N/(m/s), $m = 1$ kg.

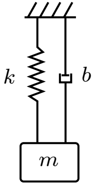


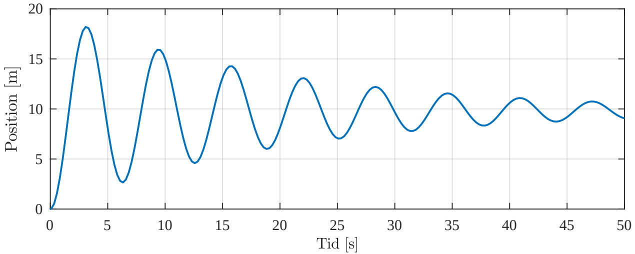
Bestem bevægelsen af massen m, når $x(0) = 1$ m, $k = 1$ N/m, $b = 1$ N/(m/s), $m = 1$ kg.



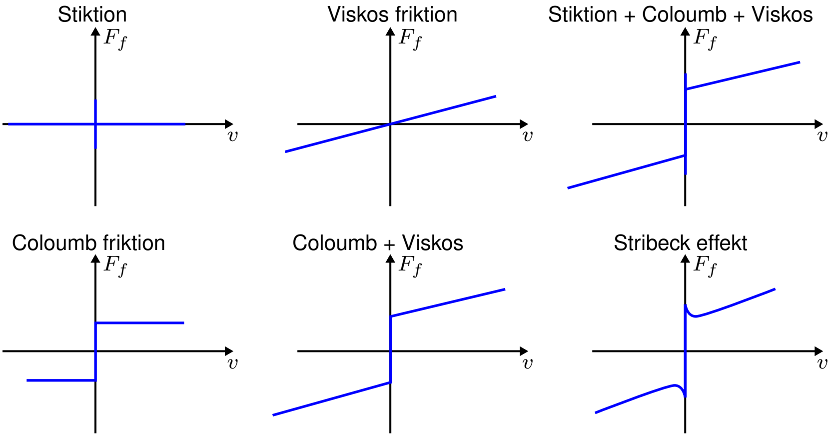
Spørgsmål: Hvordan ser grafen for $x(t)$ ud?

Bestem bevægelsen af massen m, når $x(0) = 1$ m, $k = 1$ N/m, $b = 1$ N/(m/s), $m = 1$ kg.

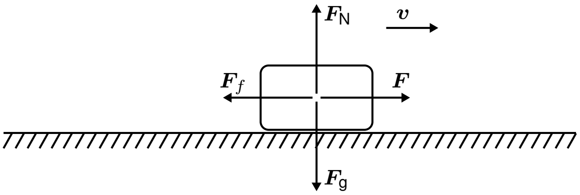


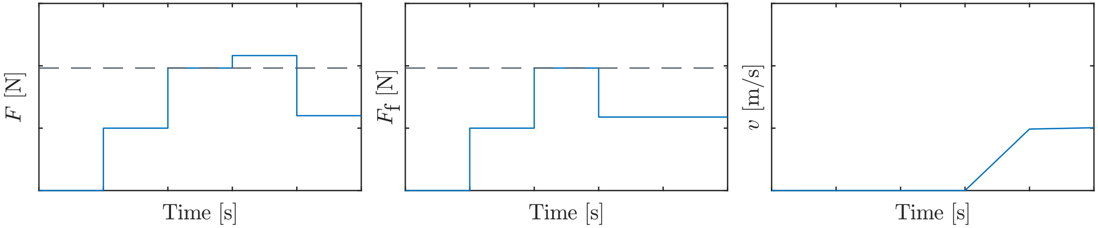


Gængse kræfter
Friktion (I)



Eksempel med stiktion og Coloumb friktion.





Gængse kræfter
Friktion (III)

Anvendes en friktionsmodel bestående af stiktion og Coloumb friktion, så gælder følgende

1. Når legemet ikke bevæger sig er størrelsen på den statiske friktionskraft lig med størrelsen på inputkraften $\boldsymbol{F}$, og i modsat retning

$$\boldsymbol{F}_{\mathsf{f}} = -\boldsymbol{F} \qquad [\mathsf{N}]$$

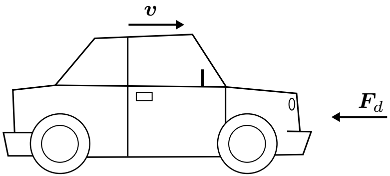
2. Den maksimale statiske friktion er givet som

$$F_{\mathsf{s,max}} = \mu_{\mathsf{s}} F_{\mathsf{N}} \qquad [\mathsf{N}]$$

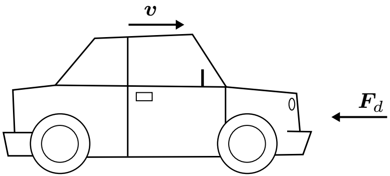
3. Når legemet er i bevægelse, så er størrelsen af friktionskraften

$$F_{\mathsf{f}} = \mu_{\mathsf{k}} F_{\mathsf{N}} \qquad [\mathsf{N}]$$

Vindmodstanden er altid modsatrettet bevægelsesretningen v.



Vindmodstanden er altid modsatrettet bevægelsesretningen v.



Størrelsen af vindmodstanden er

$$F_d = \frac{1}{2} C \rho A v^2 \qquad [\text{N}]$$

hvor C er luftmodstandskoeffetienten, ρ er densiteten af luft [kg/m^3] og A er arealet af det bevægende objekt i retning af bevægelsen [m^2].

Diagram af system

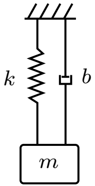
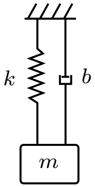


Diagram af system



Hver komponent (fjeder, dæmper etc.) kan erstattes af en kraft

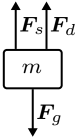
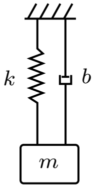
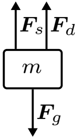


Diagram af system



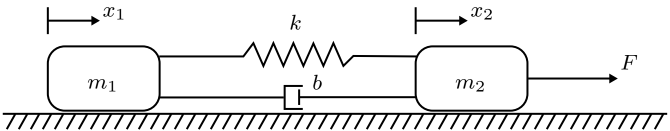
Hver komponent (fjeder, dæmper etc.) kan erstattes af en kraft



Dette kaldes et **fritlegeme diagram**.

Når bevægelsen af et system med flere masser skal opsættes, så analyseres hver masse i isolation.

Eksempel



Overføringsfunktionen for et 2. ordens system er

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

og er beskrevet med to parametre: $\zeta > 0$ and $\omega_n > 0$.

Overføringsfunktionen for et 2. ordens system er

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

og er beskrevet med to parametre: $\zeta > 0$ and $\omega_n > 0$.

Systemet har to poler givet af løsningen af ligningen

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

Polerne for

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

er værdier for s givet af

$$s = \frac{-2\zeta\omega_n \pm \sqrt{(2\zeta\omega_n)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \omega_n^2}}{2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}.$$

Polerne for

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

er værdier for s givet af

$$s = \frac{-2\zeta\omega_n \pm \sqrt{(2\zeta\omega_n)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \omega_n^2}}{2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}.$$

1. Hvis $0 < \zeta < 1$ så er polerne for $H(s)$ komplekse.

Polerne for

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

er værdier for s givet af

$$s = \frac{-2\zeta\omega_n \pm \sqrt{(2\zeta\omega_n)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \omega_n^2}}{2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}.$$

1. Hvis $0 < \zeta < 1$ så er polerne for $H(s)$ komplekse. (**Underdæmpet**)

2. ordens systemer
Poler

Polerne for

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

er værdier for s givet af

$$s = \frac{-2\zeta\omega_n \pm \sqrt{(2\zeta\omega_n)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \omega_n^2}}{2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}.$$

1. Hvis $0 < \zeta < 1$ så er polerne for $H(s)$ komplekse. (**Underdæmpet**)
2. Hvis $\zeta = 1$ så har $H(s)$ en dobbelt-pol i $s = -\zeta\omega_n$.

Polerne for

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

er værdier for s givet af

$$s = \frac{-2\zeta\omega_n \pm \sqrt{(2\zeta\omega_n)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \omega_n^2}}{2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}.$$

1. Hvis $0 < \zeta < 1$ så er polerne for $H(s)$ komplekse. (**Underdæmpet**)
2. Hvis $\zeta = 1$ så har $H(s)$ en dobbelt-pol i $s = -\zeta\omega_n$. (**Kritisk dæmpet**)

Polerne for

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

er værdier for s givet af

$$s = \frac{-2\zeta\omega_n \pm \sqrt{(2\zeta\omega_n)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \omega_n^2}}{2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}.$$

1. Hvis $0 < \zeta < 1$ så er polerne for $H(s)$ komplekse. (**Underdæmpet**)
2. Hvis $\zeta = 1$ så har $H(s)$ en dobbelt-pol i $s = -\zeta\omega_n$. (**Kritisk dæmpet**)
3. Hvis $\zeta > 1$ så er polerne for $H(s)$ reelle og forskellige.

Polerne for

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

er værdier for s givet af

$$s = \frac{-2\zeta\omega_n \pm \sqrt{(2\zeta\omega_n)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \omega_n^2}}{2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}.$$

1. Hvis $0 < \zeta < 1$ så er polerne for $H(s)$ komplekse. (**Underdæmpet**)
2. Hvis $\zeta = 1$ så har $H(s)$ en dobbelt-pol i $s = -\zeta\omega_n$. (**Kritisk dæmpet**)
3. Hvis $\zeta > 1$ så er polerne for $H(s)$ reelle og forskellige. (**Overdæmpet**)

Polerne for

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

er værdier for s givet af

$$s = \frac{-2\zeta\omega_n \pm \sqrt{(2\zeta\omega_n)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \omega_n^2}}{2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}.$$

1. Hvis $0 < \zeta < 1$ så er polerne for $H(s)$ komplekse. (**Underdæmpet**)
2. Hvis $\zeta = 1$ så har $H(s)$ en dobbelt-pol i $s = -\zeta\omega_n$. (**Kritisk dæmpet**)
3. Hvis $\zeta > 1$ så er polerne for $H(s)$ reelle og forskellige. (**Overdæmpet**)

Terminologi

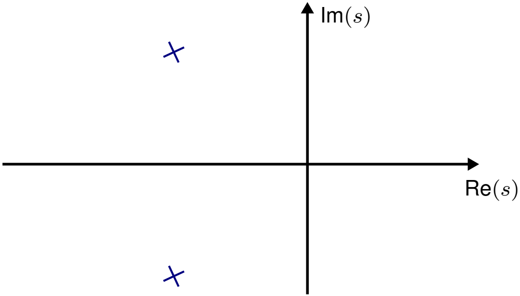
- Parameteren ζ kaldes for **dæmpningsfaktoren**.
- Parameteren ω_n kaldes for **den udæmpede naturlige frekvens**.

Dæmpningsfaktoren ζ for et underdæmpet 2. ordens system er mindre end en. Derfor er systemet et kompleks pol par i

$$-\underbrace{\zeta\omega_n}_{\sigma} \pm j\underbrace{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}_{\omega_d}.$$

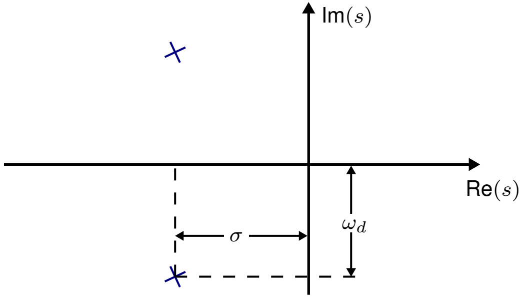
Dæmpningsfaktoren ζ for et underdæmpet 2. ordens system er mindre end en. Derfor er systemet et kompleks pol par i

$$-\underbrace{\zeta\omega_n}_{\sigma} \pm j\,\underbrace{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}_{\omega_d}.$$



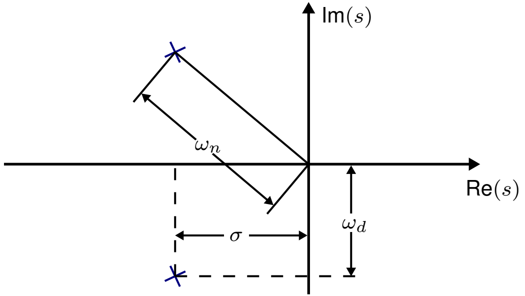
Dæmpningsfaktoren ζ for et underdæmpet 2. ordens system er mindre end en. Derfor er systemet et kompleks pol par i

$$-\underbrace{\zeta\omega_n}_{\sigma} \pm j\,\underbrace{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}_{\omega_d}.$$



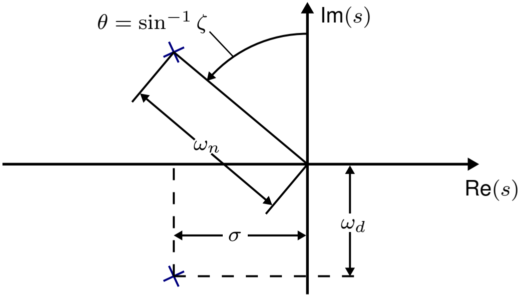
Dæmpningsfaktoren ζ for et underdæmpet 2. ordens system er mindre end en. Derfor er systemet et kompleks pol par i

$$-\underbrace{\zeta\omega_n}_{\sigma} \pm j\underbrace{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}_{\omega_d}.$$



Dæmpningsfaktoren ζ for et underdæmpet 2. ordens system er mindre end en. Derfor er systemet et kompleks pol par i

$$-\underbrace{\zeta\omega_n}_{\sigma} \pm j\,\underbrace{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}_{\omega_d}.$$

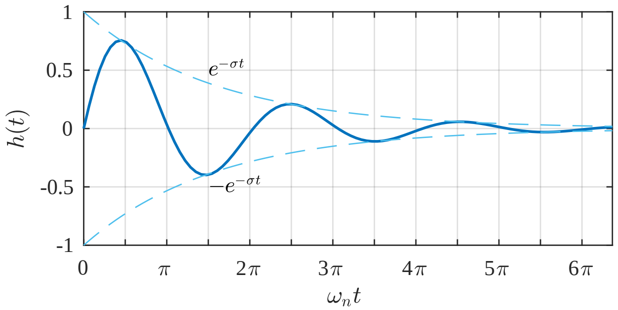


Impulsresponset for systemet er

$$h(t) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\sigma t} \sin(\omega_d t) 1(t).$$

Impulsresponset for systemet er

$$h(t) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\sigma t} \sin(\omega_d t) 1(t).$$



Opsummering

Opsummering

Modellering af bevægelse

Når vi skal danne en model, der beskriver et systems opførsel, så skal følgende fremgangsmetode anvendes

1. Tegn et diagram af systemet, der viser alle kræfter og masser i systemet.
2. Tegn et fritlegemediagram for hver masse i systemet.
3. Opstil ligning, der beskriver bevægelsen af hver masse.
4. Samle alle bevægelsesligningerne i et system af differentialligninger.
5. Simuler systemets bevægelse (løs differentialligninger ved brug af numerisk metode).