

Lektion 10: DC motoren

Modellering af elektromekaniske systemer

Christoffer Sloth

chsl@mmmi.sdu.dk

SDU Robotics
Mærsk Mc-Kinney Møller Institut
Syddansk Universitet



Introduktion

Baggrund

- Biot-Savarts lov

- Lorentz kraft

- Faraday's induktionslov

- Første-ordens systemer

Permanent magnet børstet DC motor

Bestemmelse af parametre

Børsteløs DC motor

Opsummering



Viden¹

Den studerende skal kunne:

- ▶ forklare den grundlæggende fysiks love og begreber
- ▶ beskrive et elektromekanisk system ved hjælp af systemets parametre
- ▶ redegøre for virkemåden af børstede og børsteløse DC motorer
- ▶ opstille overføringsfunktioner for lineære systemer

Færdigheder

Den studerende skal kunne:

- ▶ udføre fritlegemeanalyse på et mekanisk system
- ▶ anvende Newtons 3 love til modellering af mekaniske systemer
- ▶ anvende Lagrange D'Alemberts princip til modellering af mekaniske systemer
- ▶ opstille differentiaalligninger, der beskriver et elektromekanisk systems bevægelse
- ▶ fortolke lineære systemers bevægelse i frekvensdomæne
- ▶ modellere og simulere simple serielle manipulatorer

Kompetencer

Den studerende skal kunne:

- ▶ simulere elektromekaniske systemer og fortolke deres bevægelse

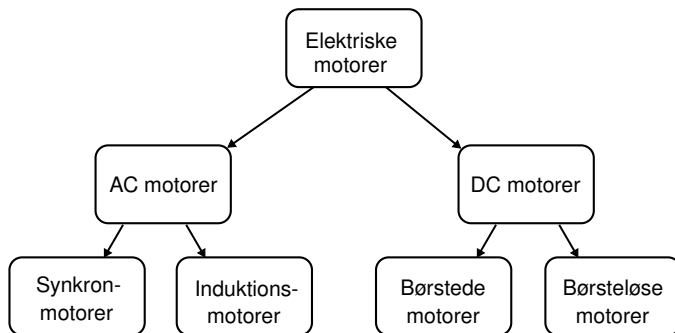
¹ Baseret på <https://odin.sdu.dk/sitecore/index.php?a=fagbesk&id=46418&listid=5027&lang=da>



- ▶ **Lektion 1:** Bevægelse i flere dimensioner
- ▶ **Lektion 2:** Kræfter og bevægelse
- ▶ **Lektion 3:** Analyse i frekvensdomæne
- ▶ **Lektion 4:** Arbejde og energi
- ▶ **Lektion 5:** Impulsmoment og stød
- ▶ **Lektion 6:** Relativ bevægelse og fiktive kræfter
- ▶ **Lektion 7:** Plan bevægelse af stive legemer
- ▶ **Lektion 8:** Almen bevægelse af stive legemer
- ▶ **Lektion 9:** Svingninger
- ▶ **Lektion 10:** DC motoren
- ▶ **Lektion 11:** Modellering af robotarm
- ▶ **Lektion 12:** Simulering af mekaniske systemer



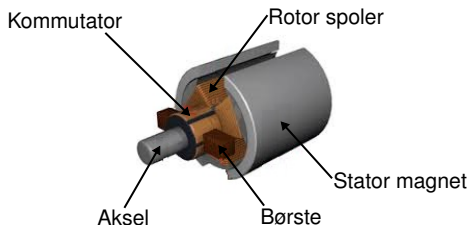
Der findes mange forskellige typer af motorer.



Denne lektion beskriver kun simple DC motorer (primært med børster).

Introduktion

Permanent magnet børstet DC motor

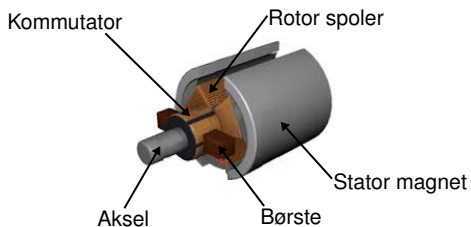


Komponenter i DC motor

- ▶ **Børster:** Leder strøm fra forsyningen til kommutatoren (stationær del).
- ▶ **Kommutatoren:** Leder strøm til rotor spolerne (roterende del).
- ▶ **Rotor spoler:** Genererer magnetfelt (roterende del).
- ▶ **Stator magneter:** Genererer magnetfelt (stationær del).
- ▶ **Aksel:** Forbundet til motorens roterende dele, og motorens eventuelle last (roterende del).

Introduktion

Permanent magnet børstet DC motor



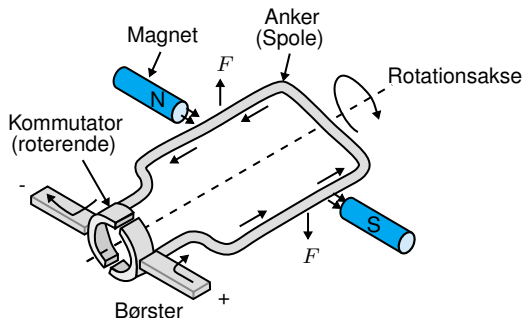
DC motoren kan rotere ved at påtrykke en jævnspænding over polerne på motoren - ingen elektronik er nødvendig.

Introduktion

Princip for permanent magnet børstet DC motor



Følgende figur viser en forsimplet tegning af en DC motor, hvor rotor spolerne er erstattet med en leder.





Introduktion

Baggrund

Biot-Savarts lov

Lorentz kraft

Faraday's induktionslov

Første-ordens systemer

Permanent magnet børstet DC motor

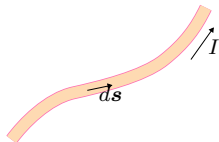
Bestemmelse af parametre

Børsteløs DC motor

Opsummering

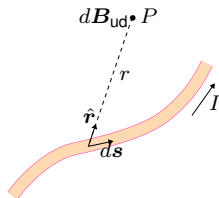


Biot-Savarts lov beskriver magnetfeltet $d\mathbf{B}$ ved et punkt P associeret til et ledningsstykke ds af en ledning med en konstant strøm I .





Biot-Savarts lov beskriver magnetfeltet $d\mathbf{B}$ ved et punkt P associeret til et ledningsstykke ds af en ledning med en konstant strøm I .



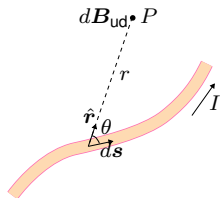
Magnetfeltet $d\mathbf{B}$ er givet som

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} \quad [\text{T}]$$

hvor $\hat{\mathbf{r}}$ er en retningsvektor fra ds til P , r er afstanden fra ds til P og μ_0 er permeabiliteten af fri luft.



Biot-Savarts lov beskriver magnetfeltet $d\mathbf{B}$ ved et punkt P associeret til et ledningsstykke ds af en ledning med en konstant strøm I .



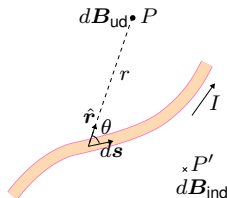
Magnetfeltet $d\mathbf{B}$ er givet som

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds}{r^2} \sin(\theta) \mathbf{n} \quad [\text{T}]$$

hvor $\hat{\mathbf{r}}$ er en retningsvektor fra ds til P , r er afstanden fra ds til P og μ_0 er permeabiliteten af fri luft, hvor \mathbf{n} er normalvektor til ds og $\hat{\mathbf{r}}$.



Biot-Savarts lov beskriver magnetfeltet $d\mathbf{B}$ ved et punkt P associeret til et ledningsstykke ds af en ledning med en konstant strøm I .



Magnetfeltet $d\mathbf{B}$ er givet som

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds}{r^2} \sin(\theta) \mathbf{n} \quad [\text{T}]$$

hvor $\hat{\mathbf{r}}$ er en retningsvektor fra ds til P , r er afstanden fra ds til P og μ_0 er permeabiliteten af fri luft, hvor \mathbf{n} er normalvektor til ds og $\hat{\mathbf{r}}$.



For at få det totale magnetfeltet B ved punktet P , integreres der langs ledningen. Dermed fås magnetfeltet ved P fra

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{ds \times \hat{r}}{r^2} \quad [\text{T}]$$

hvor \hat{r} er en retningsvektor fra ds til P , r er afstanden fra ds til P og μ_0 er permeabiliteten af fri luft

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \quad [\text{Tm/A}]$$

Baggrund

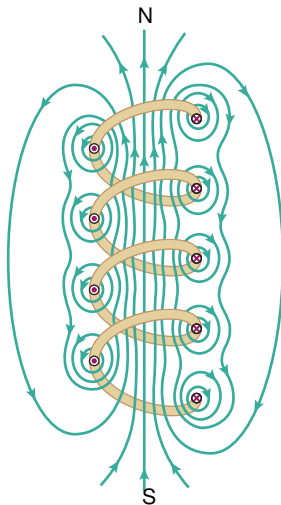
Eksempel: Biot-Savarts lov



Det magnetiske felt for en solenoid kan bestemmes til

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I \quad [\text{T}]$$

hvor N er antallet af vindinger og l er længden af solenoiden.





Den magnetiske fluks der strømmer igennem en overflade S i et magnetisk felt er

$$\Phi := \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS \quad [\text{Wb}]$$

hvor \mathbf{n} er en normalvektor til S ($\text{T} = \text{Wb}/\text{m}^2$ og $\text{Wb} = \text{J}/\text{A}$).



Den magnetiske fluks der strømmer igennem en overflade S i et magnetisk felt er

$$\Phi := \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS \quad [\text{Wb}]$$

hvor \mathbf{n} er en normalvektor til S ($\text{T} = \text{Wb}/\text{m}^2$ og $\text{Wb} = \text{J}/\text{A}$).

Hvis \mathbf{B} er uniform over fladen S , så kan den magnetiske fluks udregnes via

$$\Phi := BA \cos(\beta) \quad [\text{Wb}]$$

hvor A er arealet af S og β er vinklen imellem \mathbf{B} og \mathbf{n} .



En solenoid har et konstant tværsnitsareal, og har et magnetisk felt, der er orthogonalt på længdeaksen af solenoiden. Dermed kan det magnetiske fluks igennem en solenoid udregnes som

$$\Phi = BA \quad [\text{Wb}]$$

eller

$$\Phi = \mu_0 \frac{N}{l} IA \quad [\text{Wb}]$$



Introduktion

Baggrund

Biot-Savarts lov

Lorentz kraft

Faraday's induktionslov

Første-ordens systemer

Permanent magnet børstet DC motor

Bestemmelse af parametre

Børsteløs DC motor

Opsummering

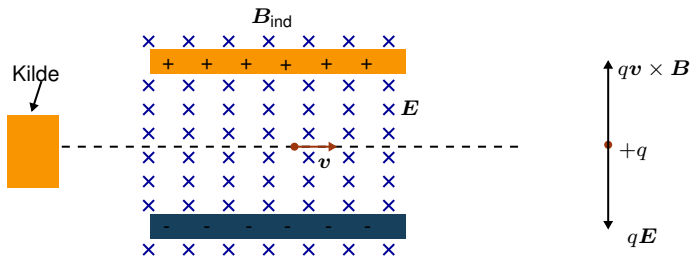
Lorentz kraft

Definition



En ladning der bevæger sig med hastighed v i både et elektrisk felt E og et magnetisk felt B , påvirkes af både en elektrisk kraft qE og en magnetisk kraft $qv \times B$. Den totale kraft, kaldet Lorentz kraft, er

$$F = q(E + v \times B) \quad [\text{N}]$$





Introduktion

Baggrund

Biot-Savarts lov

Lorentz kraft

Faraday's induktionslov

Første-ordens systemer

Permanent magnet børstet DC motor

Bestemmelse af parametre

Børsteløs DC motor

Opsummering

Faraday's induktionslov

Definition



Hvis der er et varierende magnetiske fluks Φ_c i nærheden af en lukket leder, så er den elektro-motoriske kraft e induceret i ledningen

$$e = -\frac{d\Phi_c}{dt} \quad [\text{V}]$$



Introduktion

Baggrund

Biot-Savarts lov

Lorentz kraft

Faraday's induktionslov

Første-ordens systemer

Permanent magnet børstet DC motor

Bestemmelse af parametre

Børsteløs DC motor

Opsummering

Første-ordens systemer

Definition



Et første ordens system har en pol og er beskrevet som følger

$$H(s) = \frac{k}{\tau s + 1}$$

$$\dot{y} = -\frac{1}{\tau}y + \frac{k}{\tau}u$$

hvor k er **DC-forstærkningen** og τ er **tidskonstanten**.

Første-ordens systemer

Definition



Et første ordens system har en pol og er beskrevet som følger

$$H(s) = \frac{k}{\tau s + 1}$$

$$\dot{y} = -\frac{1}{\tau}y + \frac{k}{\tau}u$$

hvor k er **DC-forstærkningen** og τ er **tidskonstanten**.

Systemet har en pol i $s = -\frac{1}{\tau}$, dvs. jo mindre tidskonstant, jo hurtigere er systemet.

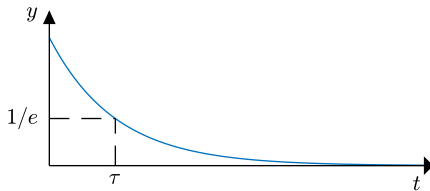
Første-ordens systemer

Impulsrespons



Impulsresponset af et første ordens system er

$$y(t) = e^{-\frac{1}{\tau}t}$$



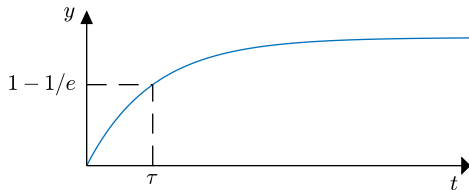
Første-ordens systemer

Step Response



Step-responset af et første ordens system er

$$y(t) = 1 - e^{-\frac{1}{\tau}t}$$



Permanent magnet børstet DC motor



Introduktion

Baggrund

Biot-Savarts lov

Lorentz kraft

Faraday's induktionslov

Første-ordens systemer

Permanent magnet børstet DC motor

Bestemmelse af parametre

Børsteløs DC motor

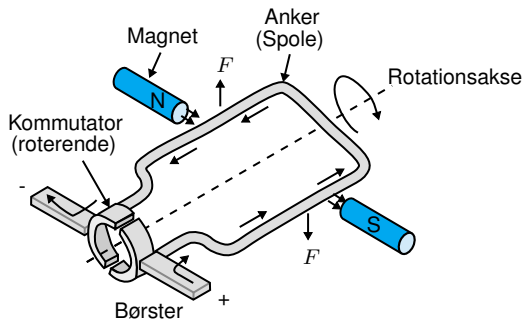
Opsummering

Permanent magnet børstet DC motor

Egenskaber



De dynamiske ligninger for DC motoren udledes ud fra de foregående love, samt ved antagelse af at en motor har følgende layout.



Permanent magnet børstet DC motor

Lorentz kraft af roterende spole (I)



Vi antager at det elektriske felt i DC motoren er nul, og udregner Lorentz kraften på en ladning dq , der er i ledningsstykket ds i et magnetisk felt \mathbf{B} som

$$d\mathbf{F} = dq\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad [\text{N}]$$

Permanent magnet børstet DC motor

Lorentz kraft af roterende spole (I)



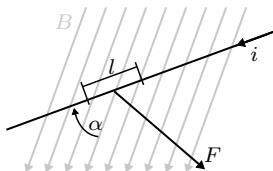
Vi antager at det elektriske felt i DC motoren er nul, og udregner Lorentz kraften på en ladning dq , der er i ledningsstykket ds i et magnetisk felt B som

$$d\mathbf{F} = dq\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad [\text{N}]$$

Kraften der påvirker en leder med længde l i det magnetiske felt er

$$F = ilB \sin(\alpha) \quad [\text{N}]$$

hvor α er vinklen imellem lederen og B .



Permanent magnet børstet DC motor

Lorentz kraft af roterende spole (II)



For en spole med en leder vil vinklen α altid være $\pm \frac{\pi}{2}$. Dermed bliver størrelsen på kraften

$$F = Bil \quad [\text{N}]$$

Permanent magnet børstet DC motor

Lorentz kraft af roterende spole (II)



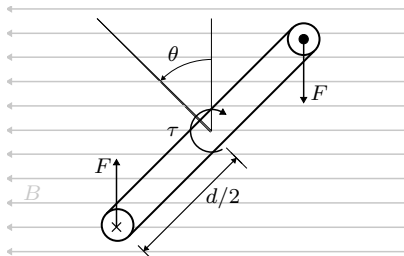
For en spole med en leder vil vinklen α altid være $\pm \frac{\pi}{2}$. Dermed bliver størrelsen på kraften

$$F = Bil \quad [\text{N}]$$

Kraftmomentet omkring center-aksen af spolen bliver dermed

$$\tau = 2(Bil) \frac{d}{2} \sin(\theta) \quad [\text{Nm}]$$

hvor θ er vinklen af spolen.

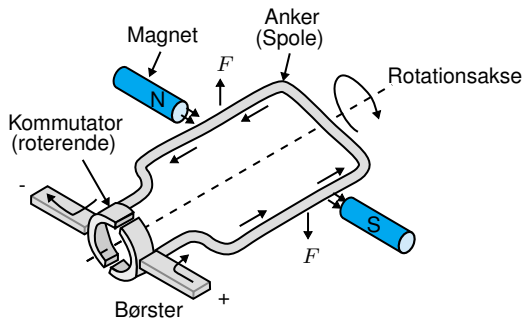


Permanent magnet børstet DC motor

Kraftmoment af roterende spole i DC motor (I)



Strømmens retning ændres hver halve omgang. Dermed har kraftmomentet samme fortegn for alle værdier af θ .

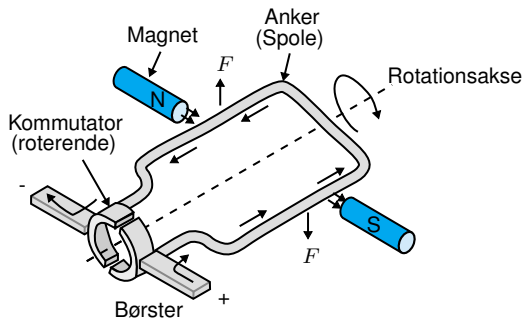


Permanent magnet børstet DC motor

Kraftmoment af roterende spole i DC motor (I)



Strømmens retning ændres hver halve omgang. Dermed har kraftmomentet samme fortegn for alle værdier af θ .



Ved at indsætte mange elementer i kommutatoren, så kan en næsten konstant kraftmoment-profil opnås. Det konstante kraftmoment har størrelsen

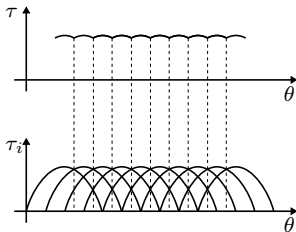
$$\tau = B l d = K_{\Phi} \Phi i \quad [\text{Nm}]$$

Permanent magnet børstet DC motor

Kraftmoment af roterende spole i DC motor (II)



Kommutatoren sikrer, at spolen der giver det største kraftmoment på motorakslen er aktiv.

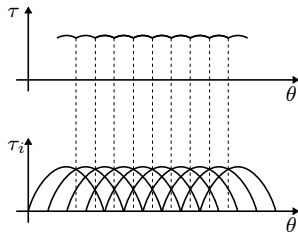


Permanent magnet børstet DC motor

Kraftmoment af roterende spole i DC motor (II)



Kommutatoren sikrer, at spolen der giver det største kraftmoment på motorakslen er aktiv.



En børstet DC motors kraftmoment τ_m har størrelsen

$$\tau_m(t) = K I_a(t) \quad [\text{Nm}]$$

hvor K er den mekaniske motorkonstant $[\text{Nm/A}]$ og I_a er ankerstrømmen $[\text{A}]$.

Permanent magnet børstet DC motor

Elektromotorisk kraft (I)



Den elektromotoriske kraft for motoren bestemmes ud fra Faradays induktionslov

$$e = -\frac{d\Phi_c}{dt} \quad [\text{V}]$$

samt udtrykket for fluks i solenoid

$$\Phi(t) = BA \cos(\theta(t)) \quad [\text{Wb}]$$

Permanent magnet børstet DC motor

Elektromotorisk kraft (I)



Den elektromotoriske kraft for motoren bestemmes ud fra Faradays induktionslov

$$e = -\frac{d\Phi_c}{dt} \quad [\text{V}]$$

samt udtrykket for fluks i solenoid

$$\Phi(t) = BA \cos(\theta(t)) \quad [\text{Wb}]$$

Dermed bliver den elektromotoriske kraft (back emf)

$$\begin{aligned} e(t) &= -\frac{d}{dt} (BA \cos(\theta(t))) \\ &= BA \sin(\theta(t))\omega(t) \end{aligned}$$

Permanent magnet børstet DC motor

Elektromotorisk kraft (I)



Den elektromotoriske kraft for motoren bestemmes ud fra Faradays induktionslov

$$e = -\frac{d\Phi_c}{dt} \quad [\text{V}]$$

samt udtrykket for fluks i solenoid

$$\Phi(t) = BA \cos(\theta(t)) \quad [\text{Wb}]$$

Dermed bliver den elektromotoriske kraft (back emf)

$$\begin{aligned} e(t) &= -\frac{d}{dt} (BA \cos(\theta(t))) \\ &= BA \sin(\theta(t))\omega(t) \end{aligned}$$

Grundet kommutatoren er spolen kun aktiv når $\theta \approx \pi/2$. Dermed fås

$$e(t) = BA\omega(t)$$

Permanent magnet børstet DC motor

Elektromotorisk kraft (II)



Den elektromotoriske kraft e for en børstet DC motor er

$$e(t) = K\omega(t) \quad [\text{V}]$$

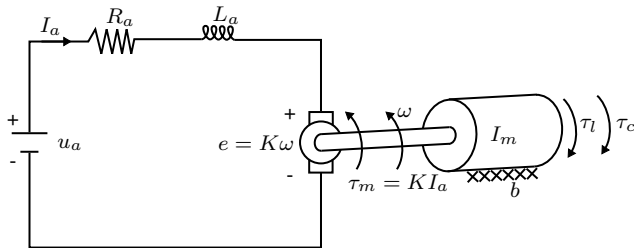
hvor K er den elektriske motorkonstant $[\text{V}/(\text{rad/s})]$ og ω er motorens vinkelhastighed $[\text{rad/s}]$.

Permanent magnet børstet DC motor

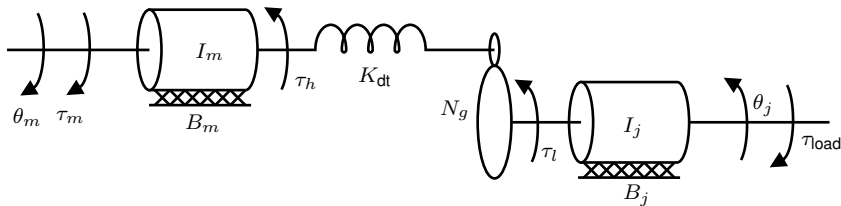
Egenskaber



Nu haves udtryk for motorens kraftmoment og spændingen over motoren (givet af den elektromotoriske kraft). Dermed kan følgende diagram anvendes til bestemmelse af motorens dynamik.



Motorer kobles ikke direkte på en robots led, men et drivtog med en gearing N_g benyttes. Et drivtog er vist herunder, hvor τ_m er motorens kraftmoment [Nm] og θ_j er joint vinklen [rad].



Dynamikken for drivtoget kan beskrives med følgende første ordens differentialligninger

$$I_m \dot{\omega}_m = \tau_m - K_{dt} \theta_{\Delta} - B_m \omega_m$$

$$I_j \dot{\omega}_j = N_g K_{dt} \theta_{\Delta} - B_j \omega_j - \tau_{\text{load}}$$

$$\dot{\theta}_{\Delta} = \omega_m - \omega_j N_g$$

hvor $\theta_{\Delta} = \theta_m - \theta_j N_g$.



Introduktion

Baggrund

Biot-Savarts lov

Lorentz kraft

Faraday's induktionslov

Første-ordens systemer

Permanent magnet børstet DC motor

Bestemmelse af parametre

Børsteløs DC motor

Opsummering

Bestemmelse af parametre

Introduktion



Når I arbejder med motorer, er det ofte nødvendigt at bestemme parametrene for motoren. Årsagen til dette er, at

- ▶ nogle datablade ikke indeholder alle værdierne
- ▶ der er stor variation i parametrene for motorer af samme type

Motorens parametre kan bestemmes ved brug af en række fysiske perimenter med motoren.

Bestemmelse af parametre

Eksperimentel bestemmelse af K , R_a , τ_c , b (I)



Når motoren bevæger sig, og har nået stationær tilstand (når ω og I_a er konstante) så gælder følgende relation for motoren

$$K\omega + R_a I_a = u_a$$

$$K I_a - \tau_c - \omega b = \tau_l$$

Hvis motoren ikke er belastet, så gælder følgende

$$K\omega + R_a I_a = u_a$$

$$K I_a - \tau_c - \omega b = 0$$

Bestemmelse af parametre

Eksperimentel bestemmelse af K , R_a , τ_c , b (II)



De fire parametre K , R_a , τ_c , b findes ved at måle spænding, strøm og omdrejningshastighed ved to forskellige spændinger. Dermed fås

$$\begin{bmatrix} \omega_1 & I_{a,1} & 0 & 0 \\ I_{a,1} & 0 & -1 & -\omega_1 \\ \omega_2 & I_{a,2} & 0 & 0 \\ I_{a,2} & 0 & -1 & -\omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \\ R_a \\ \tau_c \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{a,1} \\ 0 \\ u_{a,2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Parametrene kan bestemmes ved brug af mindste kvadraters metode ud fra de fire ligninger.

Bestemmelse af parametre

Eksperimentel bestemmelse af R_a og L_a (I)



Hvis motor akslen fastholdes, eller der påtrykkes en lille spænding, så motoren ikke bevæger sig grundet Coulumb friktionen, så kan den elektriske ligning for motoren skrives

$$u_a = R_a I_a + L_a \frac{dI_a}{dt}$$

Bestemmelse af parametre

Eksperimentel bestemmelse af R_a og L_a (I)



Hvis motor akslen fastholdes, eller der påtrykkes en lille spænding, så motoren ikke bevæger sig grundet Coulumb friktionen, så kan den elektriske ligning for motoren skrives

$$u_a = R_a I_a + L_a \frac{dI_a}{dt}$$

Dette er et første ordens system med overføringsfunktion

$$\frac{I_a(s)}{U_a(s)} = \frac{1/R_a}{\frac{L_a}{R_a}s + 1}$$

Bestemmelse af parametre

Eksperimentel bestemmelse af R_a og L_a (II)



Påtryk et step på spændingen U_a , så kan parametrene bestemmes ud fra stepresponset hvor

- ▶ Forstærkningen er $1/R_a$
- ▶ Tidskonstanten er L_a/R_a

Bestemmelse af parametre

Eksperimentel bestemmelse af inertimomentet J



For at bestemme inertimomentet, så antages det at dynamikken for det elektriske system er meget hurtigere end dynamikken for det mekaniske system. Dermed kan det samlede systems dynamik (dynamikken af ω) beskrives ved

$$u_a = R_a I_a + K\omega$$

$$J\dot{\omega} = KI_a - \omega b$$

eller overføringsfunktionen

$$H(s) = \frac{\omega(s)}{U_a(s)} \frac{K/(bR_a + K^2)}{\frac{JR_a}{bR_a + K^2}s + 1}$$

Dermed kan J findes ved at påtrykke et step på ankerspændingen u_a og bestemme systemets tidskonstant ud fra en graf for ω .

Introduktion

Baggrund

Biot-Savarts lov

Lorentz kraft

Faraday's induktionslov

Første-ordens systemer

Permanent magnet børstet DC motor

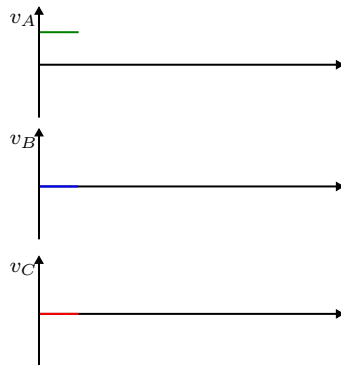
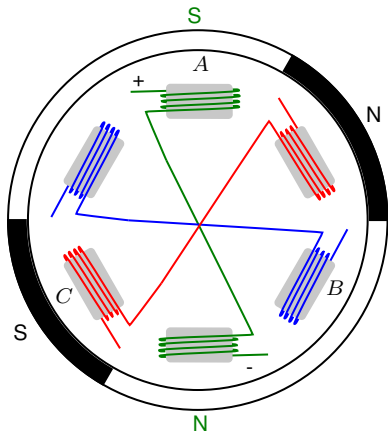
Bestemmelse af parametre

Børsteløs DC motor

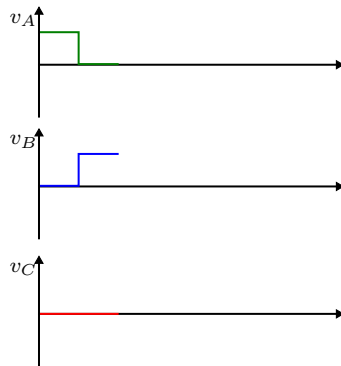
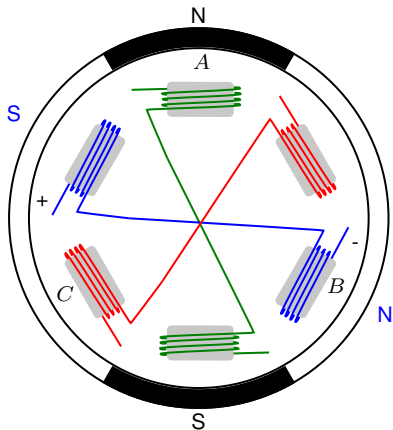
Opsummering

DC motoren

Børsteløs DC motor: Princip (I)

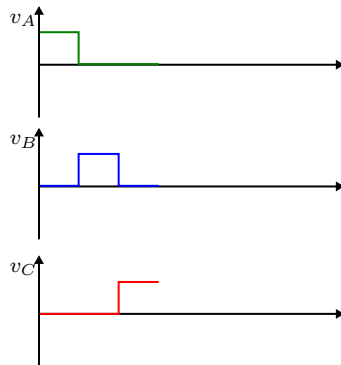
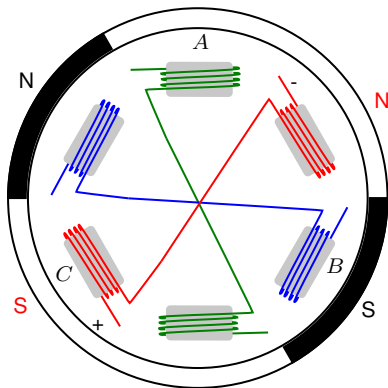


Børsteløs DC motor: Princip (I)



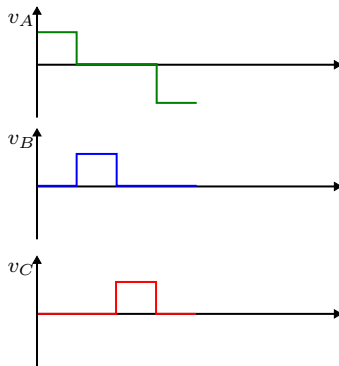
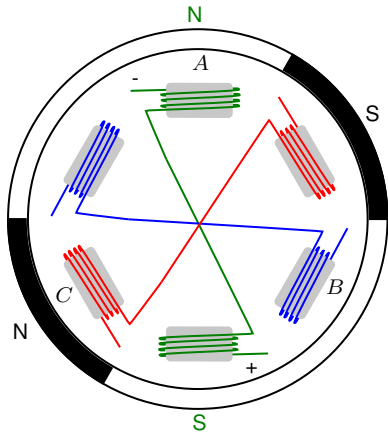
DC motoren

Børsteløs DC motor: Princip (I)



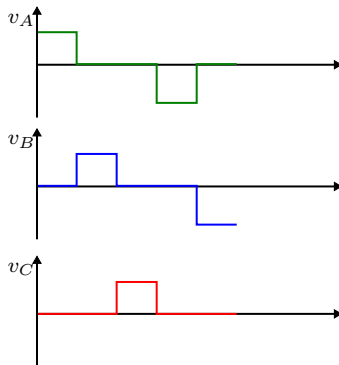
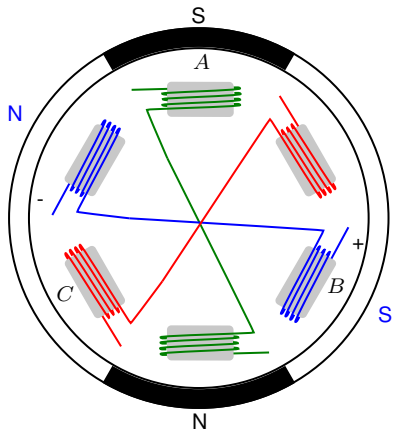
DC motoren

Børsteløs DC motor: Princip (I)



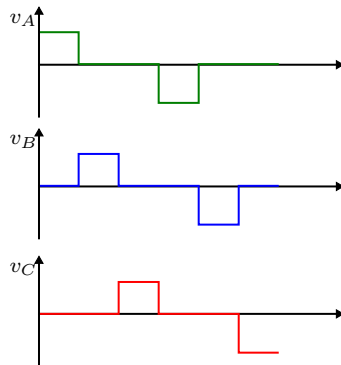
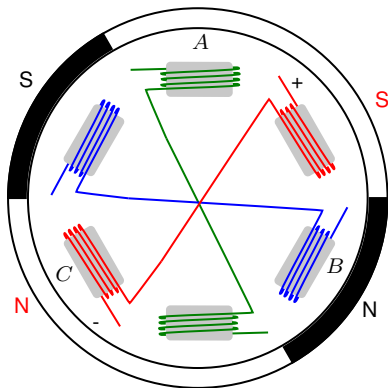
DC motoren

Børsteløs DC motor: Princip (I)



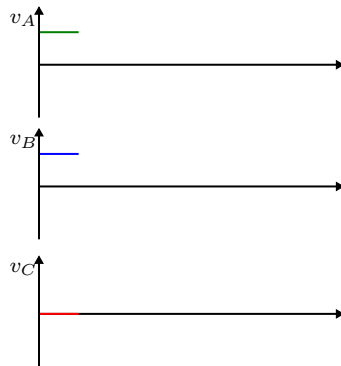
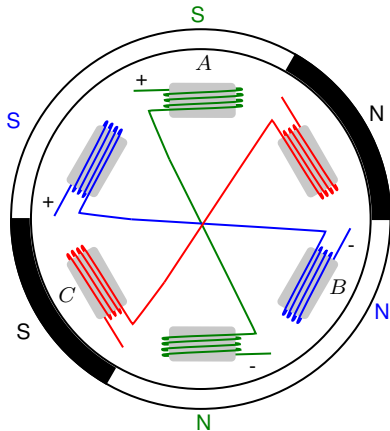
DC motoren

Børsteløs DC motor: Princip (I)



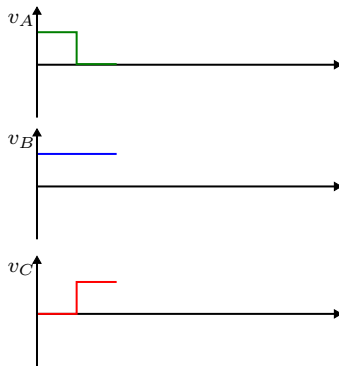
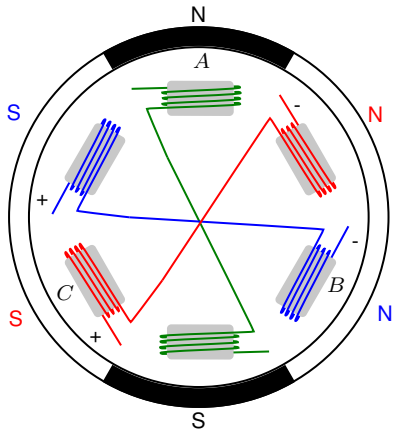
DC motoren

Børsteløs DC motor: Princip (II)



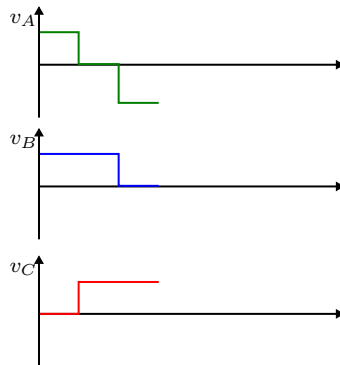
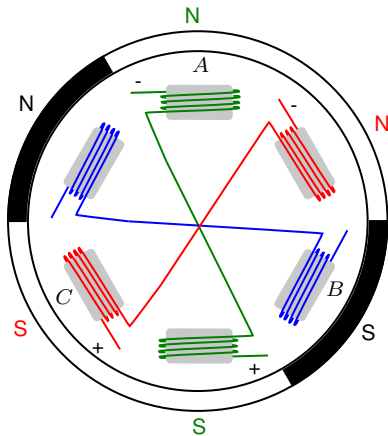
DC motoren

Børsteløs DC motor: Princip (II)



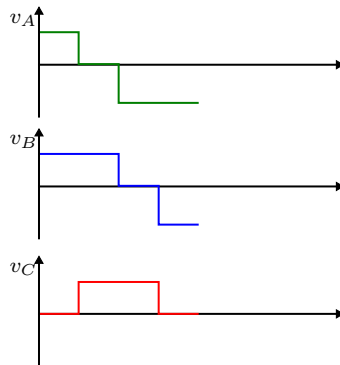
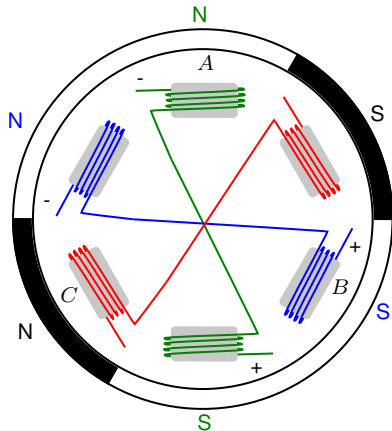
DC motoren

Børsteløs DC motor: Princip (II)



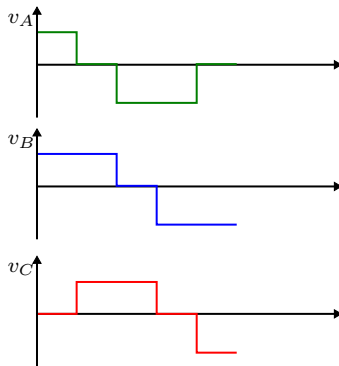
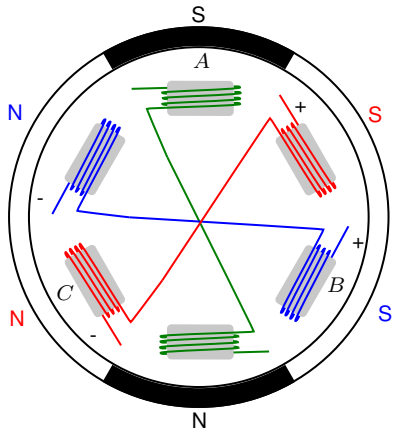
DC motoren

Børsteløs DC motor: Princip (II)



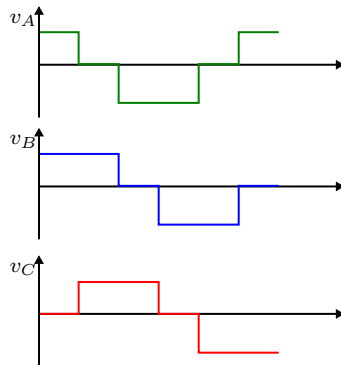
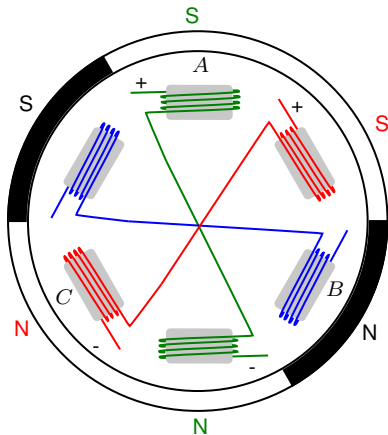
DC motoren

Børsteløs DC motor: Princip (II)



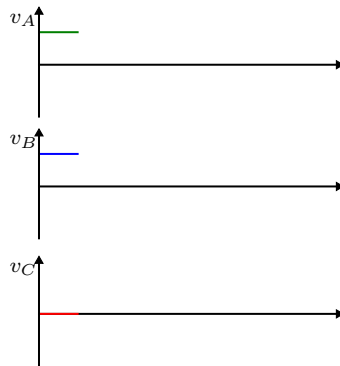
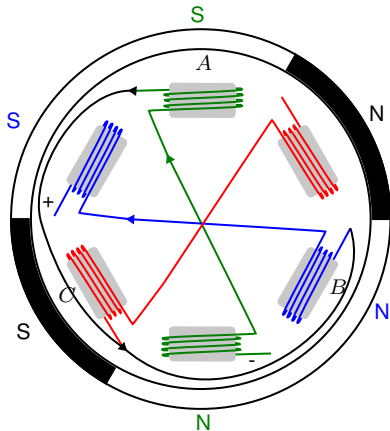
DC motoren

Børsteløs DC motor: Princip (II)



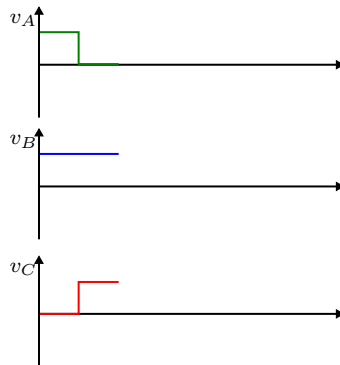
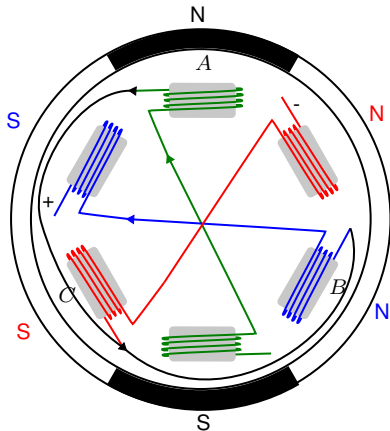
DC motoren

Børsteløs DC motor: Forbindelser imellem spoler



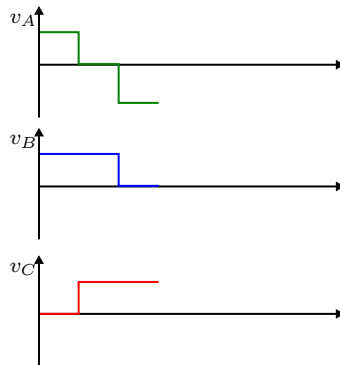
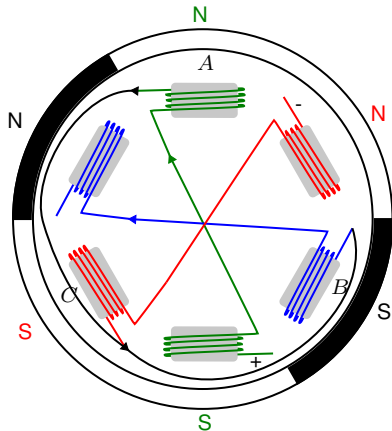
DC motoren

Børsteløs DC motor: Forbindelser imellem spoler



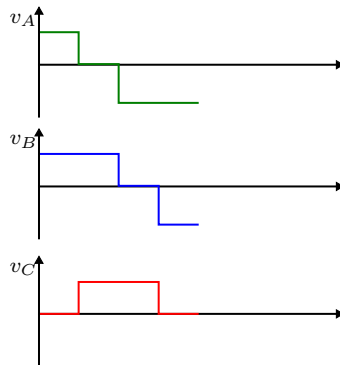
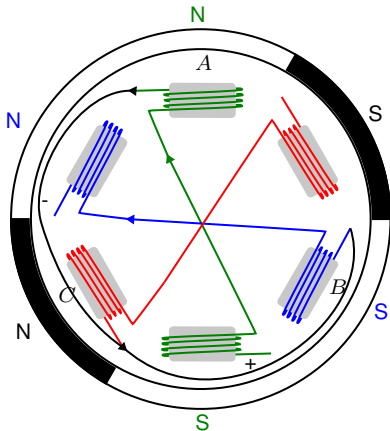
DC motoren

Børsteløs DC motor: Forbindelser imellem spoler



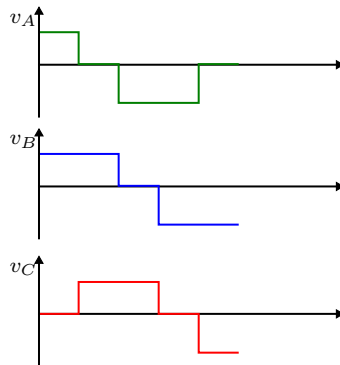
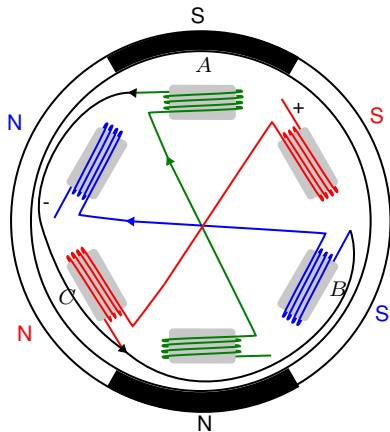
DC motoren

Børsteløs DC motor: Forbindelser imellem spoler



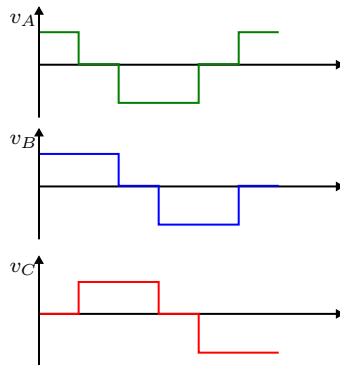
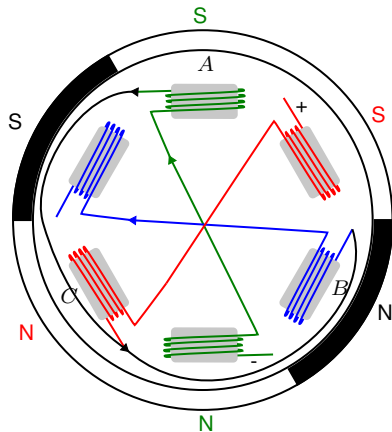
DC motoren

Børsteløs DC motor: Forbindelser imellem spoler



DC motoren

Børsteløs DC motor: Forbindelser imellem spoler



DC motoren

Børsteløs DC motor: Styring



Til forskel fra en børstet DC motor, så afhænger en børsteløs DC motor af elektronik, der kan styre spændingen over spolerne (commutation sequence).

DC motoren

Børsteløs DC motor: Styring



Til forskel fra en børstet DC motor, så afhænger en børsteløs DC motor af elektronik, der kan styre spændingen over spolerne (commutation sequence).

Hall-effekt sensorer detekterer placeringen af de permanente magneter - ud fra disse positioner styres kommuneringen af motoren.

Introduktion

Baggrund

Biot-Savarts lov

Lorentz kraft

Faraday's induktionslov

Første-ordens systemer

Permanent magnet børstet DC motor

Bestemmelse af parametre

Børsteløs DC motor

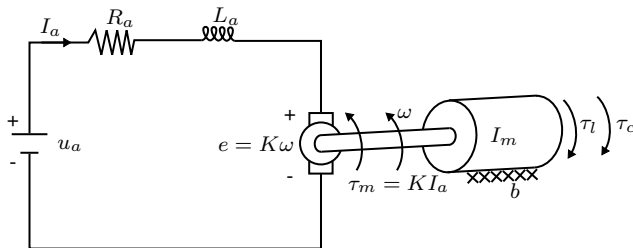
Opsummering

Opsummering

Permanent magnet børstet DC motor

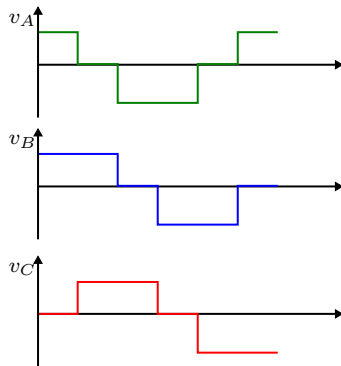
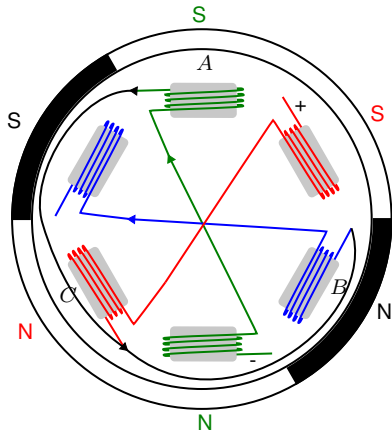


Nu haves udtryk for motorens kraftmoment og spændingen over motoren (givet af den elektromotoriske kraft). Dermed kan følgende diagram anvendes til bestemmelse af motorens dynamik.

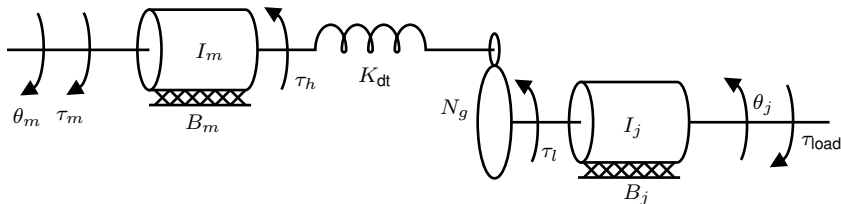


Opsummering

Børsteløs DC motor



Et drivtog med en gearing N_g er vist herunder, hvor τ_m er motorens kraftmoment [Nm] og θ_j er joint vinklen [rad].



Dynamikken for drivtoget kan beskrives med følgende første ordens differentialligninger

$$\begin{aligned}I_m \dot{\omega}_m &= \tau_m - K_{dt} \theta_{\Delta} - B_m \omega_m \\I_j \dot{\omega}_j &= N_g K_{dt} \theta_{\Delta} - B_j \omega_j - \tau_{load} \\ \dot{\theta}_{\Delta} &= \omega_m - \omega_j N_g\end{aligned}$$

hvor $\theta_{\Delta} = \theta_m - \theta_j N_g$.