Exercise 1.1

1. Vi benytter impulsmomentsætningen til at opstille en model

$$J\ddot{\theta} = \tau_{net}$$

hvor J er inertimomentet, $\ddot{\theta}$ er vinkelaccelerationen og τ_{net} er det resulterende kraftmoment.

Dermed fås

$$J_m \ddot{\theta}_m = \tau_m - b_m \dot{\theta}_m - k_s(\theta_m - \theta_L) \quad (1)$$

$$J_L \ddot{\theta}_L = -k_s(\theta_L - \theta_m) \quad (2)$$

2. En tilstandsmodel opskrives i det følgende. Ved første øjekast er det naturligt at benytte fire tilstande, men tre er tilstrækkeligt. Derfor gives to modeller (model med minimal antal tilstande er at foretrække)

$n = 4$

$$x = \begin{bmatrix} \theta_m \\ \theta_L \\ \dot{\theta}_m \\ \dot{\theta}_L \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_m \\ \dot{\theta}_L \\ \ddot{\theta}_m \\ \ddot{\theta}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_s}{J_m} & \frac{k_s}{J_m} & -\frac{b_m}{J_m} & 0 \\ \frac{k_s}{J_L} & -\frac{k_s}{J_L} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m \\ \theta_L \\ \dot{\theta}_m \\ \dot{\theta}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/J_m \\ 0 \end{bmatrix} \tau_m$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m \\ \theta_L \\ \dot{\theta}_m \\ \dot{\theta}_L \end{bmatrix}$$

$n = 3$

$$x = \begin{bmatrix} \theta_L - \theta_m \\ \dot{\theta}_L - \dot{\theta}_m \\ \dot{\theta}_m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k_s}{J_m} - \frac{k_s}{J_L} & 0 & \frac{b_m}{J_m} \\ \frac{k_s}{J_m} & 0 & -\frac{b_m}{J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_m} \\ \frac{1}{J_m} \end{bmatrix} \tau_m$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$