

PROJETO # 5. PLANETÁRIO

AUTOR: MICHEL VENET ZAMBRANO

NOVEMBRO DE 2004

A seguir é apresentado o programa “planetas”, desenvolvido com o objetivo de determinar as órbitas de corpos celestes submetidos a um campo de forças centrais. Com este programa é possível calcular as órbitas de até 9 planetas (sistema solar) com interação mútua. O sol é considerado como o centro de coordenadas. Também o programa tem a possibilidade de calcular o período, excentricidade, semieixos maior e menor, no caso de um planeta só. Em todos os casos é verificada a conservação da energia e do momentum angular.

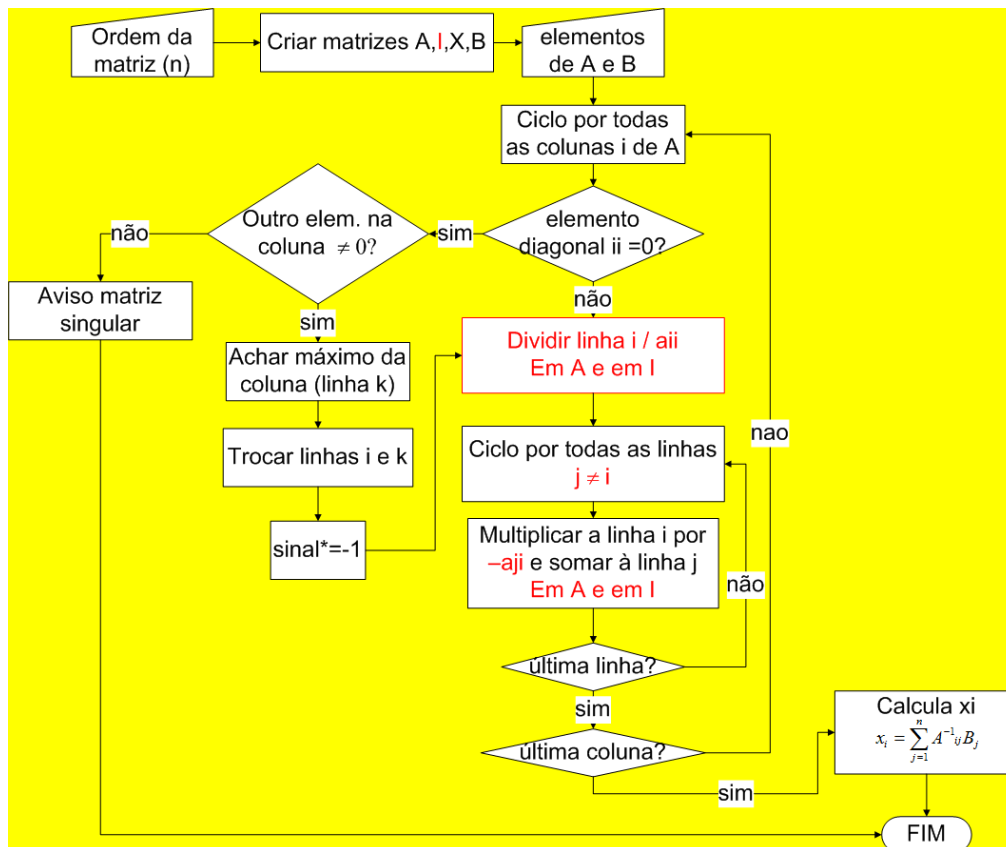
DESCRIÇÃO DO PROGRAMA

Ao rodar o programa aparece uma mensagem: “ENTRE A QUANTIDADE DE PLANETAS (MAXIMO 9)”. Se a quantidade entrada fosse maior que 1, então aparecerão mensagens sucessivas pedindo para entrar as condições iniciais, X, VX, Y, VY, Z, VZ, MASSA ($m \times 10^{23}$ kg). Todas as coordenadas devem ser fornecidas em unidades astronômicas (U.A) e as velocidades em Km/seg. Essas mensagens aparecerão tantas vezes quanto a quantidade de planetas entrada no começo. Uma vez entradas as condições iniciais, o programa começa a gerar os dados. Na mesma pasta onde se encontra o executável serão gerados arquivos com extensão “.dat” chamados “RESULTADOSno”, onde as últimas duas letras (no), significam o número do planeta, dependendo da sequência com que foram entradas as condições iniciais. Esses arquivos apresentam 9 colunas que representam as seguintes grandezas respectivamente: tempo, coordenada x, velocidade em x, coordenada y, velocidade em y, coordenada z, velocidade em z, energia do planeta e energia total. Um arquivo auxiliar é também gerado (RESULT_AUX.DAT), onde é mostrada a distância que o primeiro planeta passa em relação à órbita anterior.

Se a quantidade de planetas entrada fosse 1, o programa perguntará se quer resolver os exercícios do item 1 (s/n)? Se a resposta é não (n), será gerada uma data (RESULTADOS1.DAT) como explicado anteriormente. Se a resposta é sim (s), aparecerá uma mensagem para entrar a x inicial do planeta. Posteriormente o programa considera y (inicial) = 0, Vx (inicial) = 0 y calcula a Vy (inicial) necessária para que a órbita seja circular e gera essa data em um arquivo chamado “circular.dat”, onde podem ser encontradas 5 colunas: tempo, x, y, energia, momentum angular. Outro arquivo auxiliar (CIRCULAR_AUX.DAT) é gerado, onde aparecem as condições iniciais, a velocidade calculada para que a órbita seja circular, período, semieixos maior e menor (que no caso circular são iguais ao rádio da órbita) e excentricidade que no caso circular é zero.

Depois de geradas esses dados, o programa pede para entrar as condições iniciais para o caso de uma órbita elíptica, já considerando y (inicial) = 0. Depois de entradas a coordenada x, e Vx. O programa calcula a velocidade para que a órbita seja circular e sai uma mensagem anunciando que entre uma Vy diferente desse valor para que a órbita seja elíptica. Uma vez entrados os dados serão gerados dois arquivos similares aos mencionados anteriormente no caso circular chamados “elíptico.dat” e “ELIPTICO_AUX.DAT”.

FLUXOGRAMA



RESULTADOS

Os exemplos a seguir foram gerados colocando no programa, 1 como sendo a quantidade de planetas e selecionando a opção de resolver os exercícios do item 1. Neste caso foi calculada a órbita circular de cada um dos planetas e duas órbitas elípticas diferentes.

Os exemplos foram feitos para 4 planetas: Mercúrio, Terra, Saturno e Plutão. Os dados iniciais (até a data) são gerados pelos arquivos “CIRCULAR_AUX.DAT” e “ELIPTICO_AUX.DAT” respectivamente. A seguir é mostrada a parte inicial das datas geradas, em cada caso, onde pode ser observada a conservação da energia e do momento angular. Depois, foram colocados os gráficos que mostram as trajetórias de cada planeta, dependendo das condições iniciais. Finalmente foi construída uma tabela com o período e raio de cada planeta e com a relação T^2/r^3 , calculada para o caso de órbita circular. Pode ser observado que em todos os casos essa relação é 1, como esperado a partir da 3ª lei de Kepler.

Como segundo exercício, consideraram-se 2 planetas (Terra-Júpiter). Foram entradas as condições iniciais considerando $m_{\text{terra}}/m_{\text{sol}} = 1 \times 10^{-3}$ e $m_{\text{júpiter}}/m_{\text{sol}} = 4 \times 10^{-2}$ e 2×10^{-1} . Assim,

foram calculadas as trajetórias de cada planeta e observou-se que quando existe a interação entre os planetas, as órbitas deixam de ser periódicas, ou seja, os planetas passam por pontos diferentes a cada 360 graus. Também observou-se que quando a massa desses planetas é incrementada, esse efeito tende a crescer.

Finalmente foram colocados os 9 planetas em órbita, interagindo entre eles. Também se tabelaram as condições iniciais utilizadas e foram mostrados os gráficos das órbitas para dois casos diferentes: no caso de todos os planetas estar no mesmo plano e quando os planos das órbitas não necessariamente são os mesmos.

ÓRBITA DE UM PLANETA

CASO MERCÚRIO

Órbita Circular

COND. INICIAIS

$X_0 = .39 \text{ UA}$ $Y_0 = 0 \text{ UA}$ $VX_0 = 0 \text{ km/seg}$

PARA QUE A ORBITA SEJA CIRCULAR, VY_0 TEM QUE SER 47.68 km/seg

PERÍODO = .244 ANOS

SEMIEIXO MAIOR = .39 UA

SEMIEIXO MENOR = .39 UA

EXCENTRICIDADE = .00

t	X	Y	E/m	L/m
.00000E+00	.39000E+00	.00000E+00	-.50613E+02	.39238E+01
.50000E-03	.38997E+00	.50306E-02	-.50613E+02	.39238E+01
.10000E-02	.38987E+00	.10060E-01	-.50613E+02	.39238E+01
.15000E-02	.38971E+00	.15088E-01	-.50613E+02	.39238E+01
.20000E-02	.38948E+00	.20114E-01	-.50613E+02	.39238E+01
.25000E-02	.38919E+00	.25136E-01	-.50613E+02	.39238E+01
.30000E-02	.38883E+00	.30154E-01	-.50613E+02	.39238E+01

continua

Órbita Elíptica 1

COND. INICIAIS

$X_0 = .39 \text{ UA}$ $Y_0 = 0 \text{ UA}$ $VX_0 = 10.00 \text{ km/seg}$ $VY_0 = 40.00 \text{ km/seg}$

PERÍODO = .174 ANOS

SEMIEIXO MAIOR = .31 UA

SEMIEIXO MENOR = .29 UA

EXCENTRICIDADE = .34

t	X	Y	E/m	L/m
.00000E+00	.39000E+00	.00000E+00	-.63379E+02	.32918E+01

.50000E-03	.39102E+00	.42203E-02	-.63379E+02	.32918E+01
.10000E-02	.39198E+00	.84399E-02	-.63379E+02	.32918E+01
.15000E-02	.39287E+00	.12658E-01	-.63379E+02	.32918E+01
.20000E-02	.39370E+00	.16874E-01	-.63379E+02	.32918E+01
.25000E-02	.39447E+00	.21088E-01	-.63379E+02	.32918E+01
.30000E-02	.39517E+00	.25298E-01	-.63379E+02	.32918E+01

continua

Órbita Elíptica 2

COND. INICIAIS

$X_0 = .39 \text{ UA}$ $Y_0 = 0 \text{ UA}$ $V_{X0} = 20.00 \text{ km/seg}$ $V_{Y0} = 45.00 \text{ km/seg}$

PERÍODO = .270 ANOS

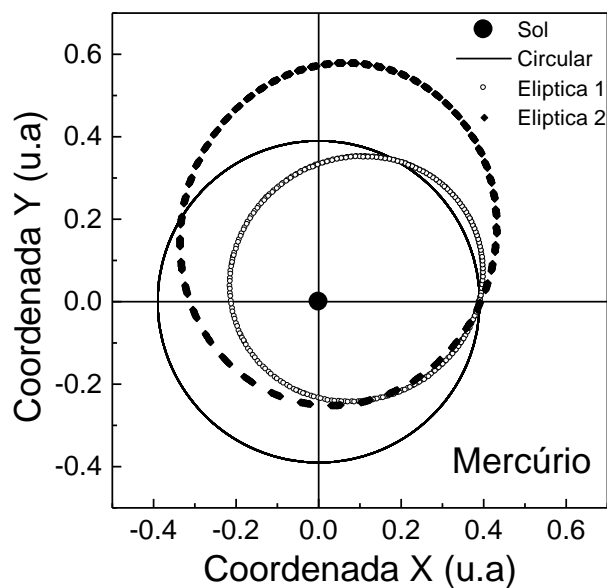
SEMIEIXO MAIOR = .42 UA

SEMIEIXO MENOR = .38 UA

EXCENTRICIDADE = .41

t	X	Y	E/m	L/m
.00000E+00	.39000E+00	.00000E+00	-.47238E+02	.37033E+01
.50000E-03	.39208E+00	.47478E-02	-.47238E+02	.37033E+01
.10000E-02	.39409E+00	.94948E-02	-.47238E+02	.37033E+01
.15000E-02	.39604E+00	.14240E-01	-.47238E+02	.37033E+01
.20000E-02	.39793E+00	.18984E-01	-.47238E+02	.37033E+01
.25000E-02	.39975E+00	.23724E-01	-.47238E+02	.37033E+01
.30000E-02	.40152E+00	.28460E-01	-.47238E+02	.37033E+01
.35000E-02	.40322E+00	.33193E-01	-.47238E+02	.37033E+01

continua



CASO TERRA

Órbita Circular

COND. INICIAIS

$X_0 = 1.00 \text{ UA}$ $Y_0 = 0 \text{ UA}$ $VX_0 = 0 \text{ km/seg}$

PARA QUE A ORBITA SEJA CIRCULAR, VY_0 TEM QUE SER 29.78 km/seg

PERÍODO = 1.000 ANOS

SEMIEIXO MAIOR = 1.00 UA

SEMIEIXO MENOR = 1.00 UA

EXCENTRICIDADE = .00

t	X	Y	E/m	L/m
.00000E+00	.10000E+01	.00000E+00	-.19739E+02	.62832E+01
.50000E-02	.99951E+00	.31416E-01	-.19739E+02	.62832E+01
.10000E-01	.99803E+00	.62801E-01	-.19739E+02	.62832E+01
.15000E-01	.99556E+00	.94124E-01	-.19739E+02	.62832E+01
.20000E-01	.99211E+00	.12535E+00	-.19739E+02	.62832E+01
.25000E-01	.98769E+00	.15646E+00	-.19739E+02	.62832E+01

continua

Órbita Elíptica 1

COND. INICIAIS

$X_0 = 1.00 \text{ UA}$ $Y_0 = 0 \text{ UA}$ $VX_0 = 10.00 \text{ km/seg}$ $VY_0 = 30.00 \text{ km/seg}$

PERÍODO = 1.229 ANOS

SEMIEIXO MAIOR = 1.15 UA

SEMIEIXO MENOR = 1.08 UA

EXCENTRICIDADE = .34

t	X	Y	E/m	L/m
.00000E+00	.10000E+01	.00000E+00	-.17215E+02	.63304E+01
.50000E-02	.10101E+01	.31652E-01	-.17215E+02	.63304E+01
.10000E-01	.10191E+01	.63274E-01	-.17215E+02	.63304E+01
.15000E-01	.10273E+01	.94837E-01	-.17215E+02	.63304E+01
.20000E-01	.10345E+01	.12631E+00	-.17215E+02	.63304E+01
.25000E-01	.10408E+01	.15768E+00	-.17215E+02	.63304E+01
.30000E-01	.10463E+01	.18892E+00	-.17215E+02	.63304E+01
.35000E-01	.10509E+01	.22000E+00	-.17215E+02	.63304E+01
.40000E-01	.10546E+01	.25090E+00	-.17215E+02	.63304E+01
.45000E-01	.10575E+01	.28161E+00	-.17215E+02	.63304E+01

continua

Órbita Elíptica 2

COND. INICIAIS

$X_0 = 1.00 \text{ UA}$ $Y_0 = 0 \text{ UA}$ $VX_0 = .00 \text{ km/seg}$ $VY_0 = 35.00 \text{ km/seg}$

PERÍODO = 2.058 ANOS

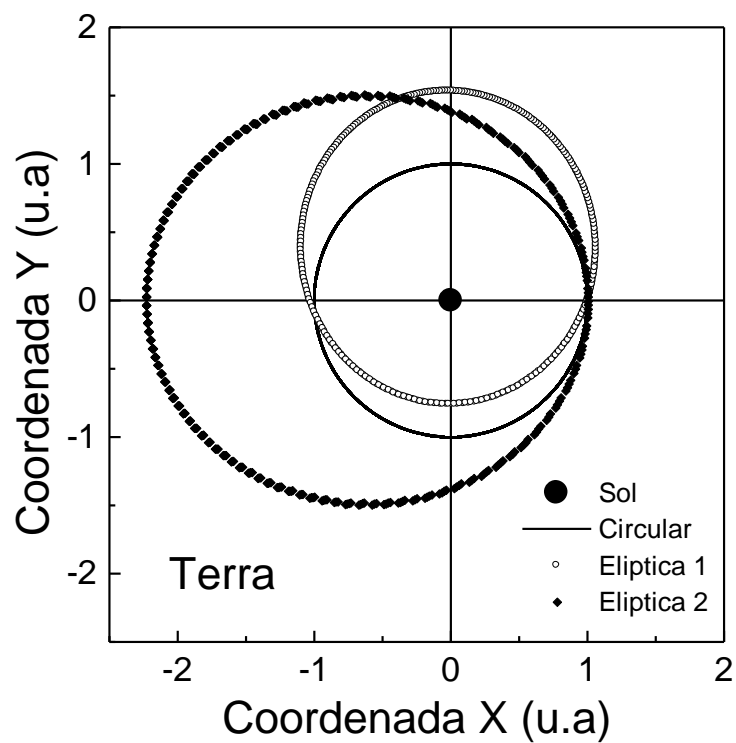
SEMIEIXO MAIOR = 1.62 UA

SEMIEIXO MENOR = 1.50 UA

EXCENTRICIDADE = .38

t	X	Y	E/m	L/m
.00000E+00	.10000E+01	.00000E+00	-.12206E+02	.73855E+01
.50000E-02	.99951E+00	.36927E-01	-.12206E+02	.73855E+01
.10000E-01	.99803E+00	.73818E-01	-.12206E+02	.73855E+01
.15000E-01	.99556E+00	.11064E+00	-.12206E+02	.73855E+01
.20000E-01	.99213E+00	.14735E+00	-.12206E+02	.73855E+01
.25000E-01	.98771E+00	.18391E+00	-.12206E+02	.73855E+01
.30000E-01	.98234E+00	.22030E+00	-.12206E+02	.73855E+01
.35000E-01	.97602E+00	.25647E+00	-.12206E+02	.73855E+01
.40000E-01	.96876E+00	.29240E+00	-.12206E+02	.73855E+01
.45000E-01	.96058E+00	.32805E+00	-.12205E+02	.73855E+01
.50000E-01	.95149E+00	.36339E+00	-.12205E+02	.73855E+01

continua



CASO SATURNO

Órbita Circular

COND. INICIAIS

$X_0 = 9.24 \text{ UA}$ $Y_0 = 0 \text{ UA}$ $VX_0 = 0 \text{ km/seg}$

PARA QUE A ORBITA SEJA CIRCULAR, VY_0 TEM QUE SER 9.80 km/seg

PERÍODO = 28.086 ANOS

SEMIEIXO MAIOR = 9.24 UA

SEMIEIXO MENOR = 9.24 UA

EXCENTRICIDADE = .00

t	X	Y	E/m	L/m
.00000E+00	.92400E+01	.00000E+00	-.21363E+01	.19099E+02
.50000E-02	.92400E+01	.10335E-01	-.21363E+01	.19099E+02
.10000E-01	.92400E+01	.20670E-01	-.21363E+01	.19099E+02
.15000E-01	.92399E+01	.31005E-01	-.21363E+01	.19099E+02
.20000E-01	.92399E+01	.41340E-01	-.21363E+01	.19099E+02
.25000E-01	.92399E+01	.51675E-01	-.21363E+01	.19099E+02
.30000E-01	.92398E+01	.62010E-01	-.21363E+01	.19099E+02

continua

Órbita Elíptica 1

COND. INICIAIS

$X_0 = 9.24 \text{ UA}$ $Y_0 = 0 \text{ UA}$ $VX_0 = .00 \text{ km/seg}$ $VY_0 = 7.00 \text{ km/seg}$

PERÍODO = 15.454 ANOS

SEMIEIXO MAIOR = 6.20 UA

SEMIEIXO MENOR = 5.41 UA

EXCENTRICIDADE = .49

t	X	Y	E/m	L/m
.00000E+00	.92400E+01	.00000E+00	-.31816E+01	.13648E+02
.50000E-02	.92400E+01	.73855E-02	-.31816E+01	.13648E+02
.10000E-01	.92400E+01	.14771E-01	-.31816E+01	.13648E+02
.15000E-01	.92399E+01	.22156E-01	-.31816E+01	.13648E+02
.20000E-01	.92399E+01	.29542E-01	-.31816E+01	.13648E+02
.25000E-01	.92399E+01	.36927E-01	-.31816E+01	.13648E+02
.30000E-01	.92398E+01	.44313E-01	-.31816E+01	.13648E+02
.35000E-01	.92397E+01	.51698E-01	-.31816E+01	.13648E+02

continua

Órbita Elíptica 2

COND. INICIAIS

$X0 = 9.24 \text{ UA}$ $Y0 = 0 \text{ UA}$ $VX0 = 5.00 \text{ km/seg}$ $VY0 = 10.00 \text{ km/seg}$

PERÍODO = 48.240 ANOS

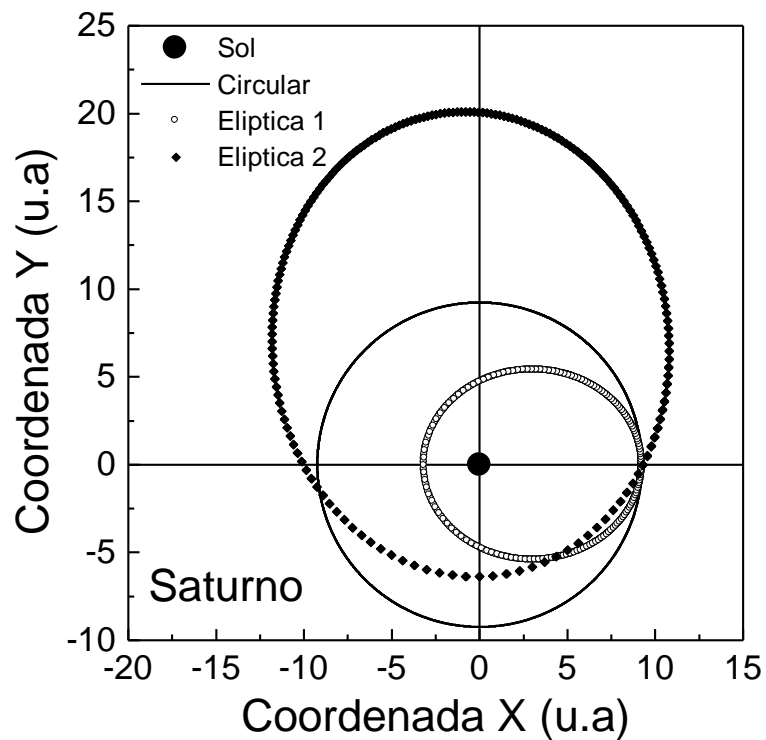
SEMIEIXO MAIOR = 13.25 UA

SEMIEIXO MENOR = 11.30 UA

EXCENTRICIDADE = .52

t	X	Y	E/m	L/m
.00000E+00	.92400E+01	.00000E+00	-.14896E+01	.19498E+02
.50000E-02	.92453E+01	.10551E-01	-.14896E+01	.19498E+02
.10000E-01	.92505E+01	.21101E-01	-.14896E+01	.19498E+02
.15000E-01	.92558E+01	.31652E-01	-.14896E+01	.19498E+02
.20000E-01	.92610E+01	.42203E-01	-.14896E+01	.19498E+02
.25000E-01	.92662E+01	.52753E-01	-.14896E+01	.19498E+02
.30000E-01	.92714E+01	.63304E-01	-.14896E+01	.19498E+02
.35000E-01	.92766E+01	.73854E-01	-.14896E+01	.19498E+02
.40000E-01	.92818E+01	.84404E-01	-.14896E+01	.19498E+02
.45000E-01	.92870E+01	.94955E-01	-.14896E+01	.19498E+02
.50000E-01	.92922E+01	.10550E+00	-.14896E+01	.19498E+02
.55000E-01	.92973E+01	.11605E+00	-.14896E+01	.19498E+02

continua



CASO PLUTÃO

Órbita Circular

COND. INICIAIS

$X_0 = 39.53 \text{ UA}$ $Y_0 = 0 \text{ UA}$ $VX_0 = 0 \text{ km/seg}$

PARA QUE A ORBITA SEJA CIRCULAR, VY_0 TEM QUE SER 4.74 km/seg

PERÍODO = 248.525 ANOS

SEMIEIXO MAIOR = 39.53 UA

SEMIEIXO MENOR = 39.53 UA

EXCENTRICIDADE = .00

t	X	Y	E/m	L/m
.00000E+00	.39530E+02	.00000E+00	-.49935E+00	.39504E+02
.50000E-01	.39530E+02	.49967E-01	-.49935E+00	.39504E+02
.10000E+00	.39530E+02	.99935E-01	-.49935E+00	.39504E+02
.15000E+00	.39530E+02	.14990E+00	-.49935E+00	.39504E+02
.20000E+00	.39529E+02	.19987E+00	-.49935E+00	.39504E+02
.25000E+00	.39529E+02	.24984E+00	-.49935E+00	.39504E+02
.30000E+00	.39529E+02	.29980E+00	-.49935E+00	.39504E+02
.35000E+00	.39528E+02	.34977E+00	-.49935E+00	.39504E+02

continua

Órbita Elíptica 1

COND. INICIAIS

$X_0 = 39.53 \text{ UA}$ $Y_0 = 0 \text{ UA}$ $VX_0 = .00 \text{ km/seg}$ $VY_0 = 4.00 \text{ km/seg}$

PERÍODO = 170.300 ANOS

SEMIEIXO MAIOR = 30.72 UA

SEMIEIXO MENOR = 29.43 UA

EXCENTRICIDADE = .29

t	X	Y	E/m	L/m
.00000E+00	.39530E+02	.00000E+00	-.64248E+00	.33365E+02
.50000E-01	.39530E+02	.42203E-01	-.64248E+00	.33365E+02
.10000E+00	.39530E+02	.84405E-01	-.64248E+00	.33365E+02
.15000E+00	.39530E+02	.12661E+00	-.64248E+00	.33365E+02
.20000E+00	.39529E+02	.16881E+00	-.64248E+00	.33365E+02
.25000E+00	.39529E+02	.21101E+00	-.64248E+00	.33365E+02
.30000E+00	.39529E+02	.25321E+00	-.64248E+00	.33365E+02
.35000E+00	.39528E+02	.29542E+00	-.64248E+00	.33365E+02
.40000E+00	.39528E+02	.33762E+00	-.64248E+00	.33365E+02

continua

Órbita Elíptica 2

COND. INICIAIS

$X_0 = 39.53 \text{ UA}$ $Y_0 = 0 \text{ UA}$ $VX_0 = 2.00 \text{ km/seg}$ $VY_0 = 3.00 \text{ km/seg}$

PERÍODO = 146.813 ANOS

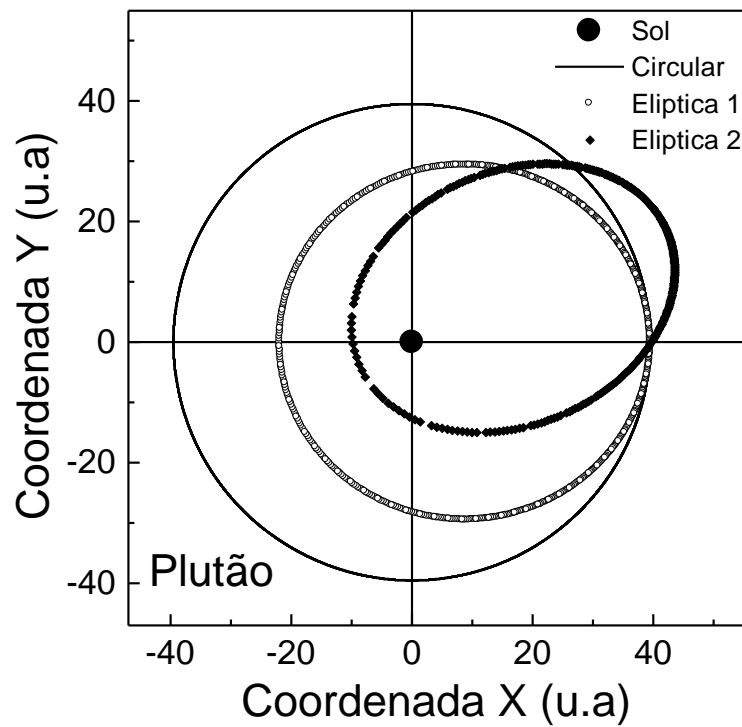
SEMIEIXO MAIOR = 27.83 UA

SEMIEIXO MENOR = 21.01 UA

EXCENTRICIDADE = .66

t	X	Y	E/m	L/m
.00000E+00	.39530E+02	.00000E+00	-.70927E+00	.25024E+02
.50000E-01	.39551E+02	.31652E-01	-.70927E+00	.25024E+02
.10000E+00	.39572E+02	.63304E-01	-.70927E+00	.25024E+02
.15000E+00	.39593E+02	.94956E-01	-.70927E+00	.25024E+02
.20000E+00	.39614E+02	.12661E+00	-.70927E+00	.25024E+02
.25000E+00	.39635E+02	.15826E+00	-.70927E+00	.25024E+02
.30000E+00	.39655E+02	.18991E+00	-.70927E+00	.25024E+02
.35000E+00	.39676E+02	.22156E+00	-.70927E+00	.25024E+02
.40000E+00	.39697E+02	.25321E+00	-.70927E+00	.25024E+02

continua



PLANETA	RAIO (UA)	PERIODO (ANOS)	T^2/r^3
Mercúrio	0.39	0.244	1.00366
Vênus	0.72	0.611	1.0002
Terra	1	1	1
Marte	1.52	1.874	1.00002
Júpiter	5.2	11.858	1.00003
Saturno	9.24	28.086	1.00025
Urano	19.19	84.075	1.00025
Netuno	30.06	164.800	0.99988
Plutão	39.53	248.525	0.99991

ÓRBITA DE DOIS PLANETAS

CASO TERRA - JÚPITER

COND. INICIAIS UTILIZADAS

TERRA

$X=1$ UA

$VX=0$ km/seg

$Y=0$ UA

$VY=29.8$ km/seg

$Z=0$ UA

$VZ=0$ km/seg

$M_{\text{terra}}/M_{\text{sol}} = 1 \times 10^{-3}$

JÚPITER

$X=5.2$ UA

$VX=0$ km/seg

$Y=0$ UA

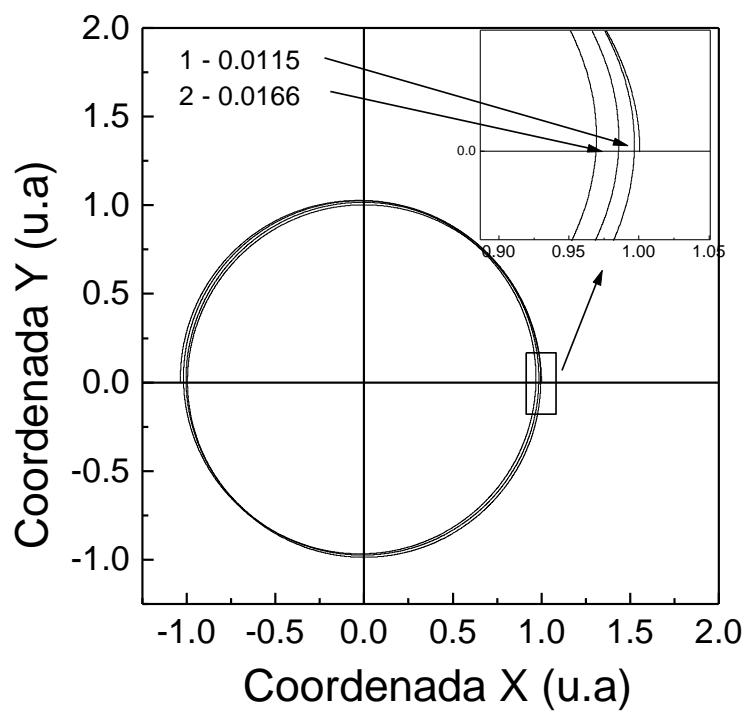
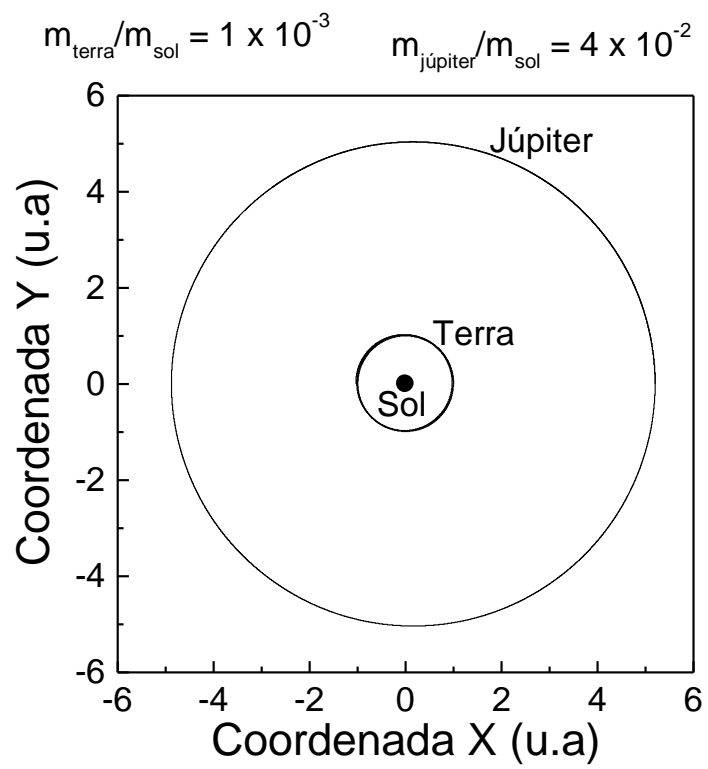
$VY=13.1$ km/seg

$Z=0$ UA

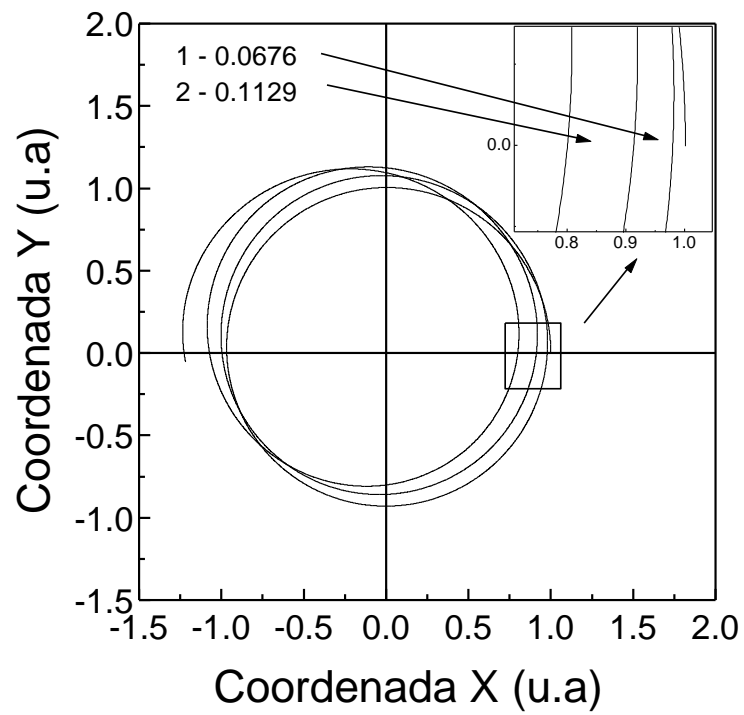
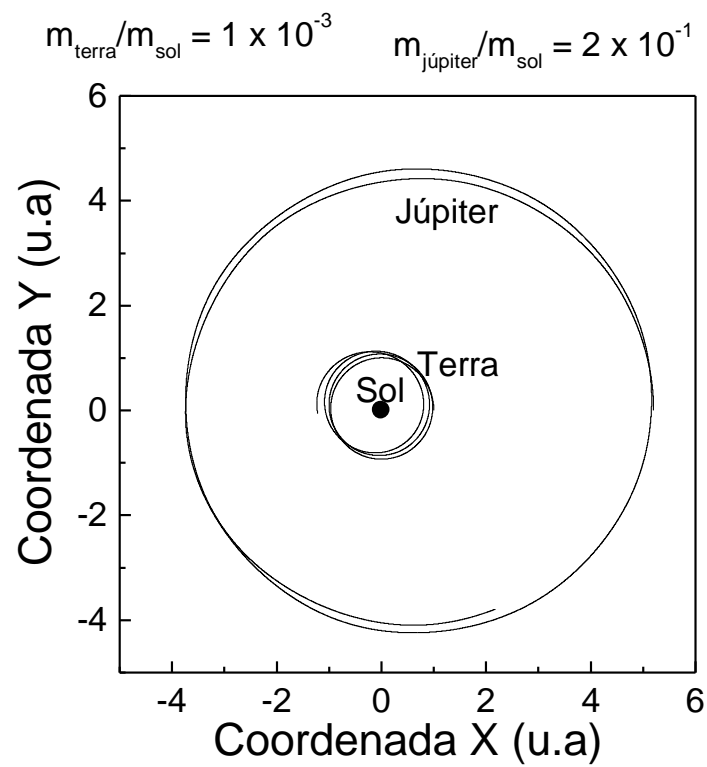
$VZ=0$ km/seg

$M_{\text{júpiter}}/M_{\text{sol}} = 4 \times 10^{-2}$ e $M_{\text{júpiter}}/M_{\text{sol}} = 2 \times 10^{-1}$

Caso 1 - $M_{\text{júpiter}}/M_{\text{sol}} = 4 \times 10^{-2}$



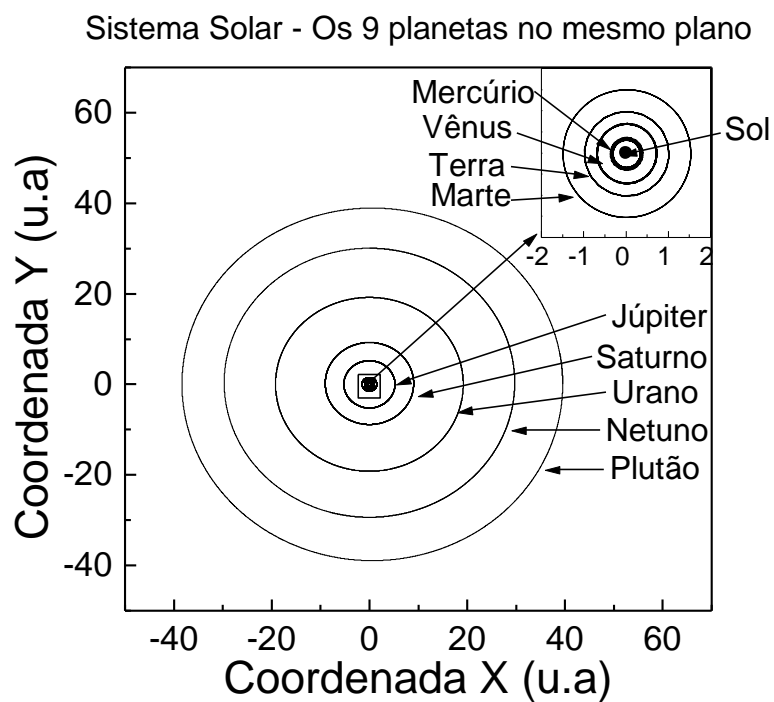
Caso 2 - $M_{\text{júpiter}}/M_{\text{sol}} = 2 \times 10^{-1}$



ÓRBITA DE NOVE PLANETAS - PLANAR

COND. INICIAIS UTILIZADAS

<i>planeta</i>	X_0 (u.a)	VX_0 (km/s)	Y_0 (u.a)	VY_0 (km/s)	Z_0 (u.a)	VZ_0 (km/s)	$M \times 10^{23}$ kg
<i>Mercúrio</i>	0.39	0	0	47.9	0	0	2.4
<i>Vênus</i>	0	35	0.72	0	0	0	49
<i>Terra</i>	1	0	0	29.8	0	0	59.67
<i>Marte</i>	0	24.1	1.52	0	0	0	6.6
<i>Júpiter</i>	5.2	0	0	13.1	0	0	19000
<i>Saturno</i>	0	9.7	9.24	0	0	0	5700
<i>Urano</i>	19.19	0	0	6.8	0	0	880
<i>Netuno</i>	0	5.4	30.06	0	0	0	1030
<i>Plutão</i>	39.53	0	0	4.7	0	0	60



ÓRBITA DE NOVE PLANETAS – NÃO PLANAR

COND. INICIAIS UTILIZADAS

<i>planeta</i>	$X_0 (u.a)$	$VX_0 (km/s)$	$Y_0 (u.a)$	$VY_0 (km/s)$	$Z_0 (u.a)$	$VZ_0 (km/s)$	$M \times 10^{23} kg$
<i>Mercúrio</i>	0.39	0	0	47.9	0	1	2.4
<i>Vênus</i>	0	35	0.72	0	0.0001	0	49
<i>Terra</i>	1	0	0	29.8	0	0	59.67
<i>Marte</i>	0	24.1	1.52	0	0	2	6.6
<i>Júpiter</i>	5.2	0	0	13.1	0	0.01	19000
<i>Saturno</i>	0	9.7	9.24	0	0.08	0	5700
<i>Urano</i>	19.19	0	0	6.8	0	0	880
<i>Netuno</i>	0	5.4	30.06	0	0	0.03	1030
<i>Plutão</i>	39.53	0	0	4.7	0	0	60

