

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I
INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA

Aproksimiranje kontinuirate funkcije neuronskom mrežom

Meko računarstvo

Laboratorijska vježba 4

Ivan Gudelj

Diplomski studij računarstva, DRB

Osijek, 2022.

UVOD	3
OPIS PROBLEMA I RJEŠENJA	3
Neuronske mreže	3
REZULTATI ZA TRAŽENI PROBLEM	5
Utjecaj strukture mreže (broj slojeva i broj neurona po skrivenom sloju)	6
Utjecaj aktivacijske funkcije neurona u skrivenom sloju	10
Utjecaj algoritma za učenje	12
Utjecaj broja uzoraka za učenje	14
ZAKLJUČAK	16

1. UVOD

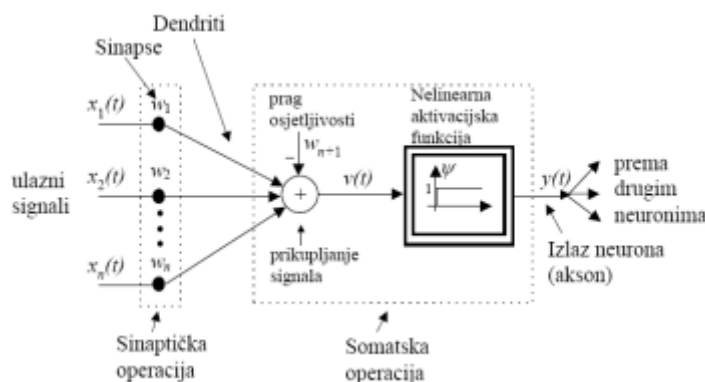
Cilj četvrte laboratorijske vježbe bio je projektirati i ispitati neuronsku mrežu za aproksimaciju funkcije na temelju ulaznih i izlaznih veličina. Bilo je potrebno prikazati kako struktura mreže, prijenosna funkcija neurona u skrivenom sloju, algoritam za učenje i broj uzoraka za učenje utječu na dobivene rezultate.

2. OPIS PROBLEMA I RJEŠENJA

2.1. Neuronske mreže

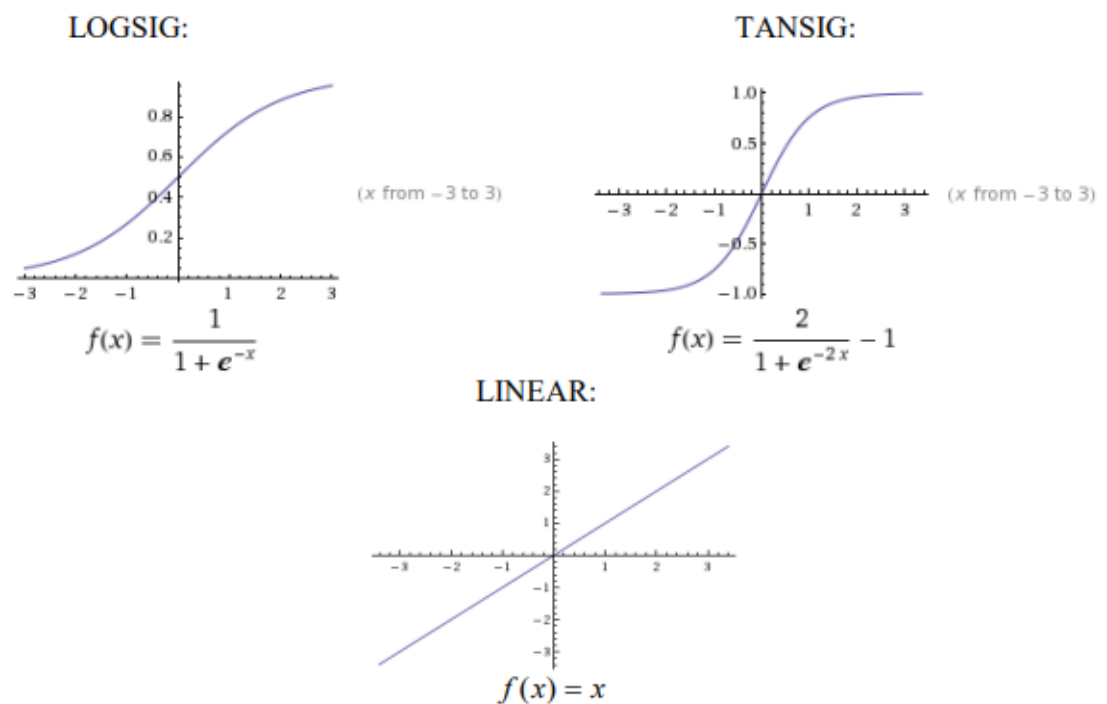
Neuronske mreže su sustavi za procesuiranje informacija koji su inspirirani biološkim živčanim sustavom kao što je mozak. Sastoji se od uvjetno rečeno velikog broja međusobno povezanih procesnih elemenata tzv. neurona. Svaki neuron je u biti sumirajući element povezan sa aktivacijskom funkcijom. Biološki neuroni primaju elektrokemijske pobude preko dendrita, a ako je težinska suma svih ulaza na dendritima veća od praga, neuron okida i šalje impuls na aksion preko kojeg je spojen s ulazima ostalih neurona.

Prvi model neurona koji je bio osmišljen još 1943. od strane McCullocha i Pittsa se zvao „perceptron“ i njegova jedina razlika od modernijih modela neurona je bila ta što je kao prijenosnu funkciju koristio diskontinuiranu step funkciju. Dok su se kasnije puno logičnije počele koristiti kontinuirane funkcije, bile one linearne ili sigmoidalne (logsig, tansig). Jer u slučaju kontinuirane funkcije imamo mogućnosti puno preciznije aproksimacije modela problema. Ali je najveća revolucija započela uvođenjem višeslojnih mreža i njihovih algoritama za učenje



$$v(t) = \sum_{i=1}^n w_i(t) \cdot x_i(t) - w_{n+1}, \quad \mathbf{y}(t) = \psi(v), \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{w}^T(t) \cdot \mathbf{x}(t)$$

Kao što se vidi na slici iznad, svaki neuron prikuplja signale od prethodnog sloja (pomnožene sa težinama), te uz dodatak praga osjetljivosti dolazi do prijenosne funkcije odnosno nelinearne aktivacijske funkcije. Izlaz iz te funkcije potom odlazi do svakog neurona u idućem sloju gdje se proces ponavlja. Neuroni se najčešće dijele na statičke i dinamičke, gdje statički neuroni ovise isključivo o trenutnim vrijednostima signala i težina, dok kod dinamičkih postoje određene povratne veze i promjenjive aktivacijske funkcije. Kao što je ranije rečeno aktivacijske funkcije najčešće su sigmoide kao što vidimo na slijedećim slikama.



Da bi se neuronska mreža definirala, pored osnovnih parametara koji opisuju oblik i tip mreže, odnosno arhitekturu, potrebno je odrediti i algoritam učenja. Proces učenja je u biti proces optimizacije pomoću algoritma gdje se pronalaze težine između neurona koje najbolje opisuju rješenje odnosno aproksimaciju problema. Proces učenja najčešće uključuje sljedeće korake: Dovođenje na ulaz neuronske mreže niz slučajeva (uzoraka) koje želimo naučiti raspoznavati. Odrediti pogrešku između dobivenog izlaza i željenog izlaza. Promijeniti težine da bi se izlaz bolje aproksimirao.

Iako broj neurona nije ograničen do sada se je u praktičnim primjenama koristilo do najviše par stotina neurona i to u jako kompleksnim primjenama. Jer uvođenjem dodatnih neurona (i slojeva) višestruko povećava problem učenja, a može se dogoditi da u slučaju

pretjeranog broja neurona (za pojedini problem) može unijeti smetnje u izlaz neuronske mreže zbog neskladnog rada. Imamo 3 osnovna tipa učenja neuronskih mreža: Nadzirano učenje – učenje na temelju poznatih uzoraka i rezultata, Učenje pojačavanjem – uključuje povratnu vezu iz okoline, Nenadzirano učenje – učenje iz pravilnosti ulaznih podataka.

3. REZULTATI ZA TRAŽENI PROBLEM

Potrebno je projektirati i ispitati neuronske mreže koja aproksimiraju sljedeću funkciju na temelju uzoraka ulazne i izlazne veličine:

$$y = \frac{x^2}{15} - \frac{x}{1.5} + 1.7 \sin\left(\frac{x}{1.15}\right)$$

Parametre zadatka mijenjati na slijedeće vrijednosti:

Broj uzoraka funkcije : 10, 30, 60.

Broj neurona po skrivenom sloju: 5, 10, 30.

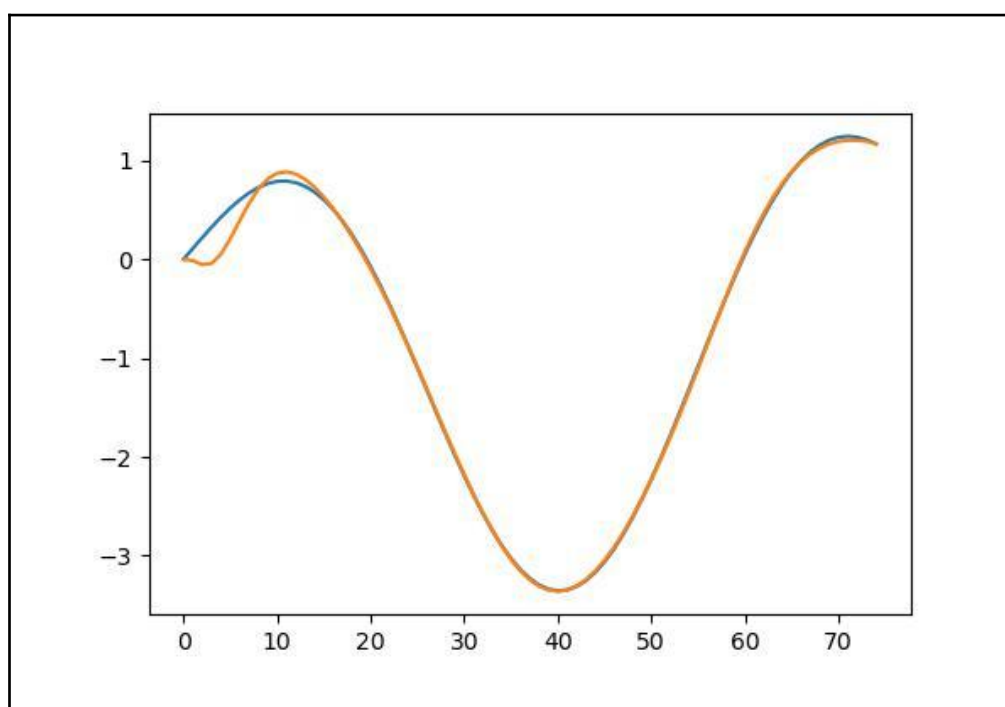
Broj skrivenih slojeva: 1, 2, 3.

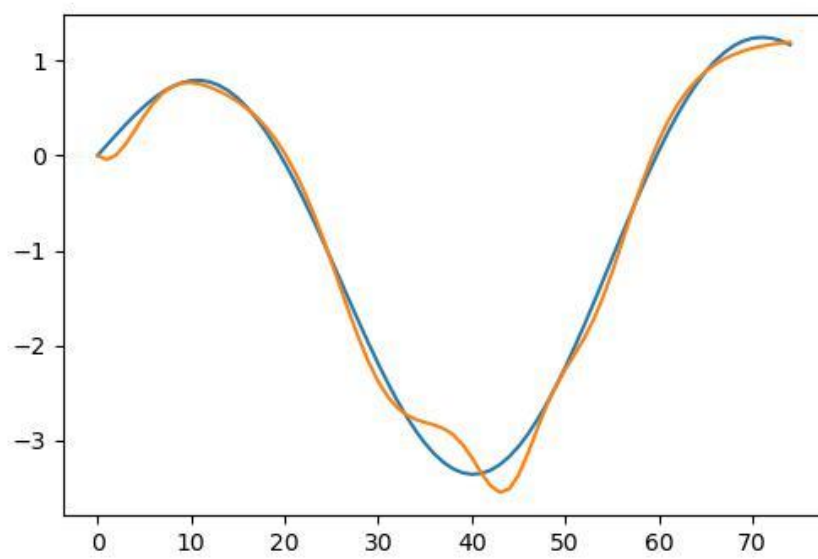
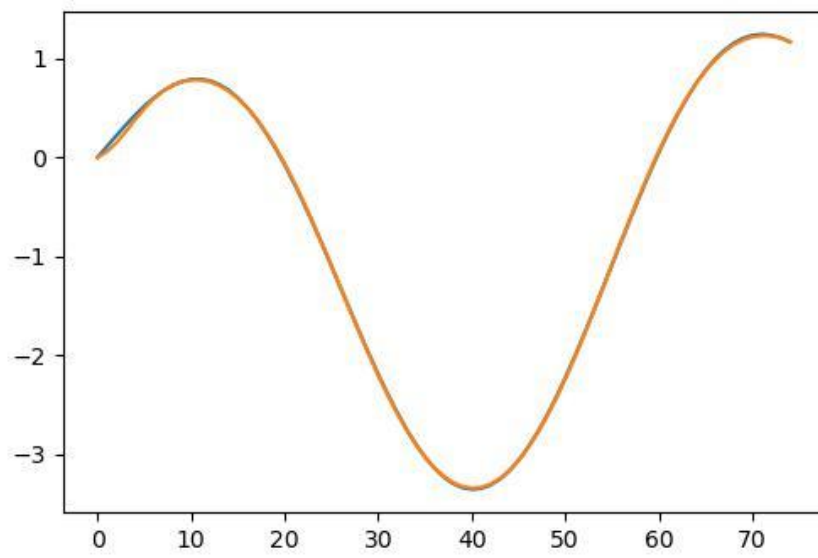
Aktivacijska funkcija skrivenog sloja: ‘identity’, ‘logistic’, ‘tanh’, ‘relu’.

Algoritam učenja: ‘lbfgs’, ‘sgd’, ‘adam’.

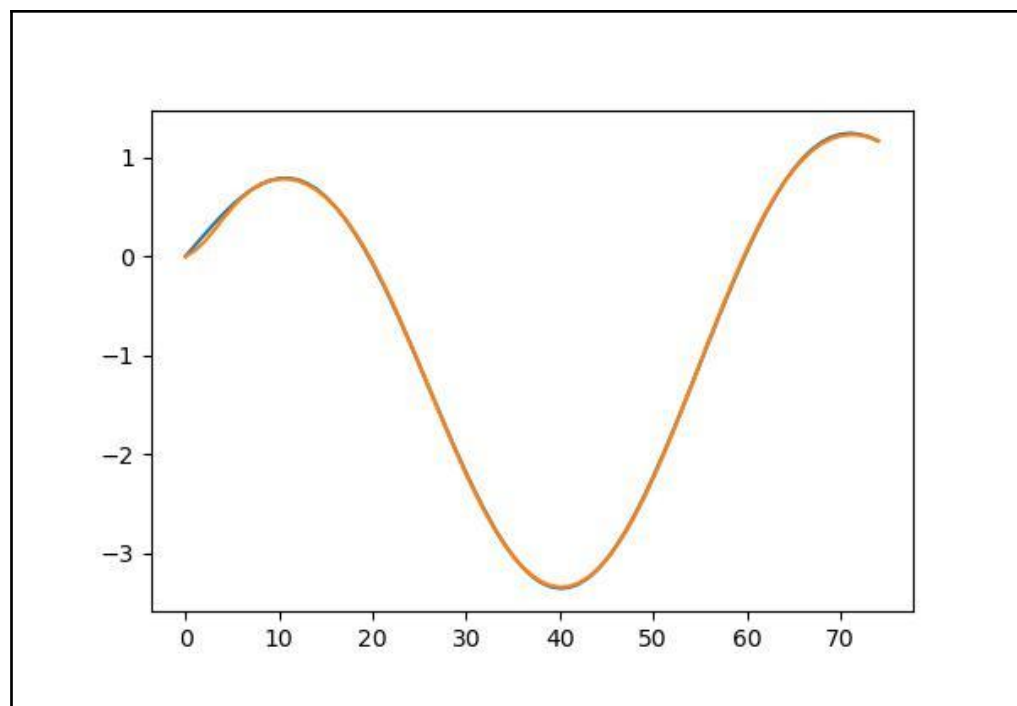
3.1. Utjecaj strukture mreže (broj slojeva i broj neurona po skrivenom sloju)

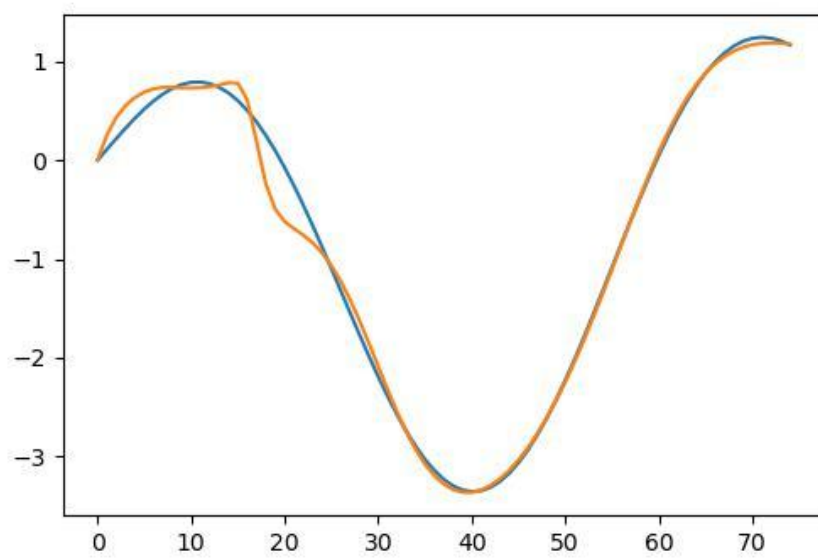
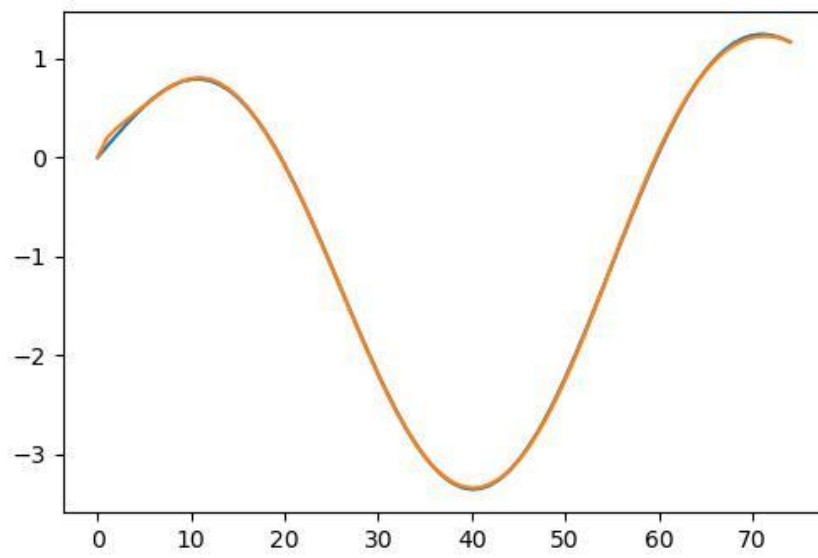
Broj uzoraka funkcije	10		
Broj neurona po skrivenom sloju	5		
Aktivacijska funkcija skrivenog sloja	identity		
Algoritam učenja	lbfgs		
Broj skrivenih slojeva	1	2	3
MSE vrijednosti	0.01353487026, 0.01013695666, 0.00107190788, 0.01067380538, 0.00761605637	0.00179534614, 0.00094445216, 0.00382608223, 0.01205725384, 0.00028617995	0.00581852947, 0.00814864582, 0.03607353466, 0.15716593353, 0.01976429771
Najbolji MSE	0.001071907885	0.00028617995	0.00581852947





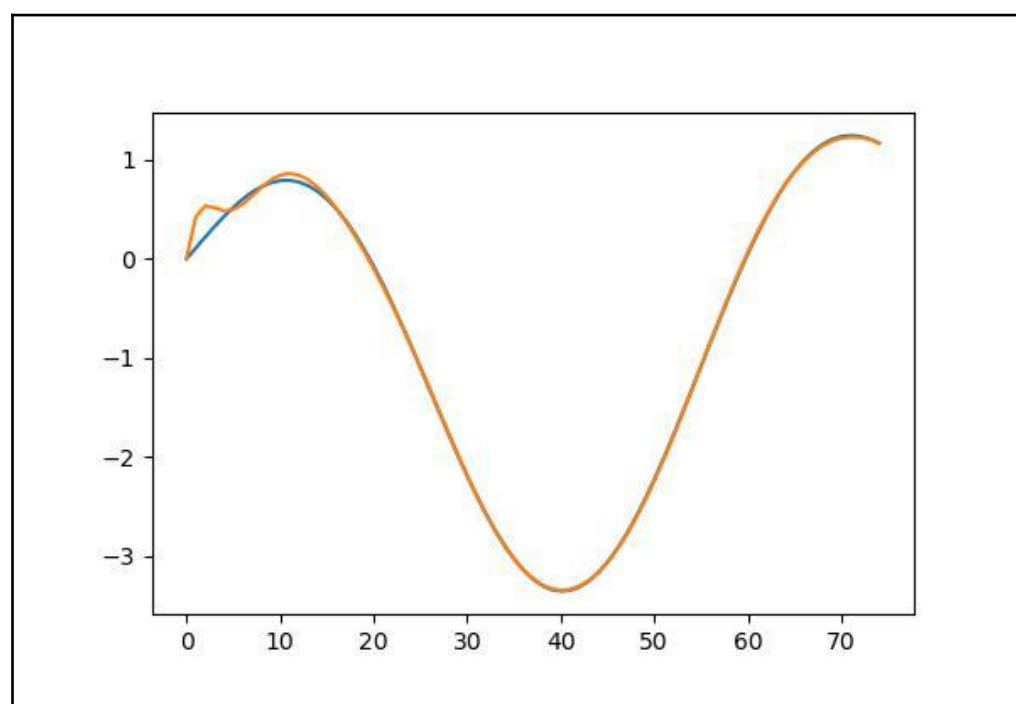
Broj uzoraka funkcije	10		
Broj skrivenih slojeva	2		
Aktivacijska funkcija skrivenog sloja	identity		
Algoritam učenja	lbfgs		
Broj neurona po skrivenom sloju	5	10	30
MSE vrijednosti	0.00179534614, 0.00094445216, 0.00382608223, 0.01205725384, 0.00028617995	0.02822340659, 0.00682483303, 0.00117431844, 0.00589843944, 0.00032818029	0.01279260266, 0.05570366114, 0.14748856038, 0.01117020167, 0.02191916726
Najbolji MSE	0.00028617995	0.00032818029	0.011170201673

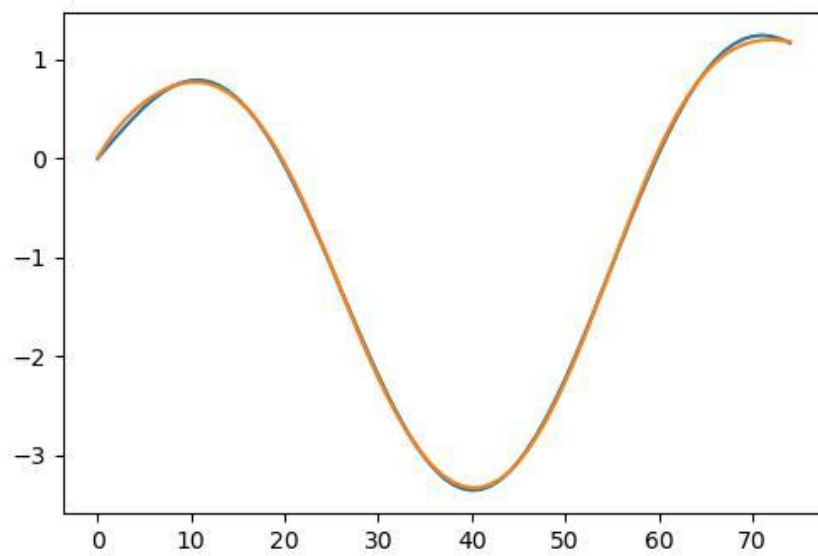
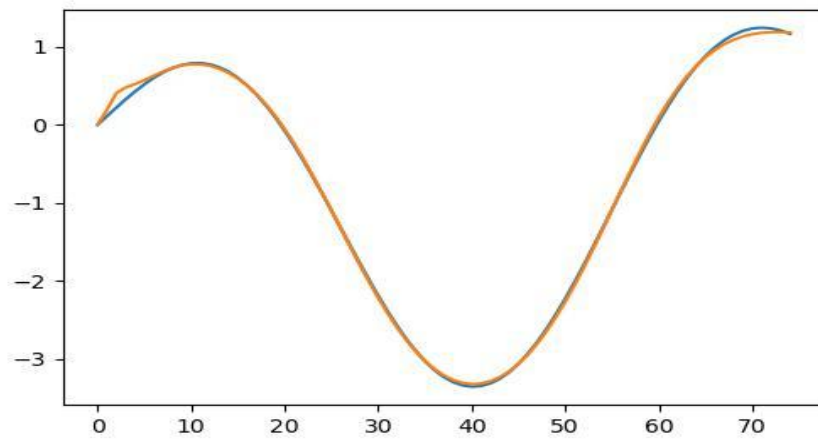
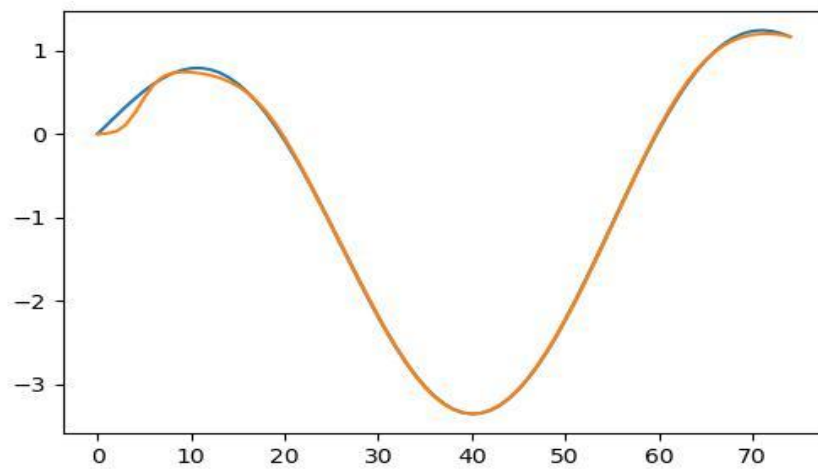




3.2. Utjecaj aktivacijske funkcije neurona u skrivenom sloju

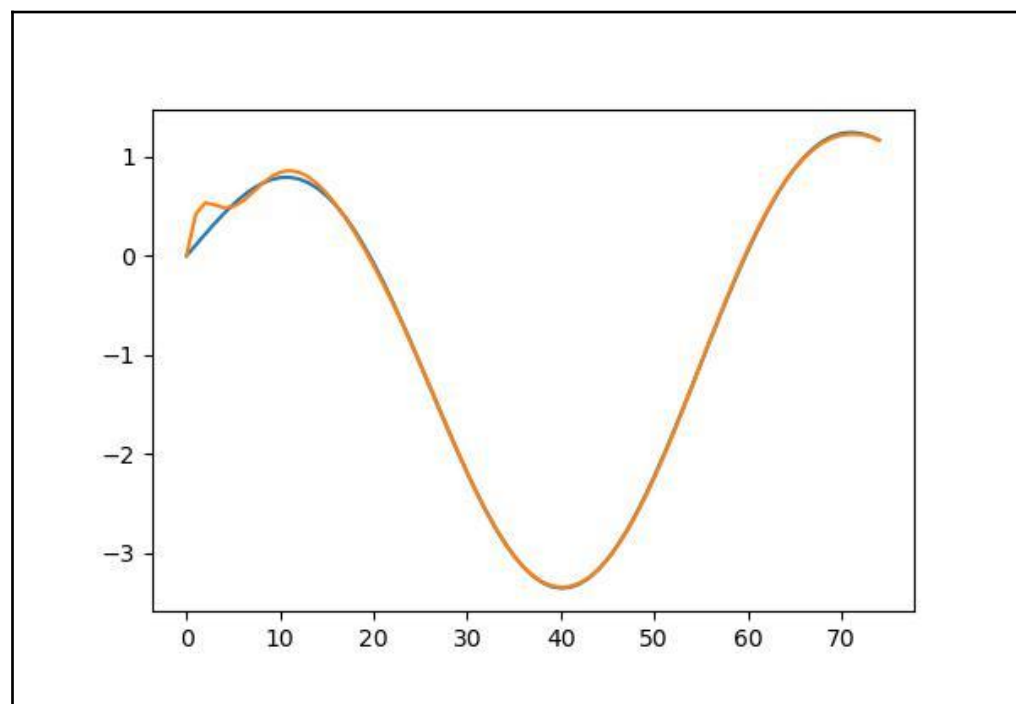
Broj uzoraka funkcije	30			
Broj skrivenih slojeva	2			
Broj neurona po skrivenom sloju	10			
Algoritam učenja	lbfgs			
Aktivacijska funkcija skrivenog sloja	identity	logistic	tanh	relu
MSE vrijednosti	0.00800838, 0.17648747, 0.00164564, 0.00473608, 0.00356723	0.01042106, 0.01404150, 0.03943061, 0.01478915, 0.00216784	0.00299493, 0.06028095, 0.00053971, 0.00051189, 0.00177208	0.00052638, 0.01685360, 0.00116253, 0.00320410, 0.00078611
Najbolji MSE	0.001645640	0.002167848	0.000511897	0.000526387

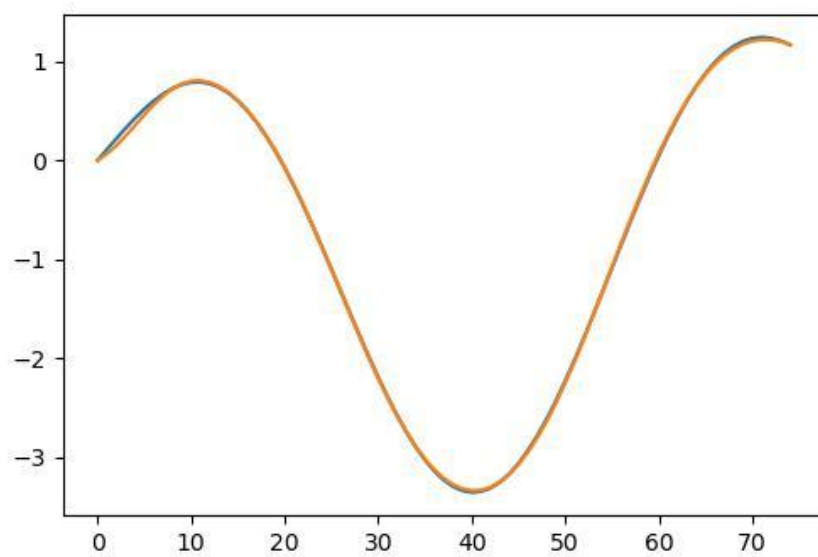
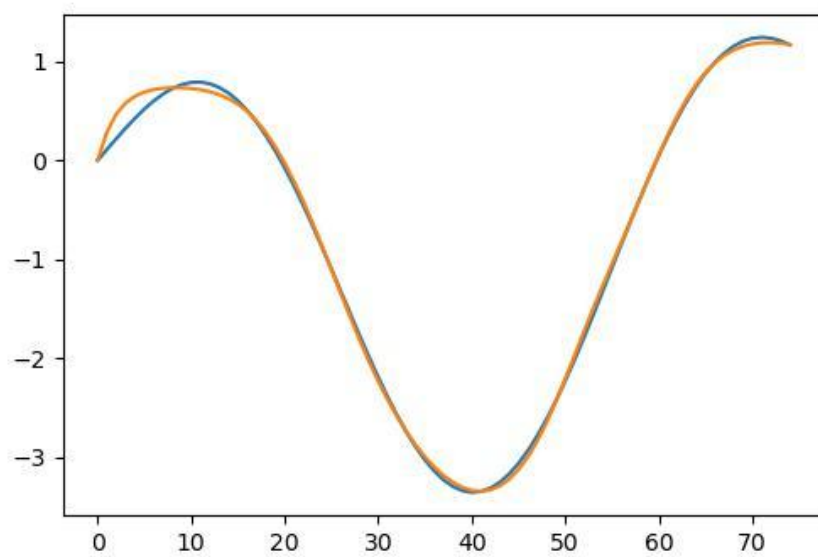




3.3. Utjecaj algoritma za učenje

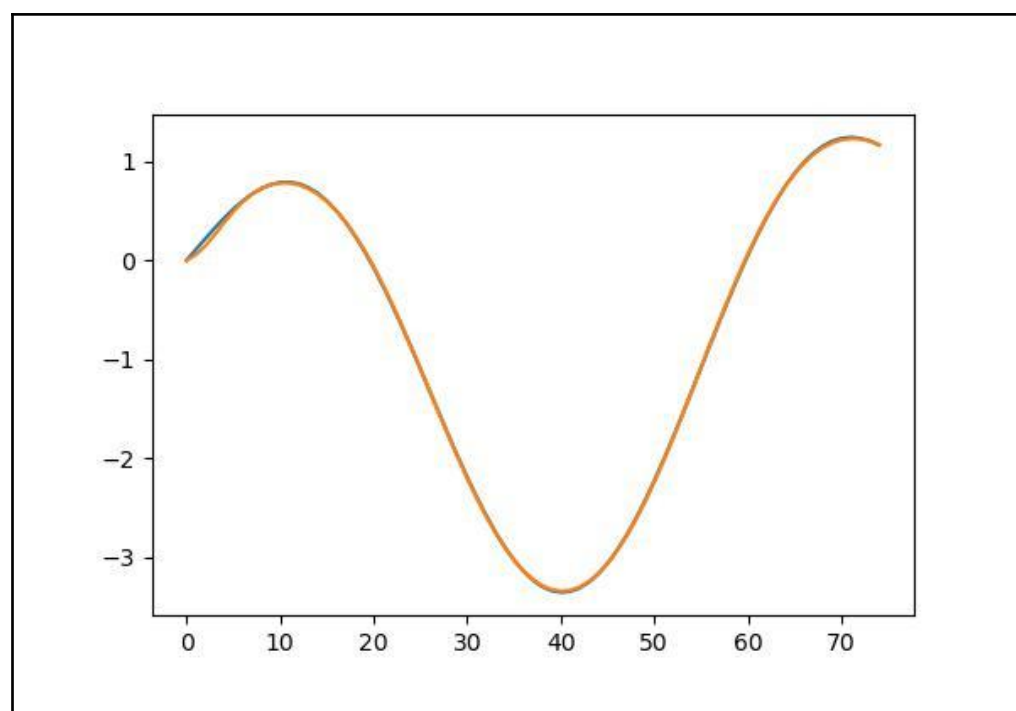
Broj uzoraka funkcije	30		
Broj skrivenih slojeva	2		
Aktivacijska funkcija skrivenog sloja	identity		
Broj neurona po skrivenom sloju	10		
Algoritam učenja	lbfgs	sgd	adam
MSE vrijednosti	0.00800838358, 0.17648747159, 0.00164564054, 0.00473608889, 0.00356723641	0.01002611367, 0.00276242099, 0.01298959511, 0.00305485952, 0.00477426842	0.14089856606, 0.00059414780, 0.02544443205, 0.01399043196, 0.00050008668
Najbolji MSE	0.0016456405	0.00276242099	0.000500086682

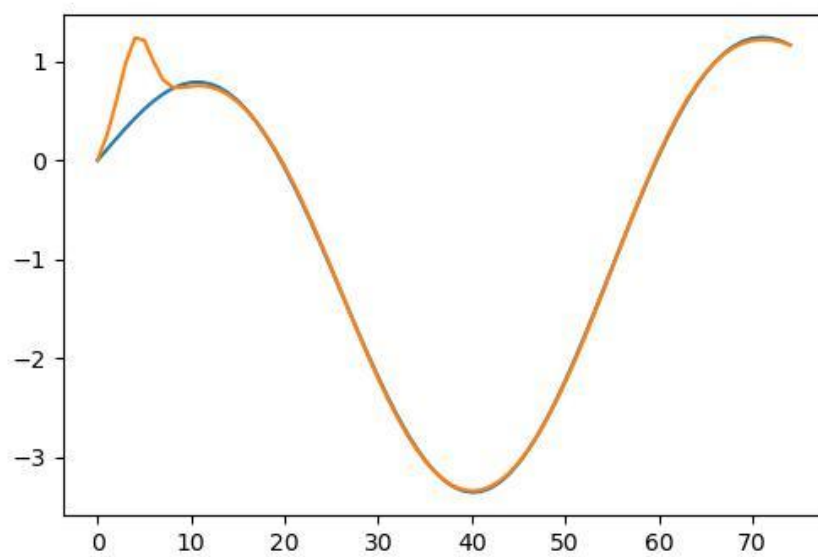
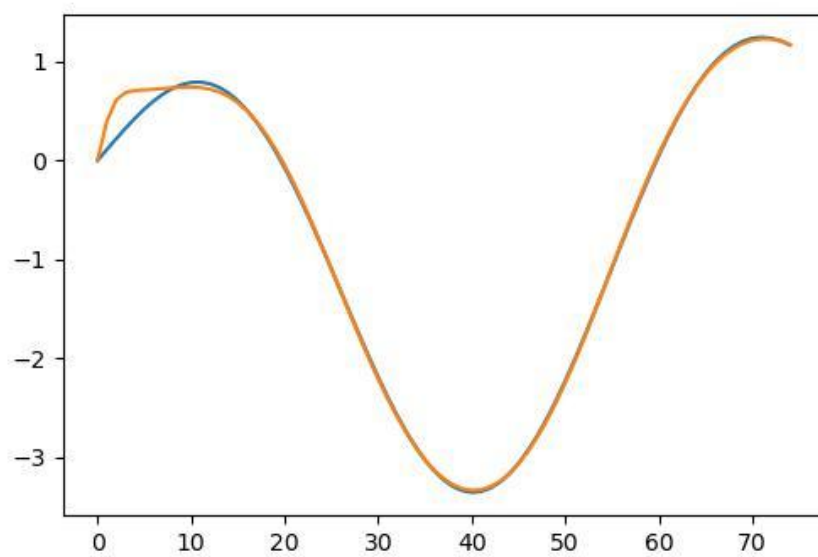




3.4. Utjecaj broja uzoraka za učenje

Broj neurona po skrivenom sloju	5		
Broj skrivenih slojeva	2		
Aktivacijska funkcija skrivenog sloja	identity		
Algoritam učenja	lbfgs		
Broj uzoraka funkcije	10	30	60
MSE vrijednosti	0.00179534614, 0.00094445216, 0.00382608223, 0.01205725384, 0.02579006189	0.01766366024, 0.05837361032, 0.00311791103, 0.14166915922, 0.00703095299	0.01658811967, 0.01297436164, 0.03626903220, 0.00564069631, 0.00028617995
Najbolji MSE	0.00094445216	0.003117911036	0.0002861799





4. ZAKLJUČAK

Kod testiranja **utjecaja broja uzoraka funkcije**, fiksirali smo broj neurona u skrivenom sloju na **5**. Uzeli smo **identity** aktivacijsku funkciju i **lbfgs** algoritam učenja. Mjenjali smo broj uzoraka funkcije na **10, 30 i 60**. Najbolje Rješenje dobili smo za **60** uzoraka funkcije, a najgore za **30**.

Kod testiranja **utjecaja broja neurona u skrivenom sloju** fiksirali smo broj uzoraka funkcije na **10**. Korištena je **identity** aktivacijska funkcija i **lbfgs** algoritam učenja. Mjenjali smo broj neurona u skrivenom sloju na **5, 10 i 30**. Najbolje rješenje dobiveno je za **5** neurona u skrivenom sloju, dok je najgore dobijeno za **30** neurona u skrivenom sloju.

Kod testiranja **utjecaja aktivacijske funkcije** skrivenog sloja broj uzoraka funkcije fiksirali smo na **30**, broj neurona u skrivenom sloju na **10 (2 sloja)** i korišten je **lbfgs** algoritam učenja. Aktivacijska funkcija skrivenog sloja koja daje najbolji rezultat je **tanh**, zatim **relu**, nakon toga **identity**, a najgori rezultat daje funkcija **logistic**.

Zadnje testiranje koje je izvršeno bilo je **utjecaj algoritma učenja**. Fiksirali smo broj neurona u skrivenom sloju na **10 (2 sloja)**. Uzeli smo **identity** aktivacijsku funkciju, te broj uzoraka funkcije **30**. Najbolji Rezultat je ostvaren korištenjem **adam** algoritma za učenje, dok je najlošiji rezultat ostvario **lbfgs algoritam**

Datoteke s **10, 30 i 60** uzoraka koristili smo za učenje neuronskih mreža dok smo onu sa **75** uzoraka koristili za testiranje.