

26. Уравнение моментов. Момент импульса системы. Законы изменения и сохранения момента импульса системы.

Момент импульса относительно неподвижной оси Oz – скалярная величина L_z , равная проекции на эту ось момента импульса \vec{L}_O относительно точки O , принадлежащей данной оси:

$$L_z = [\vec{L}_O]_{\text{проекция на } Oz} \quad (2)$$

Момент импульса L_z вращающегося вокруг неподвижной оси Oz твердого тела относительно этой оси равен

$$L_z = I \cdot \omega_z, \quad (3)$$

где I – момент инерции тела относительно оси вращения Oz (определение I приведено в лабораторной работе № 2м.3 настоящего пособия);

ω_z – проекция на ось Oz угловой скорости тела.

Момент импульса системы n частиц относительно точки O – величина, равная

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i, \vec{p}_i], \quad (4)$$

где $\vec{L}_i = [\vec{r}_i, \vec{p}_i]$ – момент импульса i -й частицы относительно точки O ;

\vec{r}_i и \vec{p}_i – соответственно радиус-вектор и импульс i -й частицы.

Закон изменения момента импульса системы: производная по времени момента импульса системы относительно некоторой неподвижной точки равна

сумме моментов всех внешних сил, действующих на эту систему, относительно той же самой точки:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{j=1}^N \vec{M}_j^{\text{внеш}}, \quad (5)$$

где \vec{L} – момент импульса системы относительно некоторой неподвижной точки;

$\vec{M}_j^{\text{внеш}}$ – момент j -й внешней силы, одной из N действующих на систему внешних сил, относительно той же точки.

Момент силы \vec{M}_O относительно точки O определяется как векторное произведение радиус-вектора \vec{r} , проведенного из точки O в точку приложения силы \vec{F} , и вектора этой силы:

$$\vec{M}_O = [\vec{r}, \vec{F}].$$

Из (5) следует **закон сохранения момента импульса системы**: если суммарный момент всех действующих на систему внешних сил относительно некоторой неподвижной точки равен нулю, то момент импульса данной системы относительно той же точки со временем сохраняется, т. е. $\vec{L} = \text{const.}$

Для материальной точки уравнение момента написано:

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{M}$$

Уравнение (6) называется моментом для системы материальных точек. Это основной закон динамики твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной точки.

В проекциях на оси фиксированной декартовой системы координат с началом на полюсе О уравнение моментов системы записывается в виде:

$$\frac{dL_x}{dt} = M_x^{vnes}, \quad \frac{dL_y}{dt} = M_y^{vnes}, \quad \frac{dL_z}{dt} = M_z^{vnes} \quad (7)$$

где L_x, L_y, L_z - проекция момента количества движения на соответствующей оси; $M_x^{vnes}, M_y^{vnes}, M_z^{vnes}$ - проекции полного момента сил на соответствующую ось.

5. Скорость и ускорение. Вычисление пройденного пути.

Путевой скоростью равномерного движения называется отношение пути, пройденного телом, к интервалу времени, за который этот путь преодолен: $v = S / t$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

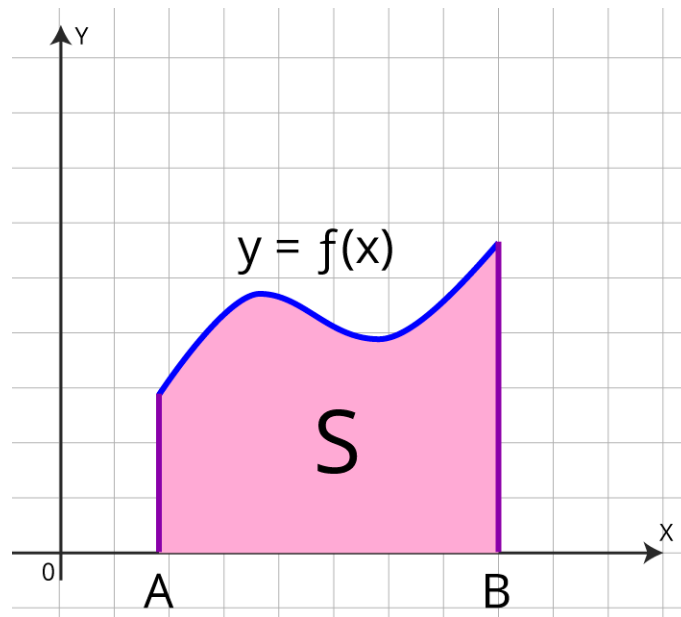
Величина пройденного пути S показывает, на сколько сместилось тело (но не указывает направление)

Средняя скорость – физ. величина, равная отношению изменения координаты точки к интервалу этого изменения. (весь путь / всё время)

Мгновенная скорость:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Площадь под графиком зависимости скорости от времени $v(t)$ равна изменению координаты при любой зависимости $v(t)$ и равна пути:



$$S = \int_A^B f(x)$$

Ускорение – отношение изменения скорости к промежутку времени этого изменения:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Центростремительное ускорение точки при её равномерном движении по окружности направлено к центру окружности:

$$a = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

Угловая скорость:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{d\phi}{dt}$$

Угловое ускорение:

$$\beta = \frac{d\omega}{dt}$$

Вектор тангенциального ускорения совпадает с вектором скорости при её увеличении