!!! ATTENTION!!!

CE DOCUMENT N'EST PAS ENCORE DANS SA VERSION FINALE : LES PARTIES OU SOUS-PARTIES SONT SUSCEPTIBLES DE CHANGER, TOUT EST INCOMPLET (il manque énormément d'exercices, ceux déjà présents ne comportent pour l'instant que les consignes et les aides et ils ne sont pas encore classés par ordre de difficulté) ET LES EXERCICES PEUVENT PRESENTER DES ERREURS!

Du LFJM à la CPGE (Mathématiques)

Par Roumann Ramaroson et Sasha Guérin-Loison Relecture par Mr. Alix

Version 1 (année 2023-2024)

Table des matières

)
١	1

1	Intr	oductio	${f n}$														8
	1.1	1.1 Auteurs									8						
		1.1.1	Roumann Ram	aros	on												9
		1.1.2	Sasha Guérin-l	oiso	n.												9
	1.2	Remerc	$iements \dots$														9
	1.3	Objectif	s du PDF														10
	1.4	Organis	rganisation du PDF										٠	11			
2	FAC	Q sur la	prépa														14
3	Log	ique															16
	3.1^{-}	Quantif	icateurs														16
		3.1.1	Niveau 1														17
		3.1.2	Niveau 2														17
		3.1.3	Niveau 3														17
		3.1.4	Niveau 4														17
		3.1.5	Niveau Bonus														17
	3.2	Ensemb	les														17
		3.2.1	Niveau 1														18
		3.2.2	Niveau 2														18
		3.2.3	Niveau 3														18
		3.2.4	Niveau 4														18
		3.2.5	Niveau Bonus														18
	3.3	Raisonn	ements														18
		3.3.1	Niveau 1														19
		3.3.2	Niveau 2														19
		3.3.3	Niveau 3														19
		3.3.4	Niveau 4														19
		3.3.5	Niveau Bonus														19

	eorie des nombres - Arithmétique	
4.1	Divisibilité	
	4.1.1 Niveau 1	
	4.1.2 Niveau 2	
	4.1.3 Niveau 3	
	4.1.4 Niveau 4	
	4.1.5 Niveau Bonus	
4.2	Congruences	
	4.2.1 Niveau 1	
	4.2.2 Niveau 2	
	4.2.3 Niveau 3	
	4.2.4 Niveau 4	
	4.2.5 Niveau Bonus	
4.3	Division euclidienne	
	4.3.1 Niveau 1	
	4.3.2 Niveau 2	
	4.3.3 Niveau 3	
	4.3.4 Niveau 4	
	4.3.5 Niveau Bonus	
4.4	Equations diophantiennes	
	4.4.1 Niveau 1	
	4.4.2 Niveau 2	
	4.4.3 Niveau 3	
	4.4.4 Niveau 4	
	4.4.5 Niveau Bonus	
4.5	Théorèmes intéressants	
	4.5.1 Niveau 1	
	4.5.2 Niveau 2	
	4.5.3 Niveau 3	
	4.5.4 Niveau 4	
	4.5.5 Niveau Bonus	
A 1.	2hma	
5.1	èbre Structures algébriques	
9.1	Structures algébriques	
	9-2-2	
	9-2-2	
	5.1.4 Niveau 4	
5.0	5.1.5 Niveau Bonus	
5.2	Polynomes	
	5.2.1 Niveau 1	
	5.2.2 Niveau 2	
	5.2.3 Niveau 3	
	5.2.4 Niveau 4	
g 0	5.2.5 Niveau Bonus	
5.3	Suites	
	5.3.1 Niveau 1	
	5.3.2 Niveau 2	
	5.3.3 Niveau 3	•
	5 3 /L N1V0911 /L	

		5.3.5	Niveau	Bonus																	30
	5.4	Matrio	es																		30
		5.4.1	Niveau	1																	31
		5.4.2	Niveau	2																	31
		5.4.3	Niveau	3																	31
		5.4.4	Niveau	4																	31
		5.4.5	Niveau																		31
	5.5		res comp																		31
	0.0	5.5.1	Niveau																		32
		5.5.2	Niveau																		32
		5.5.3	Niveau																		32
		5.5.4	Niveau	_																	$\frac{32}{32}$
		5.5.5	Niveau																		$\frac{32}{32}$
	5.6		es																		$\frac{32}{32}$
	0.0	5.6.1	es Niveau																		$\frac{32}{33}$
		5.6.2																			34
		5.6.2	Niveau Niveau																		$\frac{34}{35}$
		5.6.4																			
		0.0	Niveau																		35
	r 	5.6.5	Niveau																		35
	5.7		its																		$\frac{35}{36}$
		5.7.1	Niveau																		36
		5.7.2	Niveau																		36
		5.7.3	Niveau																		36
		5.7.4	Niveau																		36
	- 0	5.7.5	Niveau																		36
	5.8	Inégali																			36
		5.8.1	Niveau																		37
		5.8.2	Niveau																		37
		5.8.3	Niveau	-																	37
		5.8.4	Niveau																		37
		5.8.5	Niveau	Bonus	٠	•	•	 ٠	•	 •	 ٠	•	٠	•	 •	•	•	•	•	•	37
6	Ana	layse																			38
•	6.1	Intégra	ation .																		38
	0.1	6.1.1	Niveau																		39
		6.1.2	Niveau																		39
		6.1.3	Niveau																		40
		6.1.4	Niveau															•		•	40
		6.1.5	Niveau															•	•	•	40
	6.2	Limite																			40
	0.2	6.2.1	Niveau																		41
		6.2.1	Niveau																		41
		6.2.2	Niveau																		41
		6.2.4	Niveau																		41
		6.2.4	Niveau																		41
	6.3		nité																		41
	0.5	6.3.1	Niveau																		41
		6.3.1	Niveau Niveau																		42
		6.3.2	Niveau Niveau																		42
		6.3.4	Niveau Niveau																		$\frac{42}{42}$
		0.0.4	iviveau	4																	44

		6.3.5	Niveau Bonus
	6.4	Equat	ions différentielles
		6.4.1	Niveau 1
		6.4.2	Niveau 2
		6.4.3	Niveau 3
		6.4.4	Niveau 4
		6.4.5	Niveau Bonus
	6.5	Dériva	
		6.5.1	Niveau 1
		6.5.2	Niveau 2
		6.5.3	Niveau 3
		6.5.4	Niveau 4
		6.5.5	Niveau Bonus
	6.6	Conve	
	0.0	6.6.1	Niveau 1
		6.6.2	Niveau 2
		6.6.3	Niveau 3
		6.6.4	Niveau 4
		6.6.5	Niveau Bonus
		0.0.0	Wived Donas
7	Trig	onom	${ m \acute{e}trie}$
	7.1		lles d'addition et de soustraction
		7.1.1	Niveau 1
		7.1.2	Niveau 2
		7.1.3	Niveau 3
		7.1.4	Niveau 4
		7.1.5	Niveau Bonus
	7.2	Formu	lles de duplication
		7.2.1	Niveau 1
		7.2.2	Niveau 2
		7.2.3	Niveau 3
		7.2.4	Niveau 4
		7.2.5	Niveau Bonus
	7.3	-	nométrie et exponentielle complexe
		7.3.1	Niveau 1
		7.3.2	Niveau 2
		7.3.3	Niveau 3
		7.3.4	Niveau 4
		7.3.5	Niveau Bonus
	7.4		iles de Carnot
	1	7.4.1	Niveau 1
		7.4.2	Niveau 2
		7.4.3	Niveau 3
		7.4.4	Niveau 4
		7.4.5	Niveau Bonus
	7.5		iles de Simpson
	1.0	7.5.1	Niveau 1
		$7.5.1 \\ 7.5.2$	Niveau 2
		7.5.2 $7.5.3$	
			Niveau 4 51
		7.5.4	Niveau 4

		7.5.5	Niveau Bonus
	7.6	Formu	lles de linéarisation
		7.6.1	Niveau 1
		7.6.2	Niveau 2
		7.6.3	Niveau 3
		7.6.4	Niveau 4
		7.6.5	Niveau Bonus
	7.7	Formu	lles liées à la tangente de l'angle moitié $\dots \dots \dots$
		7.7.1	Niveau 1
		7.7.2	Niveau 2
		7.7.3	Niveau 3
		7.7.4	Niveau 4
		7.7.5	Niveau Bonus
	7.8	Formu	ıles liées à l'angle double
		7.8.1	Niveau 1
		7.8.2	Niveau 2
		7.8.3	Niveau 3
		7.8.4	Niveau 4
		7.8.5	Niveau Bonus
8	Géo	métrie	55
	8.1	Géome	étrie dans le plan
		8.1.1	Niveau 1
		8.1.2	Niveau 2
		8.1.3	Niveau 3
		8.1.4	Niveau 4
		8.1.5	Niveau Bonus
	8.2	Géome	étrie dans l'espace
		8.2.1	Niveau 1
		8.2.2	Niveau 2
		8.2.3	Niveau 3
		8.2.4	Niveau 4
		8.2.5	Niveau Bonus
	8.3		étrie et nombres complexes
	0.0	8.3.1	Niveau 1
		8.3.2	Niveau 2
		8.3.3	Niveau 3
		8.3.4	Niveau 4
		8.3.5	Niveau Bonus
	8.4		èmes intéressants
	0.4	8.4.1	Niveau 1
		8.4.2	Niveau 2
		8.4.3	Niveau 3
		8.4.4	Niveau 4
		8.4.4	Niveau Ronus 50
		A 4 3	NIVERU DOUBS 50

9	Pro	babilit	és																60
	9.1	Dénon	nbrement	t								 							60
		9.1.1	Niveau	1								 							61
		9.1.2	Niveau	2								 							61
		9.1.3	Niveau	3								 							61
		9.1.4	Niveau	4								 							61
		9.1.5	Niveau																61
	9.2		bilités co																61
	0.2	9.2.1	Niveau																62
		9.2.2	Niveau					-	•		•	 			 -	•			62
		9.2.2	Niveau																62
		9.2.3 $9.2.4$	Niveau	-															62
		-										 		-					
	0.0	9.2.5	Niveau																62
	9.3	-	endance																62
		9.3.1	Niveau																63
		9.3.2	Niveau																63
		9.3.3	Niveau	3								 							63
		9.3.4	Niveau	4								 							63
		9.3.5	Niveau	${\bf Bonus}$								 							63
	9.4	Union	et inters									 							63
		9.4.1	Niveau	1								 							64
		9.4.2	Niveau	2								 							64
		9.4.3	Niveau	3								 							64
		9.4.4	Niveau																64
		9.4.5	Niveau																64
	9.5		e probab																64
	5.6	9.5.1	Niveau																65
		9.5.2	Niveau																65
		9.5.2	Niveau																65
		9.5.3	Niveau																65
		9.5.5	Niveau	Bonus	• •	• •	٠.	٠	•	•	•	 ٠.	٠	•	 ٠	•	•	 ٠	65
10	Stat	istique	3 G																66
10		_	ètres de	nogitio	n														66
	10.1		Niveau																67
			Niveau																67
			Niveau																67
			Niveau																67
			Niveau																67
	10.2		ètres de																67
			Niveau																68
			Niveau																68
			Niveau																68
			Niveau																68
		10.2.5	Niveau	${\bf Bonus}$								 							68
	10.3	Diagra	mmes .									 							68
			Niveau																69
			Niveau																69
			Niveau																69
			Niveau																69

		10.3.5	Niveau	Bonus					•								69
11	Algo	orithm	ique														70
	11.1	Pythor	n														70
		11.1.1	Niveau	1													71
		11.1.2	Niveau	2													71
		11.1.3	Niveau	3													71
		11.1.4	Niveau	4													71
		11.1.5	Niveau	Bonus													71
	11.2	Algorit	thmes in	téressa	$_{ m nts}$												71
		11.2.1	Niveau														72
		11.2.2	Niveau														72
		11.2.3	Niveau														72
			Niveau														72
		11.2.5	Niveau	Bonus													72
	11.3		exité d'u														72
		11.3.1	Niveau														73
		11.3.2	Niveau														73
			Niveau														73
		11.3.4	Niveau														73
		11.3.5	Niveau														73
				_ 01100									•	•	•	•	

1 Introduction

	1.1	Au	iteurs
1.1.1		Roumann Ramaroson	
Ancien Aasséna d		(pomotion 2023), actuellement en MPSI au lycée	
1.1.2		Sasha Guérin-Loison	

Ancien élève du LFJM (promotion 2023), actuellement en PCSI au Lycée Sainte Geneviève de Versailles.

Un grand merci à Mr. Alix pour ses relectures et ses corrections. Au passage, un grand merci pour vos enseignements au cours de notre année de Terminale.

Ce PDF n'a pas pour but de fous faire prendre de l'avance sur le programme de prépa, mais plutôt de vous aider, vous, élèves de lycée (ou de collège voire de primaire si vous êtes intéressés, qui sait) à consolider vos bases au maximum et d'arriver en sup avec un avant-goût de ce qui vous attend. En ce sens, vous y trouverez votre compte que vous alliez en MPSI, PCSI, EC ou BCPST. Afin d'atteindre cet objectif, vous trouverez au sein de ce document divers exercices, certains simples, d'autres exotiques, tous vous permettant de renforcer votre intuition et certaines notions utiles, mais aussi de les approfondir autant qu'il est utile pour un futur préparationnaire (en tout cas de notre point de vue). Pour les plus curieux, des liens seront mis à disposition à certains endroits judicieux. Afin de connaître plus en détail l'organisation de ce PDF, vous pouvez vous référer au paragraphe suivant. En tout cas, bonne chance pour la suite!

1.4

Ce document est séparé en 9 chapitres principaux (plus une FAQ sur la prépa pour répondre aux questions qu'un terminale peut se poser à rpopos de cette voie), chacun correspondant à une grande branche des mathématiques, ou du moins liée aux mathématiques, à savoir :

- 1. Logique
- 2. Théorie des nombres Arithmétique
- 3. Algèbre
- 4. Analyse
- 5. Trigonométrie
- 6. Géométrie
- 7. Probabilités
- 8. Statistiques
- 9. Algorithmique

Chacun des ces chapitres est divisé en sections, chacune correspondant à une sous-branche ou à un élément particulier relatif à la branche concernée. Chaque section est divisée en 4 niveaux principaux de difficulté (+ un 5ème bonus), à savoir :

- Niveau 1 Niveau très facile, applications directes du cours. Sert à vérifier sa compréhension d'une notion.
- Niveau 2 Niveau classique, exercices type. Sert à utiliser une notion sans pour autant avoir à trop réfléchir pour la "fixer".
- Niveau 3 Niveau avancé, exercices d'aprofondissement. Plus compliqués que ceux du niveau 2, ils permettent d'aborder d'autres aspects ou éléments liés à la notion afin d'approfondir sa compréhension.
- Niveau 4 Niveau difficile, exercices nécessitant des prises d'initiative et une réflexion plus poussée. Commence à se rapprocher de ce qui est demandé en prépa.
- Niveau Bonus Suivant l'exercice, niveau très difficile à infernal. Vrais exercices de prépa, voire de concours (bien sûr, judicieusement choisis pour être faisables par un élève de lycée motivé. Si c'est un exercice de concours, le concours et l'année de l'épreuve seront précisés).

Vous pourrez distinguer 2 types d'exercices : certains approfondissent directement des notions de terminale, d'autres servant d'introduction à une notion étudiée dans le supérieur. A noter que seules les notions faisables sans autres prérequis que le programme de terminale seront éventuellement concernées. Toutes celles impliquant une différence de niveau trop importante seront également ignorées (bien que des liens puissent être fournis pour les curieux).

Enfin, chaque exercice est susceptible de comporter les parties suivantes :

- Consigne Enoncé de l'exercice donné seul et sans indications. Pris tel quel, il peut servir à faire une simulation de colle.
- Aides Indications à suivre dans l'ordre. Peuvent soit servir à se débloquer en cas de difficulté, soit faire office de consignes comme dans un exercice classique. A chaque fois, les aides fournies sont suffisantes pour résoudre l'intégralité de l'exercice de manière guidée.
- Remarques Trucs et astuces utiles et à retenir.
- Eléments utiles Rappels de propriétés ou de formules connues en terminale et utiles à l'exercice.
- Introduction à [nom de la notion] Mini leçon ou point méthode développé fourni en cas d'exercice d'introduction à une notion de sup.
- Anectodes Faits marrants et / ou intéressants sur la notion, l'épreuve de concours, etc. relative à l'exercice.
- Aller plus loin Liens et ressources utiles pour approfondir encore plus.

A noter qu'aucune correction ne sera fournie, et si vous êtes élève, vous savez très bien pourquoi. Quitte à se spoiler un exercice, autant que ce soit à travers les aides qui nécessitent un minimum de réflexion derrière pour être utiles.

FAQ sur la prépa

1 - Exemple de question
Exemple de réponse
2 - Exemple de question
Exemple de réponse

3 Logique

	3.1	Quantificateurs ————————————————————————————————————
3.1.1		Niveau 1
3.1.2		Niveau 2
3.1.3		Niveau 3
3.1.4		Niveau 4
3.1.5		Niveau Bonus

	3.2	Ensembles
3.2.1		Niveau 1
3.2.2		Niveau 2
3.2.3		Niveau 3
3.2.4		Niveau 4
3.2.5		Niveau Bonus

	3.3	Raisonnements
3.3.1		Niveau 1
3.3.2		Niveau 2
3.3.3		Niveau 3
3.3.4		Niveau 4
3.3.5		Niveau Bonus

Théorie des nombres - Arithmétique

	4.1	Divisibilité
4.1.1		Niveau 1
4.1.2		Niveau 2
4.1.3		Niveau 3
4.1.4		Niveau 4
4.1.5		Niveau Bonus

	4.2	Congruences
4.2.1		Niveau 1
4.2.2		Niveau 2
4.2.3		Niveau 3
4.2.4		Niveau 4
4.2.5		Niveau Bonus

	4.3	Division euclidienne
4.3.1		Niveau 1
4.3.2		Niveau 2
4.3.3		Niveau 3
4.3.4		Niveau 4
4.3.5		Niveau Bonus

	4.4	Equations diophantiennes
4.4.1		Niveau 1
4.4.2		Niveau 2
4.4.3		Niveau 3
4.4.4		Niveau 4
4.4.5		Niveau Bonus

	4.5	Théorèmes intéressants
4.5.1		Niveau 1
4.5.2		Niveau 2
4.5.3		Niveau 3
4.5.4		Niveau 4
4.5.5		Niveau Bonus

5 Algèbre

	5.1	Structures algébriques
5.1.1		Niveau 1
5.1.2		Niveau 2
5.1.3		Niveau 3
5.1.4		Niveau 4
5.1.5		Niveau Bonus

	5.2	Polynomes
5.2.1		Niveau 1
5.2.2		Niveau 2
5.2.3		Niveau 3
5.2.4		Niveau 4
5.2.5		Niveau Bonus

Niveau 1

5.3.1

Exercice - Une suite périodique

Consigne On fixe un entier naturel impair a. On considère une suite d'entiers naturels non nuls $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifiant, pour tout $n\in\mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{2} \text{ si } u_n \text{ est pair.}$$

$$u_{n+1} = u_n + a \text{ si } u_n \text{ est impair.}$$

- 1. Démontrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ prend au moins une valeur inférieure ou égale à a.
- 2. Démontrer qu'elle prend une infinité de fois des valeurs inférieures ou égales à a.
- 3. En déduire qu'elle est périodique à partir d'un certain rang.

Aides

- Il sera bon, et ce tout au long de l'exercice, de s'appuyer sur quelques exemples afin de visualiser clairement le fonctionnement d'une telle suite.
- On pourra s'intéresser à la décroissance de la suite en raisonnant par disjonction de cas et par récurrence (mais quel type de récurrence?). Attention à poser une inégalité judicieuse.
- On pourra pour ensuite raisonner par l'absurde après avoir étudié ce qu'il se passe quand u_n est inférieur ou égal à a.
- Attention à bien réfléchir sur la nature du terme minimal de la suite. Que doit-il nécessairement être?
- On pourra finalement utiliser le principe des tiroirs en gardant en tête que l'on étudie une suite.

Niveau 2	5.3.2
Niveau 3	5.3.3
Niveau 4	5.3.4
Niveau Bonus	5.3.5

Matrices		5.4
eau 1	Nivea	5.4.1
yeau 2	Nivea	5.4.2
reau 3	Nivea	5.4.3
reau 4	Nivea	5.4.4
Bonus	Niveau Bo	5.4.5

	5.5	Nombres complexes
5.5.1		Niveau 1
5.5.2		Niveau 2
5.5.3		Niveau 3
5.5.4		Niveau 4
5.5.5		Niveau Bonus

5.6

Sommes

Niveau 1

5.6.1

Exercice - Somme et fonctions trigonométriques

Consigne Soit $\theta \in \mathbb{R}$, $\forall n \in \mathbb{N}$, on a:

$$S_n = \sum_{k=1}^n \cos((2k-1)\theta)$$

Montrer que:

$$S_n = \frac{\sin(2n\theta)}{2\sin(\theta)}$$

Aides

• On remarque que : $\sin(a+b) - \sin(a-b) = 2\sin(b)\cos(a)$.

Exercice - Somme et binôme

Consigne Soit $n \in \mathbb{N}, \forall p \in [1; n]$ on a: $T_n = \sum_{k=p}^n \binom{k}{p}$

Exprimer T_n .

Aides

• On pourra s'aider du triangle de Pascal et du binôme de Newton.

Exercice - Sommes et binôme

Consigne $\forall n \in \mathbb{N}^*$, on a:

$$T_n = \sum_{(i,j) \in [[1;n]]^2} \binom{n}{i} (j+i)$$

Exprimer T_n en fonction de n.

Aides

- On pourra s'aider du résultat obtenu à l'exercice Somme et binôme.
- Il sera en l'occurence intéressant de dériver l'égalité ainsi obtenue.

5.6.2

Exercice - Somme et valeur absolue

Consigne $\forall n \in \mathbb{N}^*$, on a:

$$S_n = \sum_{(i,j) \in [1,n]^2} |i-j|$$

Déterminer la valeur de S_n en fonction de n.

Aides

• On pourra s'appuyer sur la représentation graphique de la suite suivante, avec j un entier naturel supérieur ou égal à 1 :

$$u_i = |i - j|$$

• Il est possible de séparer la deuxième somme en deux sommes distinctes que l'on choisira judicieusement (s'aider de l'indication précédente).

Exercice - Somme et trigonométrie

Consigne Soit $\theta \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}, \text{ on a :}$ $S_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos(k\theta)$

$$S_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos(k\theta)$$

Exprimer S_n en fonction de n et θ .

Aides

- On pourra remplacer le cosinus par une expression plus judicieuse ici grâce aux nombres complexes.
- On pourra s'aider de la formule de binôme de Newton.
- On pourra faire apparaître la formule d'Euler.
- Penser à la technique de l'angle moitié.
- On pourra refaire apparaître un cosinus.

Niveau	3
Niveau	4
Niveau Bonu	lS

	5.7	Produits
5.7.1		Niveau 1
5.7.2		Niveau 2
5.7.3		Niveau 3
5.7.4		Niveau 4
5.7.5		Niveau Bonus

Ţ	5.8	Inégalités
5.8.1	Nivea	ıu 1
5.8.2	Nivea	ıu 2
	- Inégalités et fractions $\mathbf{e} \text{Soient } (a,b) \in \mathbb{R}_+^{*2}. \text{ Démontrer que :}$	
Aides	$\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leqslant \sqrt{ab}$	
• On	pourra d'abord démontrer que : $\sqrt{ab} \leqslant \tfrac{a+b}{2}$	
5.8.3	Nivea	ıu 3
5.8.4	Nivea	ıu 4
5.8.5	Niveau Bo	onus

6 Analayse

6.1

Intégration

Niveau 1

6.1.1

Exercice - Intégrations par partie

Consigne Soit:

$$I(x) = \int_0^x \cos(t)e^{-t}dt$$

Exprimer I(x) en fonction de x.

Aides

• On pourra faire 2 intégrations par partie successives.

Niveau 2

6.1.2

Exercice - Intégrales et arrondis

Consigne Soit:

$$I = \int_0^{100} \lfloor x \rfloor x \lceil x \rceil dx$$

Calculer I.

Aides

- Il est possible de transformer cette intégrale en une somme d'intégrales plus simples à manipuler.
- En conservant la même intégrande qu'avec I, faire la somme des intégrales de k à k+1 pour k variant de 0 à 99.
- Une fois la somme exprimée, il est possible de remplacer $\lfloor x \rfloor$ et $\lceil x \rceil$ par autre chose.

6.1.3	Niveau 3
6.1.4	Niveau 4
6.1.5	Niveau Bonus

	6.2	Limites
6.2.1		Niveau 1
6.2.2		Niveau 2
6.2.3		Niveau 3
6.2.4		Niveau 4
6.2.5		Niveau Bonus

	6.3	Continuité
6.3.1		Niveau 1
6.3.2		Niveau 2
6.3.3		Niveau 3
6.3.4		Niveau 4
6.3.5		Niveau Bonus

	6.4	Equations différentielles
6.4.1		Niveau 1
6.4.2		Niveau 2
6.4.3		Niveau 3
6.4.4		Niveau 4
6.4.5		Niveau Bonus

	6.5	Dérivabilité ————————————————————————————————————
6.5.1		Niveau 1
6.5.2		Niveau 2
6.5.3		Niveau 3
6.5.4		Niveau 4
6.5.5		Niveau Bonus

(6.6	Convexité
6.6.1		Niveau 1
6.6.2		Niveau 2
6.6.3		Niveau 3
6.6.4		Niveau 4
6.6.5		Niveau Bonus

Trigonométrie

7.1 Formules d'addition et de soustraction

7.1.1	Niveau 1
7.1.2	Niveau 2
7.1.3	Niveau 3
7.1.4	Niveau 4
7.1.5	Niveau Bonus

	7.2	Formules de duplication
7.2.1		Niveau 1
7.2.2		Niveau 2
7.2.3		Niveau 3
7.2.4		Niveau 4
7.2.5		Niveau Bonus

7.3 Trigonométrie et exponentielle complexe Niveau 1 Niveau 2 Niveau 3 Niveau 4 Niveau 4 Niveau Bonus

	7.4	Formules de Carnot
7.4.1		Niveau 1
7.4.2		Niveau 2
7.4.3		Niveau 3
7.4.4		Niveau 4
7.4.5		Niveau Bonus

	7.5	Formules de Simpson
7.5.1		Niveau 1
7.5.2		Niveau 2
7.5.3		Niveau 3
7.5.4		Niveau 4
7.5.5		Niveau Bonus

	7.6	Formules de linéarisation
7.6.1		Niveau 1
7.6.2		Niveau 2
7.6.3		Niveau 3
7.6.4		Niveau 4
7.6.5		Niveau Bonus

7.7 Formules liées à la tangente de l'angle moitié 7.7 Niveau 1 7.7.2 Niveau 2 7.7.3 Niveau 3 7.7.4 Niveau 4 Niveau 4 Niveau Bonus

	7.8	Formules liées à l'angle double
7.8.1		Niveau 1
7.8.2		Niveau 2
7.8.3		Niveau 3
7.8.4		Niveau 4
7.8.5		Niveau Bonus

S Géométrie

	8.1	Géométrie dans le plan
8.1.1		Niveau 1
8.1.2		Niveau 2
8.1.3		Niveau 3
8.1.4		Niveau 4
8.1.5		Niveau Bonus

	8.2	Géométrie dans l'espace
8.2.1		Niveau 1
8.2.2		Niveau 2
8.2.3		Niveau 3
8.2.4		Niveau 4
8.2.5		Niveau Bonus

	8.3	Géométrie et nombres complexes
8.3.1		Niveau 1
8.3.2		Niveau 2
8.3.3		Niveau 3
8.3.4		Niveau 4
8.3.5		Niveau Bonus

	8.4	Théorèmes intéressants
8.4.1		Niveau 1
8.4.2		Niveau 2
8.4.3		Niveau 3
8.4.4		Niveau 4
8.4.5		Niveau Bonus

Q Probabilités

	9.1	Dénombrement
9.1.1		Niveau 1
9.1.2		Niveau 2
9.1.3		Niveau 3
9.1.4		Niveau 4
9.1.5		Niveau Bonus

	9.2	Probabilités conditionnelles
9.2.1		Niveau 1
9.2.2		Niveau 2
9.2.3		Niveau 3
9.2.4		Niveau 4
9.2.5		Niveau Bonus

	9.3	Indépendance
9.3.1		Niveau 1
9.3.2		Niveau 2
9.3.3		Niveau 3
9.3.4		Niveau 4
9.3.5		Niveau Bonus

	9.4	Union et intersection
9.4.1		Niveau 1
9.4.2		Niveau 2
9.4.3		Niveau 3
9.4.4		Niveau 4
9.4.5		Niveau Bonus

	9.5	Lois de probabilité
9.5.1		Niveau 1
9.5.2		Niveau 2
9.5.3		Niveau 3
9.5.4		Niveau 4
9.5.5		Niveau Bonus

 $10 \hspace{1.5cm} \underline{\hspace{1.5cm}} \hspace{1.$

	10.1	Paramètres de position
10.1.1		Niveau 1
10.1.2		Niveau 2
10.1.3		Niveau 3
10.1.4		Niveau 4
10.1.5		Niveau Bonus

	10.2	Paramètres de dispersion
10.2.1		Niveau 1
10.2.2		Niveau 2
10.2.3		Niveau 3
10.2.4		Niveau 4
10.2.5		Niveau Bonus

	10.3	Diagrammes
10.3.1		Niveau 1
10.3.2		Niveau 2
10.3.3		Niveau 3
10.3.4		Niveau 4
10.3.5		Niveau Bonus

	11.1	Python
11.1.1		Niveau 1
11.1.2		Niveau 2
11.1.3		Niveau 3
11.1.4		Niveau 4
11.1.5		Niveau Bonus

	11.2	Algorithmes intéressants
11.2.1		Niveau 1
11.2.2		Niveau 2
11.2.3		Niveau 3
11.2.4		Niveau 4
11.2.5		Niveau Bonus

	11.3	Complexité d'un algorithme
11.3.1		Niveau 1
11.3.2		Niveau 2
11.3.3		Niveau 3
11.3.4		Niveau 4
11.3.5		Niveau Bonus