Lois de probabilité

1 Lois à valeurs entières

Loi	Détermination des p_k	Moments	$\varphi(t)$
Bernoulli $\mathcal{B}(1,p)$ ($p \in]0,1[$)	$\mathbb{P}(X=1)=p$ $\mathbb{P}(X=0)=1-p$ 0, sinon	$\mathbb{E}(X)=p$ $\mathrm{Var}(X)=p(1-p)$	$1-p+pe^{it}$
Binomiale $\mathcal{B}(n,p)$ ($n \in \mathbb{N}^*, p \in]0,1[$)	$\mathbb{P}(X=k \in [\![0,n]\!]) = \binom{k}{n} p^k(1-p)^{n-k}$ 0, sinon	$\mathbb{E}(X)=np$ $\mathrm{Var}(X)=np(1-p)$	$(1-p+pe^{it})^n$
Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$ ($\lambda \in \mathbb{R}_+^*$)	$\mathbb{P}(X=k \in \mathbb{N}) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$ 0, sinon	$\mathbb{E}(X)=\lambda$ $\mathrm{Var}(X)=\lambda$	$e^{-\lambda(1-e^{it})}$
Géométrique (ou de Pascal) $\mathcal{G}(p)$ ($p \in]0,1[$)	$\mathbb{P}(X=k \in \mathbb{N}^*) = (1-p)^{k-1}p$ 0, sinon	$\mathbb{E}(X)=\frac{1}{p}$ $\mathrm{Var}(X)=\frac{1-p}{p^2}$	$\frac{pe^{it}}{1-(1-p)e^{it}}$

2 Lois continues

Loi	Densité $f(x)$	FdR $F(x)$	Moments	$\varphi(t)$
$\beta_1(p,q)$ ($p>0, q>0$)	$\frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)}x^{p-1}(1-x)^{q-1}\mathbb{1}_{[0,1]}(x)$		$\mathbb{E}(X)=\frac{p}{p+q}$ $\mathrm{Var}(X)=\frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}$	
$\beta_2(p,q)$ ($p>0, q>0$)	$\frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)}\frac{x^{p-1}}{(1+x)^{p+q}}\mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(x)$		$\mathbb{E}(X)=\frac{p}{q-1}$ si $q>1$ $\mathrm{Var}(X)=\frac{p(p+q-1)}{(q-2)(q-1)^2}$ si $q>2$	
$\gamma(p,\theta)$ ($p>0, q>0$)	$\frac{\theta^p e^{-\theta x}x^{p-1}}{\Gamma(p)}\mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(x)$	$1-e^{-\theta x}\sum_{k=1}^{p-1}\frac{\theta^k x^k}{k!}$ si $p \in \mathbb{N}^*$ et $x>0$ 0, sinon	$\mathbb{E}(X)=\frac{p}{\theta}$ $\mathrm{Var}(X)=\frac{p}{\theta^2}$	$\left(\frac{\theta}{\theta-it}\right)^p$
Exponentielle $\varepsilon(\theta)(\theta>0)$	$\theta e^{-\theta x}\mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(x)$	$1-e^{-\theta x}$ si $x>0$ 0, sinon	$\mathbb{E}(X)=\frac{1}{\theta}$ $\mathrm{Var}(X)=\frac{1}{\theta^2}$	$\frac{\theta}{\theta-it}$
Cauchy	$\frac{1}{\pi}\frac{1}{1+x^2}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\mathrm{Arctan}(x)$	AUCUN	$e^{-\lvert t\rvert}$
Fisher - Snedecor $\mathcal{F}(p,q)$ ($p>0, q>0$)	$p^{\frac{p}{2}}q^{\frac{q}{2}}\frac{\Gamma\left(\frac{p+q}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)\Gamma\left(\frac{q}{2}\right)}\frac{x^{\frac{p}{2}-1}}{(q+px)^{\frac{p+q}{2}}}\mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(x)$		$\mathbb{E}(X)=\frac{q}{q-2}$ si $q>2$ $\mathrm{Var}(X)=\frac{2q^2(p+q-2)}{p(q-2)^2(q-4)}$ si $q>4$	
Gumbel ($\theta>0$)	$\theta e^{-x-\theta e^{-x}}$	$e^{-\theta e^{-x}}$		
$\chi^2_p(p>0)$	$\frac{e^{-\frac{x}{2}}x^{\frac{p}{2}-1}}{2^{\frac{p}{2}}\Gamma(\frac{p}{2})}\mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(x)$		$\mathbb{E}(X)=p$ $\mathrm{Var}(X)=2p$	

Loi	Densité $f(x)$	FdR $F(x)$	Moments	$\varphi(t)$
Laplace ($\mu \in \mathbb{R}$, $b > 0$)	$\frac{1}{2b} e^{-\frac{\lvert x-\mu \rvert}{b}}$		$\mathbb{E}(X) = \mu$ $\mathrm{Var}(X) = 2b^2$	$\frac{e^{\mu it}}{1+b^2t^2}$
Logistique ($a > 0$, $b > 0$)	$\frac{abe^{-bx}}{(1+ae^{-bx})^2}$	$\frac{1}{1+ae^{-bx}}$	$\mathbb{E}(X) = \frac{\ln(a)}{b}$ $\mathrm{Var}(X) = \frac{\pi^2}{3b^2}$	
Lognormale ($\sigma^2 > 0$)	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln(x)-m)^2} \frac{1}{x} \mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(x)$		$\mathbb{E}(X) = e^{m+\frac{\sigma^2}{2}}$ $\mathrm{Var}(X) = e^{2m}(e^{2\sigma^2} - e^{\sigma^2})$	
Normale $\mathcal{N}(0,1)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$		$n \in \mathbb{N}$ $\mathbb{E}(X^{2n+1}) = 0$ $\mathbb{E}(X^{2n}) = \frac{(2n)!}{2^n n!}$	$e^{-\frac{t^2}{2}}$
Normale $\mathcal{N}(m,\sigma^2)$ ($m \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$)	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$		$\mathbb{E}(X) = m$ $\mathrm{Var}(X) = \sigma^2$	$e^{itm-\frac{t^2\sigma^2}{2}}$
Normale $\mathcal{N}(m,\Sigma)$ ($m \in \mathbb{R}^p$, $\det(\Sigma) > 0$)	$\frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}}\sqrt{\det(\Sigma)}} e^{-\frac{1}{2}(x-m)^T\Sigma^{-1}(x-m)}$		$\mathbb{E}(X) = m$ $\mathrm{Var}(X) = \Sigma$	$e^{it^Tm-\frac{t^T\Sigma t}{2}}$
Pareto ($\beta > 0$, $x_0 > 0$)	$\frac{\beta x_0^\beta}{x^{\beta+1}} \mathbb{1}_{x \geq x_0}(x)$	$\left[1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)^\beta\right] \mathbb{1}_{x \geq x_0}(x)$	si $\beta > 1, \mathbb{E}(X) = \frac{\beta x_0}{\beta - 1}$ si $\beta > 2, \mathrm{Var}(X) = \frac{\beta x_0^2}{(\beta-1)^2(\beta-2)}$	
Student $\mathcal{T}(p)$ ($p > 0$)	$\frac{1}{\sqrt{p}} \frac{\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{p}\right)\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \frac{1}{\left(1+\frac{x^2}{p}\right)^{\frac{p+1}{2}}}$		$\mathbb{E}(X) = 0$ $\mathrm{Var}(X) = \frac{p}{p-2}$ si $p > 2$	
Uniforme $\mathcal{U}([a,b])$ ($a < b$)	$\frac{1}{b-a} \mathbb{1}_{[a,b]}(x)$	0, si $x \leq a$ $\frac{x-a}{b-a}$ si $x \in [a,b]$ 1 si $x > b$	$\mathbb{E}(X) = \frac{a+b}{2}$ $\mathrm{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$	$e^{it\frac{a+b}{2}} \frac{\sin(t\frac{b-a}{2})}{t\frac{b-a}{2}}$
Weibull ($\alpha > 0$, $\theta > 0$)	$\alpha\theta e^{-\theta x^\alpha} x^{\alpha-1} \mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(x)$	$(1 - e^{-\theta x^\alpha})\mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}$		

3 Propriétés

4 Distributions liées

5 Rappels