LISTA DE EXERCÍCIOS nº6 – LÓGICA DE PREDICADOS (linguagem – sintaxe e semântica)

1. Para as fórmulas abaixo, identifique o escopo de cada um dos quantificadores e indique os símbolos livres.

a) $(\forall x)(p(x) \rightarrow q(x))$

b) $(\forall x)((\exists y)(p(x, f_1(y)) \wedge q(f_2(x), y)) \rightarrow r(x))$

c) $(\exists x)(p(x)) \vee (\forall y)(q(y))$

d) $(\exists x)(q(x, y) \rightarrow (\exists y)(r(f(x), y)))$

e) $(\forall x)(p(x) \rightarrow q(y))$

f) $(\exists x)(p(x) \wedge (\forall y)(q(x, y)))$

g) $(\exists x)((\forall y)\ (p(x, y)) \leftrightarrow q(x, y))$

h) $(\exists x)((\forall y)((p(x, y) \vee q(y, z)) \rightarrow p(c_1, z)))$

i) $(\forall x)((\forall y)((\forall z)((p(x, y) \wedge p(y, z)) \rightarrow p(x, z))))$

j) $((\forall x)((\exists y)(p(x, y)))) \rightarrow p(f(c_1, c_2), x)$

---

2. Determine a interpretação das fórmulas a seguir, considerando que:

2.1 U = conjunto dos números naturais

I [c] = 3
I [x] = 10
I [f(x, y)] = x + y
I [p(x)] = V, se (x é divisível por 5)

a) $p(f(x, c))$
b) $p(x)$
c) $p(c)$
d) $p(f(x, f(x, 5)))$

2.2 U = conjunto dos números naturais

I [c_1] = 0
I [c_2] = 1
I [x] = 3
I [y] = 2
I [$f_1(x, y)$] = x + y
I [$f_2(x, y)$] = x * y
I [p(x, y)] = V, se (x < y)

a) $\neg p(x, y) \rightarrow p(c_1, f_1(x, y))$
b) $p(f_1(x, f_2(x, x)), c_2) \rightarrow (p(c_1, c_2) \wedge p(x, f_2(2, 2))$

2.3 I [x] = 14

I [y] = 14
I [p(x, y)] = V, se ($x \leq y$)

2.3.1 - U = conjunto dos números naturais
2.3.2 - U = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14}

a) $(\forall x)(p(x, y))$
b) $(\exists x)(p(x, y))$

2.4 U = conjunto dos números naturais

I [p(x)] = V, se ($x \geq 0$)
I [q(x)] = V, se (x é divisível por 5)
I [r(x)] = V, se (x < 0)

a) $(\forall x)(p(x))$
b) $(\exists x)(p(x))$
c) $(\forall x)(q(x))$
d) $(\exists x)(q(x))$
e) $(\forall x)(r(x))$
f) $(\exists x)(r(x))$

2.5 U = conjunto dos números naturais

I [f(x)] = 2^x
I [p(x)] = V, se (x é divisível por 4)

a) $(\exists y)(p(f(y)))$
b) $(\forall x)(p(f(x)))$
c) $\neg((\forall x)(p(x)))$
d) $(\forall x)(\neg p(x))$
e) $(\forall x)(p(x)) \wedge (\exists y)(p(f(y)))$
f) $(\forall x)(p(x)) \vee (\exists y)(p(f(y)))$

2.6 U = conjunto dos números inteiros

I[p(x)] = V, se (x é ímpar)
I[q(x)] = V, se (x < 10)
I[r(x)] = V, se (x > 9)

a) $(\exists x)(p(x))$
b) $(\forall x)(q(x) \rightarrow p(x))$
c) $(\exists x)(q(x) \wedge r(x))$
d) $(\forall x)(q(x) \vee r(x))$

2.7 U = conjunto dos números naturais

I [p(x, y)] = V, se $(x < y)$
I [q(x, y)] = V, se $(x > y)$
I [r(x, y)] = V, se $(x \leq y)$
I [s(x, y)] = V, se $(x \neq y)$

a) $(\forall x)((\exists y)(p(x, y)))$
b) $(\exists x)((\forall y)(p(x, y)))$
c) $(\exists x)((\exists y)(p(x, y)))$
d) $(\forall x)((\forall y)(p(x, y)))$
e) $(\forall x)((\exists y)(q(x, y)))$
f) $(\exists x)((\forall y)(q(x, y)))$
g) $(\exists x)((\exists y)(q(x, y)))$
h) $(\forall x)((\exists y)(r(x, y)))$
i) $(\exists x)((\forall y)(r(x, y)))$
j) $(\exists x)((\exists y)(r(x, y)))$
k) $(\forall x)((\exists y)(s(x, y)))$
l) $(\exists x)((\forall y)(s(x, y)))$
m) $(\exists x)((\exists y)(s(x, y)))$

2.8 U = conjunto dos números reais

I [c_1] = 1
I [c_2] = 25
I [x] = 13
I [y] = 77
I [f(x, y)] = x / y
I [p(x, y)] = V, se $(x < y)$

a) $(\forall x)(p(x, y))$
b) $(\exists x)(p(x, y))$
c) $(\forall x)((\exists y)(p(x, y) \rightarrow p(c_2, f(c_1, c_2))))$
d) $(\forall x)((\exists y)(p(x, y) \rightarrow p(f(c_1, c_2), c_2)))$
e) $(\forall x)((\exists y)(p(x, y)) \rightarrow p(x, y))$
f) $((\forall x)((\exists y)(p(x, y)))) \rightarrow p(f(c_1, c_2), x)$

2.9 U = conjunto dos números inteiros

I [c_1] = 0
I [x] = 1
I [y] = -1
I [f(x)] = x + 1
I [p(x, y)] = V, se $(x < y)$
I [q(x)] = V, se (x é par)

a) $p(x, c_1)$
b) $q(f(y)) \wedge p(x, f(x))$
c) $(\exists x)(p(y, x))$
d) $(\forall y)(p(y, c_1) \vee p(f(y), y))$
e) $(\forall x)((\exists y)(p(x, y)))$
f) $(\exists y)((\forall x)(p(x, y)))$

3. Considerando que o universo de discurso das fórmulas abaixo é um conjunto de 10 pessoas, preencha na segunda coluna a quantidade de pessoas que podem ser bonitas caso a fórmula da primeira coluna seja verdadeira.

fórmula	quantidade de pessoas
$(\forall x)(bonito(x))$	
$(\forall x)(\neg bonito(x))$	
$\neg((\forall x)(bonito(x)))$	
$(\exists x)(bonito(x))$	
$(\exists x)(\neg bonito(x))$	
$\neg((\exists x)(bonito(x)))$	