

# Lógica de Predicados

<parte 1 - introdução>

LÓGICA PARA COMPUTAÇÃO

PROF. JONATHAN GIL MÜLLER



# Introdução

Exemplo 1:

- >> **LINGUEM NATURAL:** Todo estudante é mais jovem do que algum professor.
- >> **LINGUEM SIMBÓLICA (PROPOSICIONAL):**  $P$

Na lógica proposicional podemos identificar essa frase como uma proposição atômica (simples). Porém, existem muitas **informações presentes nessa frase que não podem ser expressas na linguagem da lógica proposicional**, por exemplo:

- ❖ Ser um estudante.
- ❖ Ser um professor.
- ❖ Ser mais jovem que alguém.

A lógica proposicional possui certas limitações que não permitem a representar uma propriedade que relacione logicamente as informações.

# Introdução

>> **LINGUEM NATURAL:** Todo estudante é mais jovem do que algum professor.

Como ou quais elementos poderíamos utilizar para melhorar a declaração da informação contida nessa frase?

- ❖  $E(\text{luan}) = \text{Luan é um estudante.}$
- ❖  $P(\text{jonathan}) = \text{Jonathan é um professor.}$
- ❖  $J(\text{luan}, \text{jonathan}) = \text{Luan é mais jovem que Jonathan.}$

Nesse caso, Luan e Jonathan  
são elementos que  
pertencem a um universo



# Introdução

- ❖  $E(\text{luan})$  = Luan é um estudante.
- ❖  $P(\text{jonathan})$  = Jonathan é um professor.
- ❖  $J(\text{luan}, \text{jonathan})$  = Luan é mais jovem que Jonathan.



- ❖  $E(x)$  =  $x$  é um estudante.
- ❖  $P(y)$  =  $y$  é um professor.
- ❖  $J(x, y)$  =  $x$  é mais jovem que  $y$ .

A ideia de variável é interessante, pois, caso contrário, teríamos que testar a validade da frase com todos estudantes e professores de um determinado universo.

Assim torna-se possível formalizar a expressão sabendo que  $x$  e  $y$  são variáveis ( $x$  guarda lugar para um aluno e  $y$  guarda lugar para um professor) que pertencem a um respectivo conjunto universo (FURB, neste exemplo).

Porém, com estes símbolos ainda não conseguimos representar a essência da frase inicial: todo estudante é mais jovem do que algum professor. **O que ainda falta???**

# Introdução

Todo estudante é mais jovem do que algum professor.

Para representar toda a informação da expressão precisamos de **quantificadores** para as variáveis pertencentes as palavras “todo” e “algum”.

Considerando  $\forall$  (todo, para qualquer, ...) e  $\exists$  (algum, existe, ...) como símbolos quantificadores podemos expressar a frase acima na seguinte linguagem simbólica:

$$\forall x(E(x) \rightarrow (\exists y(P(y) \wedge J(x, y))))$$

**INTERPRETAÇÃO:** para todo  $x$ , se  $x$  é um estudante, então existe algum  $y$  que é professor tal que  $x$  é mais novo que  $y$ .

# Introdução

Exemplo 2:

>> **LINGUEM NATURAL:** Nem todas as aves podem voar.

Como podemos formalizar essa frase em linguagem simbólica (lógica) considerando a totalidade da informação contida?

# Introdução

Exemplo 2:

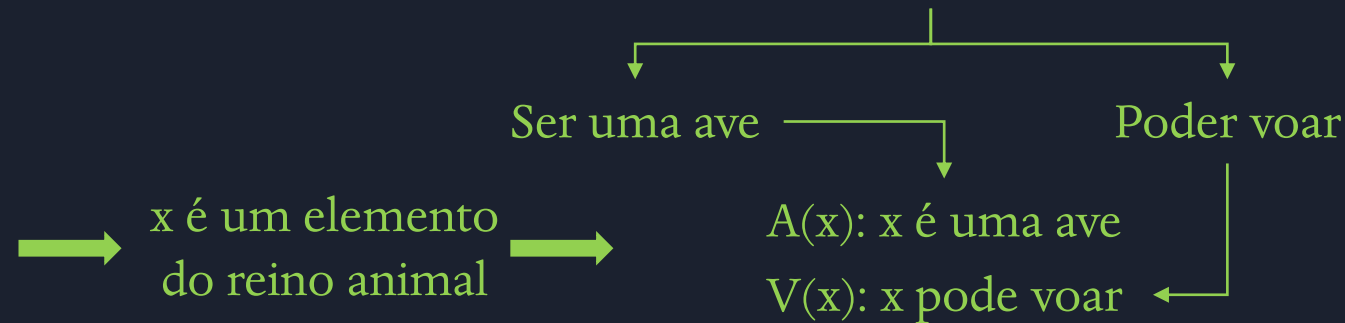
>> **LINGUEM NATURAL:** Nem todas as aves podem voar.

Como podemos formalizar essa frase em linguagem simbólica (lógica) considerando a totalidade da informação contida?

Qual o conjunto universo para esta situação?

Reino animal  
(sugestão)

Quais predicados são necessários para caracterizar os elementos envolvidos no contexto da sentença?



# Introdução

Exemplo 2:

>> **LINGUEM NATURAL:** Nem todas as aves podem voar.

Como podemos formalizar essa frase em linguagem simbólica (lógica) considerando a totalidade da informação contida?

$$\neg(\forall x(A(x) \rightarrow V(x)))$$

INTERPRETAÇÃO: não é verdade que todas as aves podem voar.

$$\exists x(A(x) \wedge \neg V(x))$$

INTERPRETAÇÃO: existe algum x que é uma ave e não pode voar.



# Introdução

Exemplo 3:

>> **LINGUEM NATURAL:** André e Paulo têm a mesma avó materna.

Como podemos formalizar essa frase em linguagem simbólica (lógica) considerando a totalidade da informação contida?

# Introdução

Temos que mostrar que a mãe de André e Paulo são irmãs, ou seja, tem a mesma mãe.

Exemplo 3:

>> **LINGUEM NATURAL:** André e Paulo têm a mesma avó materna.

Como podemos formalizar essa frase em linguagem simbólica (lógica) considerando a totalidade da informação contida?

Qual o conjunto universo para esta situação?



Todas as pessoas do mundo (sugestão)

Quantas elementos diferentes estão envolvidas na sentença?



3 pessoas, sendo 2 constantes e 1 variável

CONSTANTE

$a = \text{André}$

$b = \text{Paulo}$

VARIÁVEL

$x = \text{avó}$

# Introdução

Temos que mostrar que a mãe de André e Paulo são irmãs, ou seja, tem a mesma mãe.

Exemplo 3:

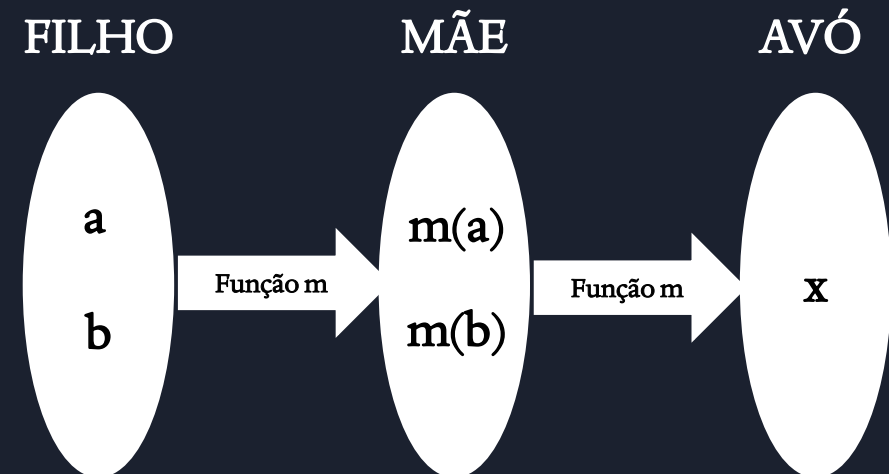
>> **LINGUEM NATURAL:** André e Paulo têm a mesma avó materna.

Como podemos formalizar essa frase em linguagem simbólica (lógica) considerando a totalidade da informação contida?

Para esta situação podemos definir uma função que relaciona filho com sua respectiva mãe?

OBJETO ←  $m(x) = y$ :  $y$  é a mãe de  $x$

VALOR VERDADE ← Faz a mesma função do predicado  $M(x,y)$ :  $y$  é mãe de  $x$ , por exemplo



# Introdução

Temos que mostrar que a mãe de André e Paulo são irmãs, ou seja, tem a mesma mãe.

Exemplo 2:

>> **LINGUEM NATURAL:** André e Paulo têm a mesma avó materna.

Como podemos formalizar essa frase em linguagem simbólica (lógica) considerando a totalidade da informação contida?

$$m(m(a)) = m(m(p))$$

**INTERPRETAÇÃO:** a mãe da mãe do André (avó) é a mãe da mãe do Paulo (avó).

# Introdução

**CONCLUSÃO:** a lógica de predicados complementa a lógica proposicional, portanto, percebe-se que sua linguagem é mais complexa.

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{LÓGICA} \\ \text{PREDICADOS} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \text{LÓGICA} \\ \text{PROPOSICIONAL} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{QUANTIFI-} \\ \text{CADORES} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{VARIÁVEIS E} \\ \text{CONSTANTES} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{PREDICADOS} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{FUNÇÕES} \\ \hline \end{array}$$