LÓGICA PROPOSICIONAL

Lógica para Computação

Prof. Jonathan Gil Müller

Escopo da disciplina:

Unidade 1:

INTRODUÇÃO À LÓGICA

FINALIZADO

>> ~~O que é lógica?~~

>> ~~Porque estudar lógica?~~

>> ~~Histórico e evolução.~~

Unidade 2:

LÓGICA PROPOSICIONAL

>> Introdução: proposições, princípios, operadores lógicos;

>> Linguagem: sintaxe e semântica;

>> Métodos para verificar a validade de fórmulas: (a) tabelas verdade, (b) método da refutação, (c) dedução formal

>> Formalização de problemas.

Unidade 3:

LÓGICA DE PREDICADOS

>> Introdução;

>> Linguagem: sintaxe e semântica;

>> Métodos para verificar a validade de fórmulas: dedução formal;

>> Formalização de Problemas.

Unidade 4:

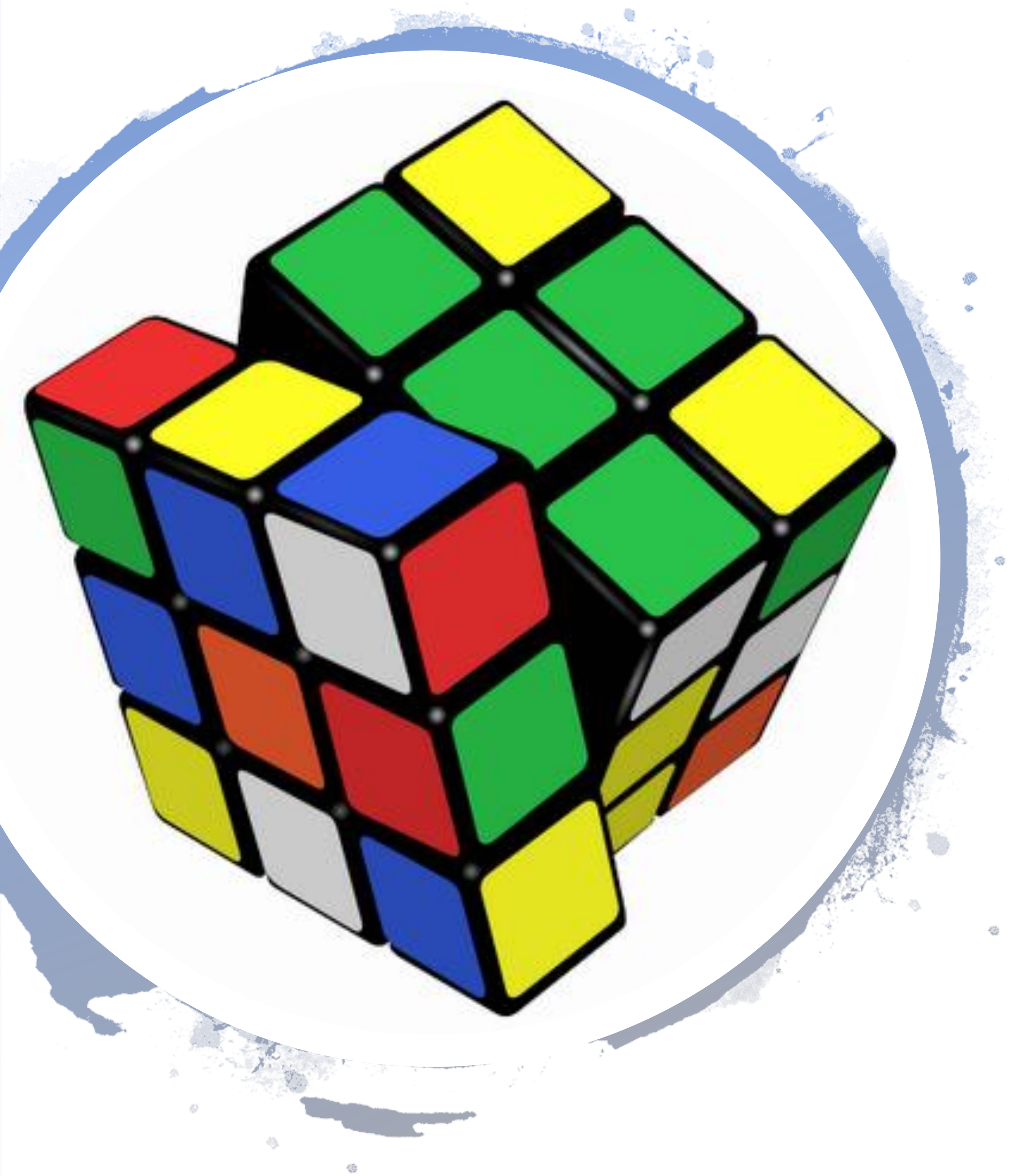
FORMALIZAÇÃO DE PROGRAMAS E SISTEMAS DE COMPUTAÇÃO SIMPLES

>> PROgramming in LOGic (PROLOG)

FURB

O que são Proposições?

Uma Proposição é qualquer **frase afirmativa** na qual se pode decidir se ela é **falsa ou verdadeira**, porém não ambos.



Exemplos de proposições:

São proposições:

1. Paraguai e Brasil são países limítrofes.
2. Blumenau é a capital do Brasil.
3. 4 x 3 = 3 x 4
4. Vou ao cinema se e somente se conseguir dinheiro.
5. As rosas são vermelhas.
6. As violetas são brancas.
7. As rosas são vermelhas e as violetas são brancas.

Contraexemplos de proposições:

Não são proposições:

1. Onde você mora?
2. 8-16
3. Escreva um verso.
4. Triângulo equilátero.
5. x - 6 = 5

Quais das seguintes sentenças são proposições?

a)	$1 + 4 = 5$	proposição, V
b)	8 não é um número ímpar.	proposição, V
c)	A Terra é arredondada.	proposição, V
d)	$x > 7$	afirmação, mas não proposição
e)	Elefante branco.	não é proposição
f)	Você fala italiano?	não é proposição
g)	Leia o livro texto.	não é proposição

Princípios

Princípio da Identidade:

- Uma proposição verdadeira é verdadeira, uma proposição falsa é falsa.
  - A é A e não pode ser B, C ou D
  - Uma proposição é o que é.

Princípios

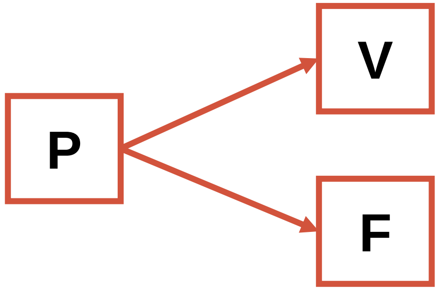
Princípio da Não Contradição:

- Uma proposição não pode ser falsa e verdadeira ao mesmo tempo.
  - Maria **é** e **não é** Catarinense.
- Uma coisa não pode ser e não ser ao mesmo tempo.
- Uma proposição e a sua negação não podem ser simultaneamente verdadeiras.
- Duas proposições contraditórias não podem ser simultaneamente verdadeiras.

Princípios

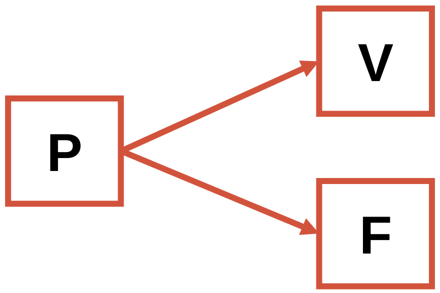
Princípio do Terceiro Excluído:

- Qualquer proposição é verdadeira ou é falsa, não podendo ser nada mais do que isso.
- Não há meio termo.



Valor Lógico das Proposições

- V ou 1 - True (Verdadeiro)
  se uma proposição é verdadeira
- F ou 0 - False (Falso)
  se uma proposição é falsa



Proposições: Tipos

- Tipos:

Simples (Atômica)	Composta
Apenas uma proposição	Combinação de uma ou mais proposições simples por meio de elementos chamados operadores ou conectivos.
Ex.: José é careca.	Ex.: José é careca e Pedro é estudante.

- Proposições são representadas por letras chamadas símbolos proposicionais:

P, Q, R, S, P1, Q1, R1, S1, P2, Q2, R2, S2,

  - P = José é careca.
  - Q = Pedro é estudante
  - $(P \wedge Q)$ = José é careca e Pedro é estudante.

Conectivos Proposicionais ou Operadores Lógicos

Conectivos Proposicionais

Negação: $\neg$ ~	~P Não P
Conjunção: $\wedge$	$P \wedge Q$ P e Q
Disjunção: $\vee$	$P \vee Q$ P ou Q
Implicação: $\rightarrow$	$P \rightarrow Q$ Se P então Q
Bi-Implicação: $\leftrightarrow$	$P \leftrightarrow Q$ P se e somente se Q

Conectivos Proposicionais: **Exemplos**

- **Conjunção: ^ (e)**
  - Paulo é advogado **e** Maria é enfermeira.
- **P ^ Q**

- **Disjunção: ˅ (ou)**
  - Paulo é contador **ou** Joana é médica.
- **P ˅ Q**

- **Implicação: → (Se...então)**
  - **Se** eu viajar **então** não irei a escola.
- **P → Q**

- **Bi-Implicação: ↔ (se e somente se)**
  - Você será aprovado nesta disciplina **se e somente se** estudar bastante.
- **P ↔ Q**

- **Negação: ¬ ~ (não)**
  - O Sol **não** é verde.
- **~ P**

Lógica Proposicional

- A especificação da linguagem da lógica proposicional envolve:
  - **Sintaxe:** regras para escrever fórmulas bem formadas a partir de símbolos proposicionais, de pontuação, de conectivos proposicionais.
    - Exemplo na aritmética:
      - ✓ x+y=4
      - x x4y+=
  - **Semântica:** regras para determinar o significado das fórmulas.
    - Exemplo:
    - a sentença “x+y=4” é verdadeira em um mundo no qual x=2 e y=2, mas é falsa em um mundo em que x=1 e y=1.

FURB

Lógica Proposicional

- A especificação da linguagem da lógica proposicional envolve:
  - **Sintaxe:** regras para escrever fórmulas bem formadas a partir de símbolos proposicionais, de pontuação, de conectivos proposicionais.
    - Exemplo na aritmética:
      - ✓ x+y=4
      - x x4y+=
  - **Semântica:** regras para determinar o significado das fórmulas.
    - Exemplo:
    - a sentença "x+y=4" é verdadeira em um mundo no qual x=2 e y=2, mas é falsa em um mundo em que x=1 e y=1.

Lógica Proposicional: **Sintaxe da Linguagem**

É constituida pelos seguintes símbolos:

- **símbolos de pontuação:**
  - (   )
- **símbolos verdade:**
  - True (Verdadeiro - V) , False (Falso - F) ; 0 e 1
- **símbolos proposicionais:**
  - P, Q, R, S, P1, Q1, R1, S1, P2, Q2, R2, S2, ...
- **conectivos proposicionais:**
  - $\neg$ ~ (não), $\wedge$ (e), $\vee$ (ou), $\rightarrow$ (se-então), $\leftrightarrow$ (se-somente-se).

Lógica Proposicional: **Fórmulas**

As sentenças podem ser expressas como fórmulas.

- Se interpretarmos o símbolo proposicional **P** como:
- P = Hoje é terça-feira.
- então: “**Hoje não é terça-feira**.” pode ser formalizada como **~P**.

- Para formalizar a sentença:
- “Hoje não é, ambos, terça-feia e quarta-feira.”:
  - Se formalizamos como: **~P ∧ Q**
  - A forma correta de formalizar a sentença é**: ~(P ∧ Q)**

Exercício: **Fórmulas**

- Interprete os símbolos proposicionais:
  - P = Está chovendo.
  - Q = Está nevando.

e expresse a forma de cada sentença na notação do cálculo proposicional:

a) Está chovendo. **P**
b) Não está chovendo. **$\sim P$**
c) Está chovendo ou nevando. **$P \vee Q$**
d) Está chovendo e nevando. **$P \wedge Q$**
e) Está chovendo, mas não está nevando. **$P \wedge \sim Q$**
f) Se não está chovendo, então está nevando. **$\sim P \rightarrow Q$**
g) Está chovendo se e somente se está nevando. **$P \leftrightarrow Q$**
h) Não é o caso que está chovendo e nevando. **$\sim(P \wedge Q)$**

FURB

Lógica Proposicional: **Fórmulas**

- Well-formed formula (wff) ou fórmula bem-formada (fbf): fórmulas sem erro de sintaxe em sua escrita.

- Regras:
  1) Qualquer sentença simples (α) é uma fórmula.
  2) Se α é uma fórmula então ~α também é.
  3) Se α e β são fórmulas, então também são fórmulas:
     - $(\neg \alpha)$ - negação,
     - $(\alpha \wedge \beta)$ - conjunção,
     - $(\alpha \vee \beta)$ - disjunção,
     - $(\alpha \rightarrow \beta)$ - implicação (α é o antecedente, β é o consequente),
     - $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ - bi-implicação (α é o lado esquerdo, β é o lado direito).

Lógica Proposicional: **Fórmulas**

- Erros de sintaxe mais comuns:

1) $(P \rightarrow Q \leftrightarrow (Q \rightarrow P)$
   - *falta um fecha parênteses.*

2) $(P \vee \sim\ ) \rightarrow (Q \wedge \sim Q)$
   - *a primeira negação não foi seguida de uma proposição*

3) $\sim((P\ \ \sim Q) \rightarrow \sim R)$
   - *falta um operador lógico entre P e ~Q.*

4) $(\vee \sim P) \rightarrow (Q \wedge \sim Q)$
   - *falta uma proposição no lado esquerdo do operador ∨.*

5) $(P \vee \sim P) \rightarrow (Q \wedge)$
   - *falta uma proposição no lado direito do operador ∧.*

Exercício:

- Utilize as regras de formação para determinar quais das seguintes fórmulas estão bem formuladas (wff) e quais não são estão:

a) $\sim R$ **É wff – R2.**

b) PQ **Não é wff - falta conectivo - R3.**

c) $P \rightarrow Q$ **é wff – R3**

d) $(P \rightarrow Q)$ **é wff – R3**

e) $\sim(P \rightarrow Q)$ **é wff – aplicação da R2 na fórmula**

f) $((P) \rightarrow (Q))$ **Não é wff - nenhuma regra permite parênteses nos símbolos proposicionais**

g) $(P \vee \sim) \rightarrow (P \wedge \sim Q)$ **Não é wff - a primeira negação não foi seguida de uma proposição.**

FURB

Lógica Proposicional: **Subfórmulas**

- Uma subfórmula é definida pelas seguintes regras:
  - se α é uma fórmula, então α é subfórmula de α;
  - se $\alpha = (\neg\, \beta)$ é uma fórmula, então β é subfórmula de α;
  - se $\alpha = (\gamma \wedge \beta)$ ou $\alpha = (\gamma \vee \beta)$ ou $\alpha = (\gamma \rightarrow \beta)$ ou $\alpha = (\gamma \leftrightarrow \beta)$ são fórmulas, então γ e β são subfórmulas de α;
  - se β é subfórmula de α, então toda subfórmula de β é subfórmula de α.
    - Exemplo: Dada a fórmula proposicional $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow R$
      - $P \rightarrow Q$, P, Q, R, são as subfórmulas de α

Precedência dos Operadores

(maior precedência) $\neg$

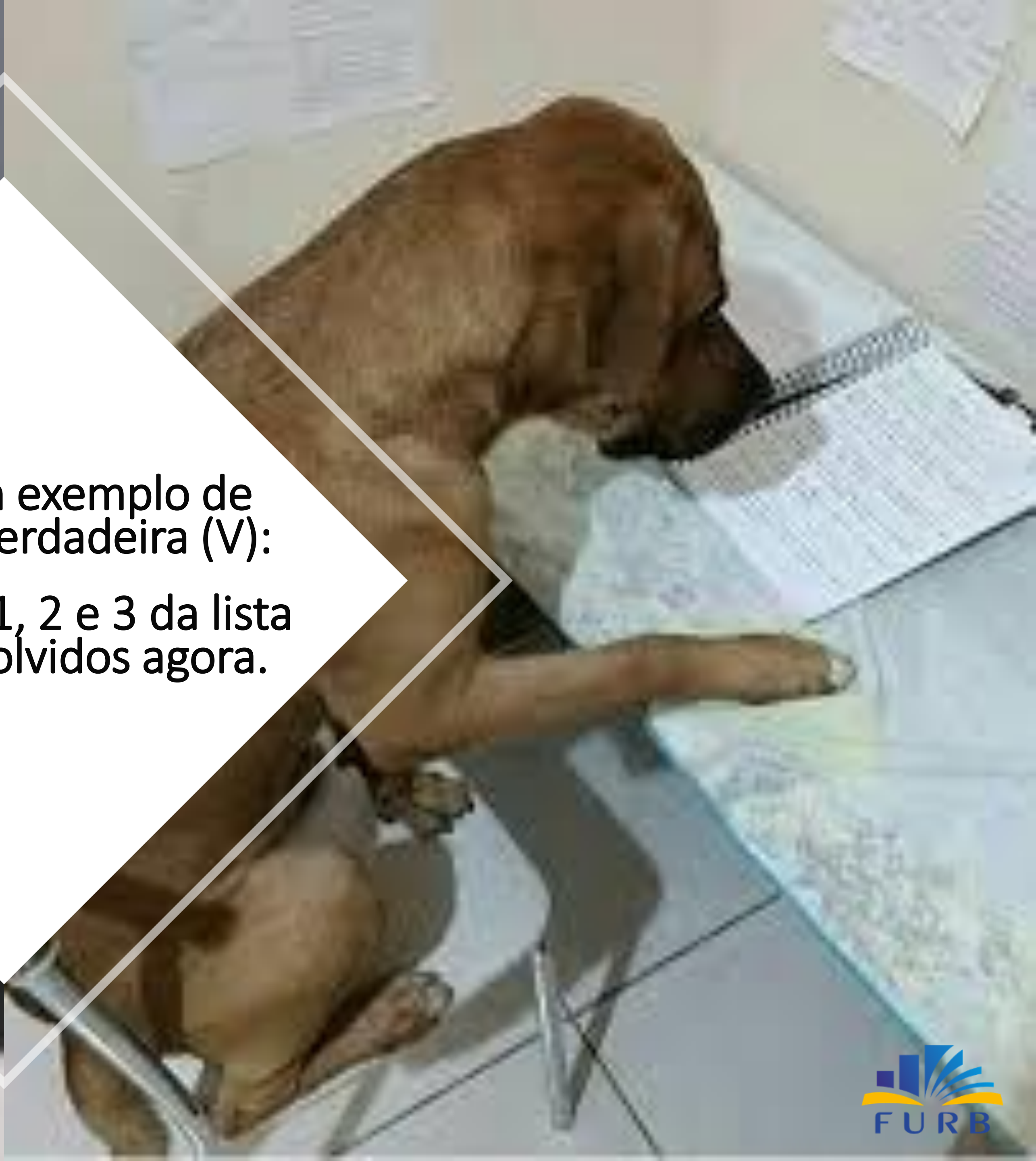
$\rightarrow \; \leftrightarrow$

(menor precedência) $\wedge \; \vee$

- Fórmula dentro de parênteses tem maior precedência (os mais internos primeiro)
- No caso de dois conectivos com a mesma precedência, resolve-se da esquerda para direita o que aparecer primeiro.

Vejamos um exemplo de proposição verdadeira (V):

Os exercícios 1, 2 e 3 da lista 02 serão resolvidos agora.



1. O alfabeto da lógica proposicional é constituído por: símbolos de pontuação, símbolos verdade, símbolos proposicionais e conectivos proposicionais. Dito isto, associe a segunda coluna de acordo com a primeira, observando que itens da segunda coluna podem não possuir associação com a primeira e vice-versa.

(1) símbolo de pontuação
(2) símbolo verdade
(3) símbolo proposicional
(4) conectivo proposicional

(3) P, Q, R, S, ...
(2) *true*
(4) $\neg$
(1) | ? * +
(2) *false*
(3) P_1, P_2, P_3, P_4, ...
(3) a, b, c
(4) $\wedge$ $\vee$ $\rightarrow$ $\leftrightarrow$

2. Qual a ordem de precedência dos conectivos proposicionais (da maior para a menor)?

1º : $\neg$ 2º : $\rightarrow$ ou $\leftrightarrow$ 3º $\wedge$ ou $\vee$

3. Quais são princípios (condições fundamentais) da lógica proposicional?

1. Identidade: Se P é V. Se P é F.
2. Não-contradição.
3. Terceiro excluído.

Lógica Proposicional

- A especificação da linguagem da lógica proposicional envolve:

  - **Sintaxe:** regras para escrever fórmulas bem formadas a partir de símbolos proposicionais, de pontuação, de conectivos proposicionais.
    - Exemplo na aritmética:

    x+y=4

    x4y+=

  - **Semântica:** regras para determinar o significado das fórmulas.
    - Exemplo:
    - a sentença “x+y=4” é verdadeira em um mundo no qual x=2 e y=2, mas é falsa em um mundo em que x=1 e y=1.

Lógica Proposicional: **Fórmulas**

Interpretação de fórmulas: a associação de um valor (V ou F) a uma fórmula é feita da seguinte forma:

- I[true] = V, a interpretação de *true* é V;
- I[false] = F, a interpretação de *false* é F;
- I[P] $\in$ {V, F}, a interpretação de P pode ser V ou F, depende a que P se refere.

Tabela Verdade das Proposições

- $I[\propto] \in \{\mathbf{V}, \mathbf{F}\}$, a interpretação de $\propto$, onde $\propto$ é uma fórmula composta por conectivos, depende da interpretação das subfórmulas de $\propto$ juntamente com a semântica dos conectivos, conforme a tabela:

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$
V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
F	F	V	F	F	V	V

- Assim, $I[P \wedge Q]$ = **V**, se $I[P]$ = **V** e $I[Q]$ = **V**.

Tabela Verdade das Proposições

- Proposições Simples:
  - Princípio do terceiro excluído: uma proposição simples P é verdadeira (V) ou é falsa (F).
  - $\boldsymbol{x = 2^n}$, onde ***n*** é o número de proposições simples e ***x*** é o número de linhas da tabela verdade.
    - 1 proposição: $\boldsymbol{x = 2^1}$ ➔ x = 2 linhas e 2^1 combinações (V ou F)

  - $\underbrace{\text{Está chovendo.}}_{P}$

	P
1	V
2	F

Tabela Verdade das Proposições

- Proposições Compostas:
  - $x = 2^n$, onde n é o número de proposições simples e x é o número de linhas da tabela verdade.
    - 2 proposições: $x = 2^2$ ➔ x = 4 linhas e 2^2 combinações
  - $\underbrace{\text{Está chovendo}}_{P}$ e $\underbrace{\text{nevando}}_{Q}$.

	P	Q
1	V	V
2	V	F
3	F	V
4	F	F

Tabela Verdade das Proposições

- Proposições Compostas:
  - $\boldsymbol{x = 2^n}$, onde $\boldsymbol{n}$ é o número de proposições simples e $\boldsymbol{x}$ é o número de linhas da tabela verdade.
    - 1 proposição: $\boldsymbol{x = 2^1}$ ➔ x = 2 linhas e 2^1 combinações (V ou F)
    - 2 proposições: $\boldsymbol{x = 2^2}$ ➔ x = 4 linhas e 2^2 combinações
    - 3 proposições: $\boldsymbol{x = 2^3}$ ➔ x = 8 linhas e 2^3 combinações
    - ...
    - n proposições: $\boldsymbol{x = 2^n}$ ➔ x = 2^n linhas e 2^n combinações

	P	Q
1	V	V
2	V	F
3	F	V
4	F	F

Tabela Verdade das Proposições

- Proposições Compostas:
  - x
    nu

Como montar a Tabela-verdade com 3 ou mais proposições?

    - 2 proposições: $x = 2^2$ ➔ x = 4 linhas e 2^2 combinações
    - 3 proposições: $x = 2^3$ ➔ x = 8 linhas e 2^3 combinações
    - ...
    - n proposições: $x = 2^n$ ➔ x = 2^n linhas e 2^n combinações

	P	Q
1	V	V
2	V	F
3	F	V
4	F	F

Tabela Verdade das Proposições

Sabemos que:

- Proposições Compostas: $\boldsymbol{x = 2^n}$, onde ***n*** é o número de proposições simples e ***x*** é o número de linhas da tabela verdade.
- Então, 3 proposições: $\boldsymbol{x = 2^3}$ ➔ x = 8 linhas e 2^3 combinações

1. Divida o total de linhas por 2 e este será o número de repetições de valores V e F.

2. Após, divida sucessivamente este valor para as demais proposições.

- 3 proposições: $\boldsymbol{x = 2^3}$ ➔ x = **8** linhas
  1. $2^3 = 8$
  2. $8 \div 2 = 4$
  3. $4 \div 2 = 2$
  4. $2 \div 2 = 1$

	P	Q	R
1	V	V	V
2	V	V	F
3	V	F	V
4	V	F	F
5	F	V	V
6	F	V	F
7	F	F	V
8	F	F	F

FURB

EXERCÍCIO: Tabela Verdade das Proposições

- Faça a Tabela Verdade para as proposições: P,Q,R,S

  - São 4 proposições: $2^4=16$
    1. $16 \div 2 = 8$
    2. $8 \div 2 = 4$
    3. $4 \div 2 = 2$
    4. $2 \div 2 = 1$

	P	Q	R	S
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				

EXERCÍCIO: Tabela Verdade das Proposições

- Faça a Tabela Verdade para as proposições: P,Q,R,S
  - São 4 proposições: $2^4=16$
    1. 16 ÷ 2 = 8
    2. 8 ÷ 2 = 4
    3. 4 ÷ 2 = 2
    4. 2 ÷ 2 = 1

	P	Q	R	S
1	V			
2	V			
3	V			
4	V			
5	V			
6	V			
7	V			
8	V			
9	F			
10	F			
11	F			
12	F			
13	F			
14	F			
15	F			
16	F			

FURB

EXERCÍCIO: Tabela Verdade das Proposições

- Faça a Tabela Verdade para as proposições: P,Q,R,S

  - São 4 proposições: $2^4=16$
    1. 16 ÷ 2 = 8
    2. 8 ÷ 2 = 4
    3. 4 ÷ 2 = 2
    4. 2 ÷ 2 = 1

	P	Q	R	S
1	V	V		
2	V	V		
3	V	V		
4	V	V		
5	V	F		
6	V	F		
7	V	F		
8	V	F		
9	F	V		
10	F	V		
11	F	V		
12	F	V		
13	F	F		
14	F	F		
15	F	F		
16	F	F		

FURB

EXERCÍCIO: Tabela Verdade das Proposições

- Faça a Tabela Verdade para as proposições: P,Q,R,S

  - São 4 proposições: $2^4=16$
    1. 16 ÷ 2 = 8
    2. 8 ÷ 2 = 4
    3. 4 ÷ 2 = 2
    4. 2 ÷ 2 = 1

	P	Q	R	S
1	V	V	V	
2	V	V	V	
3	V	V	F	
4	V	V	F	
5	V	F	V	
6	V	F	V	
7	V	F	F	
8	V	F	F	
9	F	V	V	
10	F	V	V	
11	F	V	F	
12	F	V	F	
13	F	F	V	
14	F	F	V	
15	F	F	F	
16	F	F	F	

EXERCÍCIO: Tabela Verdade das Proposições

- Faça a Tabela Verdade para as proposições: P,Q,R,S
  - São 4 proposições: $2^4=16$
    1. 16 ÷ 2 = 8
    2. 8 ÷ 2 = 4
    3. 4 ÷ 2 = 2
    4. 2 ÷ 2 = 1

	P	Q	R	S
1	V	V	V	V
2	V	V	V	F
3	V	V	F	V
4	V	V	F	F
5	V	F	V	V
6	V	F	V	F
7	V	F	F	V
8	V	F	F	F
9	F	V	V	V
10	F	V	V	F
11	F	V	F	V
12	F	V	F	F
13	F	F	V	V
14	F	F	V	F
15	F	F	F	V
16	F	F	F	F

FURB

Lógica Proposicional: **Valor Lógico**

Proposição simples:

- P é dado por $\mathcal{I}(P)$, então $\mathcal{I}(P)$ pode ser:

$$\mathcal{I}(P) = V$$

ou

$$\mathcal{I}(P) = F$$

Proposição composta:

- Para definir $\mathcal{I}(P, Q)$ é necessário:
  1. Conhecer os valores lógicos de $\mathcal{I}(P)$ e de $\mathcal{I}(Q)$;
  2. Conhecer e interpretar os operadores lógicos.

Negação de uma Proposição (não / ¬ ~)

Se P é uma proposição verdadeira então ¬P ou ~P será uma proposição falsa e vice-versa. Ou seja ~P é a **negação lógica** de P.

- $\underbrace{\text{Está chovendo}}_{P}$.
- $\underbrace{\text{Não está chovendo}}_{\sim P}$.

P	~P
V	F
F	V

Negação de uma Proposição

Pode-se adicionar indefinidamente o operador de negação:

- Está chovendo.
- Não está chovendo.
- Não é o caso que não está chovendo. / É falso que não está chovendo.

P	~P	~~P	~~~P
V	F	V	F
F	V	F	V

Lê-se de traz pra frente: ~~~P ➔ se P(V); ~(F) ~(V) ~(F) então é F

Ou

~~P é equivalente a P, assim como, ~~~P é equivalente a ~P

Conjunção de Proposições (e / ∧)

Uma conjunção somente é verdadeira, quando todas as proposições que a compõem são verdadeiras, e é falsa em todos os outros casos.

- EXEMPLO 1: Paulo é advogado **e** Maria é professora. **(P ∧ Q)**

Paulo é advogado	Maria é professora	Paulo é advogado E Maria é professora
P	**Q**	**P ∧ Q**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

FURB

Disjunção de Proposições (ou / V)

Uma disjunção somente é falsa quando todas as proposições que a compõem são falsas, e é verdadeira em todos os outros casos.

- EXEMPLO 1: A mulher de João está fazendo uma polenta para o almoço e precisa de uma carne como acompanhamento. Ela pede para ele ir ao supermercado e comprar frango ou carne bovina.

João comprou frango	João comprou carne bovina	A esposa conseguiu fazer o almoço?
P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

FURB

Disjunção de Proposições (ou / V)

- EXEMPLO 2: No Natal te darei de presente um celular **ou** um relógio. **(P v Q)**

Darei um celular	Darei um relógio	A pessoa foi presenteada?
P	**Q**	**P v Q**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Disjunção EXCLUSIVA de Proposições (ou / $\underline{\vee}$)

A disjunção exclusiva só será verdadeira quando apenas uma das variáveis envolvidas é V, nos demais o resultado é falso.

- EXEMPLO 1: **Ou** irei jogar basquete **ou** irei à casa de João. **(P $\underline{\vee}$ Q)**

Irei jogar basquete	**Irei à casa de João**	**Ou irei jogar basquete ou irei à casa de João.**
P	**Q**	**P $\underline{\vee}$ Q**
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Implicação de Proposições (Se...então / →)

Uma implicação P → Q somente é falsa, quando a condição P for verdadeira e a conclusão Q for falsa. Ela é verdadeira em todos os outros casos.

- EXEMPLO 1:

$\underbrace{\textbf{Se}\text{ eu vier amanhã para a Furb}}_{\text{Antecedente } = P}\ \textbf{então}\ \underbrace{\text{terá um bolo de chocolate.}}_{\text{Consequente } = Q}$

P	Q	P → Q	
V	V	V	Eu vim e teve o bolo.
V	F	F	Eu vim e NÃO teve o bolo.
F	V	V	Não vim, mas teve o bolo.
F	F	V	Não vim e não teve o bolo.

Implicação de Proposições (Se...então / →)

- EXEMPLO 2:

  Se minha namorada está grávida, **então** eu aceito casar. **(P → Q)**

  P Q

P	Q	P → Q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Namorada está grávida e eu casei.

Namorada está grávida e eu **não** casei.

Namorada não está grávida e eu casei.

Namorada não está grávida e eu não casei

FURB

Bi-implicação de Proposições (Se e somente se / $\leftrightarrow$)

Uma bi-implicação $P \leftrightarrow Q$ é verdadeira quando $P = Q$ e falsa caso $P \neq Q$.

$$P \leftrightarrow Q = (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$ → Equivalência

EXEMPLO 1: João é careca, **se e somente se** João não tem cabelo. ($P \leftrightarrow Q$)

- Se João é careca, então João não tem cabelo.
- Se João não tem cabelo, então João é careca.

João é careca	**João não tem cabelo**	**João é careca, se e somente se João não tem cabelo**
P	**Q**	**$P \leftrightarrow Q$**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

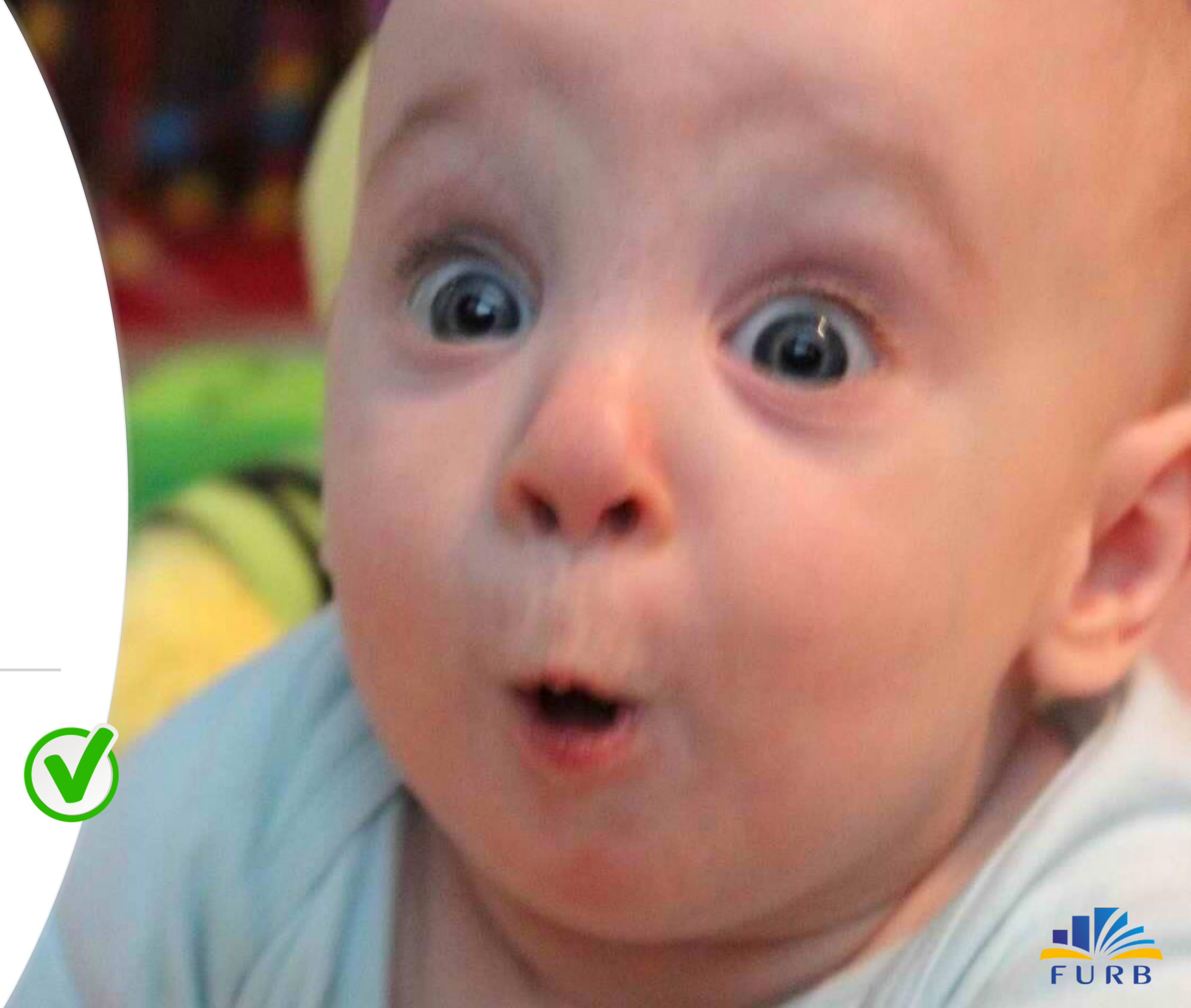
Exercício:

Para resumir as regras de cada um dos operadores lógicos vistos anteriormente, vamos montar a tabela verdade para as proposições P e Q.

P	Q	~P	~Q	P∧Q	P∨Q	P⊻Q	P→Q	P↔Q
V	V	F	F	V	V	F	V	V
V	F	F	V	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	V	V	F
F	F	V	V	F	F	F	V	V

Determine o valor lógico da seguinte proposição:

P: É falso que vocês não farão o exercício 4 agora.



4. Determine a interpretação (I) das fórmulas abaixo:

a) $I[\mathit{true}]$ = V

b) $I[\mathit{false}]$ = F

c) $I[P]$ ∈ {V, F}

d) $I[Q]$ ∈ {V, F}

e) $I[P_1]$ "

f) $I[\neg P]$ = V se I[P] = F e F se I[P] = V

g) $I[P \wedge Q]$, quando $I[P] = V$ e $I[Q] = V$ = V

h) $I[P \vee Q]$, quando $I[P] = F$ e $I[Q] = F$ = F

i) $I[P \rightarrow Q]$, quando $I[P] = F$ = V

j) $I[P \leftrightarrow Q]$, quando $I[P] \neq I[Q]$ = F

Construção da Tabela Verdade para Fórmulas

- Como resolver a proposição composta $(P \vee Q) \rightarrow R$?

1. Montar a tabela verdade com N linhas (nosso caso $2^3=8$ linhas) para P, Q e R.
2. Determinar a tabela verdade apenas para a relação $(P \vee Q)$, observando-se os valores lógicos de P e Q.
3. Então, estabelecer a tabela verdade da relação entre a coluna obtida ($\vee$) e a proposição R.

Construção da Tabela Verdade para Fórmulas

1º passo: Montar a tabela verdade com 8 linhas ($2^3=8$) para P, Q e R.

(P v Q) → R

(P	v	Q)	→	R
V		V		V
V		V		F
V		F		V
V		F		F
F		V		V
F		V		F
F		F		V
F		F		F

FURB

Construção da Tabela Verdade para Fórmulas

2º passo: Determinar a tabela verdade apenas para a relação (P v Q), observando-se os valores lógicos de P e Q.

(P	v	Q)	→	R
V	V	V		V
V	V	V		F
V	V	F		V
V	V	F		F
F	V	V		V
F	V	V		F
F	F	F		V
F	F	F		F

Construção da Tabela Verdade para Fórmulas

3º passo: estabelecer a tabela verdade da relação entre a coluna obtida e a proposição R.

$(P \vee Q) \rightarrow R$

(P	v	Q)	→	R
V	V	V	**V**	V
V	V	V	**F**	F
V	V	F	**V**	V
V	V	F	**F**	F
F	V	V	**V**	V
F	V	V	**F**	F
F	F	F	**V**	V
F	F	F	**V**	F

FURB

Qual o valor lógico:

Se eu fizer o exercício 5 então terei um bom desempenho na disciplina.

a) *true* $\rightarrow$ Q

a)

True	$\rightarrow$	Q
V	V	V
V	F	F

b) Q $\rightarrow \neg$P

b)

Q	$\rightarrow$	$\neg$	P
V			V
			F
F			
F			

c) (*false* $\rightarrow$ Q) $\leftrightarrow$ R

c)

(false	$\rightarrow$	Q)	$\leftrightarrow$	R
F	V	V	V	V
F	V	V	F	F
F	V	F	V	V
F	V	F	F	F

d) (P $\rightarrow$ *false*) $\leftrightarrow$ R

d)

(P	$\rightarrow$	false)	$\leftrightarrow$	R
V	F	F	F	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	V
F	V	F	F	F

e) $(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \to Q)$

e)

(¬	P	∨	Q)	↔	(P	→	Q)
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	F	F
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	V	F	V	F	V	F

f) $(P \to \neg Q) \leftrightarrow \neg P$

f)

(P	→	¬	Q)	↔	¬	P
V	F	F	V	V	F	V
V	V	V	F	F	F	V
F	V	F	V	V	V	F
F	V	V	F	V	V	F

g) $(R \land \neg P) \leftrightarrow (P \land R)$

g)

h) $(P \to (Q \to R)) \leftrightarrow ((P \land Q) \to R)$

h)

i) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q))$

i)

j) $((P \vee (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow Q) \wedge \neg R$

j)

Equivalência Lógica

- Se duas fórmulas α e β têm os mesmos valores para qualquer interpretação (têm a mesma tabela verdade), então <u>α é equivalente a β</u> **($\alpha \equiv \beta$).**

- Tendo-se que α é equivalente a β, é possível substituir α por β e vice-versa, pois fórmulas equivalentes preservam os valores lógicos.

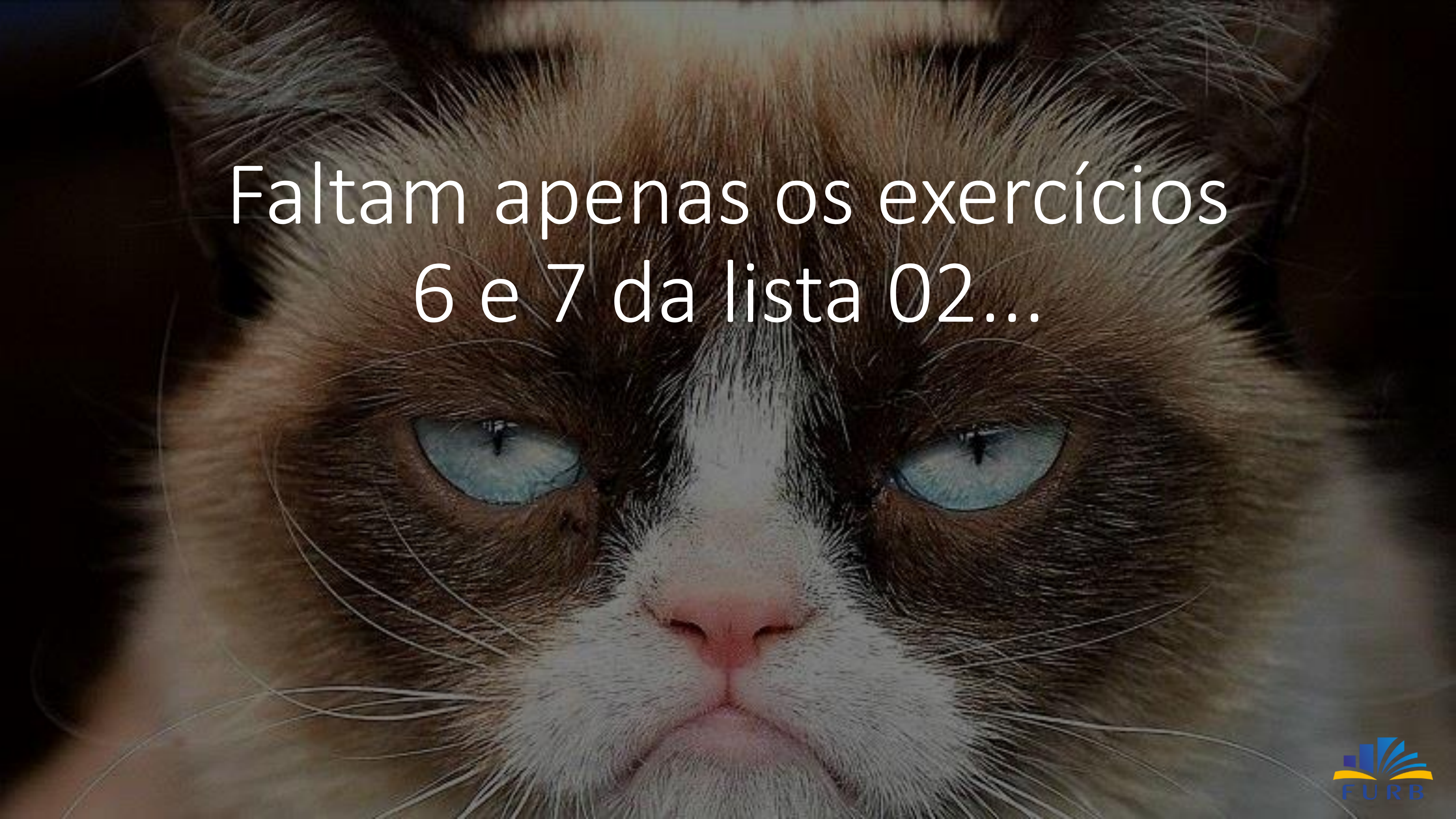
Equivalência Lógica

EXEMPLO:

Se chover então ficarei em casa.

P	Q	~P	~Q	P→Q	~Q→~P
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Se não fiquei em casa então não choveu.


Faltam apenas os exercícios
6 e 7 da lista 02...

Exercício 06

	α	β
a)	P ∨ Q	¬P

a)

b)	P ∧ Q	¬(¬P ∨ ¬Q)

b)

c) $P \leftrightarrow Q$ | $(P \wedge Q) \wedge \neg(P \vee Q)$

c)

d) $\neg(P \leftrightarrow Q)$ | $(P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)$

d)

e) $P \wedge (Q \vee R)$ | $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$

e)

f) $(P \rightarrow Q) \wedge P$ | Q

f)

Exercício 7:

a)

(P	→	*false*)	↔	R

b)

¬	(¬	((P	∧	Q)	∧	¬	P))

c)

(¬	P	∨	Q)	↔	(P	→	Q)

d)

¬	((P	→	(Q	∧	¬	Q))	∧	P)

e)

((P	∨	(Q	→	R))	↔	Q)	∧	¬	R

f)

(P	→	(Q	→	R))	↔	((P	∧	Q)	→	R)

Que tal um resumo do que foi estudado até aqui ;)

Simples (atômica) ← **Proposições** ⇒ Frase Afirmativa < V / F : Seguem três **Princípios**

Composta (Proposição + **Conectivos**)

$\sim$

$\rightarrow$ $\leftrightarrow$

$\wedge$ $\vee$

Argumento

↓

Conjunto proposições (Premissas → conclusão)

↓

Sentenças: conjunto proposições escritas através de **Fórmulas** Lógicas