



Análise combinatória

Prof. Janaína Poffo Possamai
Leonardo Cristiano Gieseler





Princípio fundamental da contagem

- Ao lançarmos um dado e uma moeda, quantos resultados podemos obter?



Quantos números de três algarismos podemos obter nas seguintes condições: o algarismo das centenas é múltiplo de 2, o das dezenas é par e das unidades é 0 ou 1.

- 
- Quantos números de 5.000 a 6.999 contêm pelo menos um algarismo 3?
- 

Quanto números de três algarismos podemos obter? E de três algarismos distintos?

Fatorial de um número natural

Na resolução de problemas de contagem por meio do princípio multiplicativo (ou PFC) é comum aparecerem multiplicações envolvendo números naturais consecutivos, por exemplo: $26 \cdot 25 \cdot 24$; $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$; $7 \cdot 6 \cdot 5$ etc.

Muitas vezes é possível escrever multiplicações desse tipo de forma mais resumida. Para isso, vamos apresentar o fatorial de um número natural, que será útil na contagem dos agrupamentos que serão apresentados a seguir.


Dado um número natural n , definimos o **fatorial de n** (indicado por $n!$) por meio das relações:

$$\text{Se } n = 0, \text{ então } 0! = 1 \quad 1$$


$$\text{Se } n = 1, \text{ então } 1! = 1 \quad 2$$

$$\text{Se } n \geq 2, \text{ então } n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \quad 3$$

$$n! = n \cdot (n - 1)!, \quad n \in \mathbb{N}^*$$



Determinar o número
natural n sabendo que

$$\frac{(n + 1)!}{n!} = 4!$$



Permutação simples

Se temos n elementos distintos, então o número de agrupamentos ordenados que podemos com todos esses n elementos é dado por:


$$n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$$


esses agrupamentos ordenados (diferem pela ordem) recebem o nome de *permutações simples*. Indicamos por P_n o número de permutações simples de n elementos:

$$P_n = n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$$





De quantas maneiras diferentes um casal com 3 filhos pode ocupar um sofá com 5 lugares, de modo que o casal fique sempre junto?






Quantos anagramas Podemos formar
com a palavra PERDÃO que iniciam com
P e terminam com O?





Quanto anagramas Podemos formar
com a palavra PERDÃO em que as letras
A e O aparecem juntas?



Quanto anagramas Podemos formar
com a palavra PERDÃO em que as letras
PER aparecem juntas, nessa ordem?

1.3 Permutação com repetição

A permutação de n elementos dos quais α é um tipo, β é outro e γ é outro, com $\alpha + \beta + \gamma = n$, é dada por:

$$P_n^{\alpha,\beta,\gamma} = \frac{n!}{\alpha!\beta!\gamma!}$$

Com a palavra ARARA, quantos anagramas podem ser formados?


Arranjo simples

Usando os algarismos 3, 2 e 1, quantos números naturais de 3 algarismos distintos podemos formar?




$$A_{n, k} = \frac{n!}{(n - k)!}$$

Arranjo





De quantas maneiras 5 meninos podem sentar-se num banco que tem apenas 3 lugares?






Quanto números ímpares de 4
algarismos não repetidos Podemos
escrever com os algarismos 1 até 9?





Um estudante tem 5 lápis de cores diferentes. De quantas maneiras ele poderá pintar os estados da região Sul do Brasil, cada um de uma cor?






Combinação

Combinação simples


Bruna, Ana, Maria, Felipe e Bruno formam uma equipe. Eles precisam definir 2 integrantes para apresentar um trabalho. De quantas maneiras diferentes pode-se organizar essa apresentação?


$$C_{n,p} = \frac{n!}{p! \cdot (n-p)!}, \text{ com } n \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{N} \text{ e } 0 < p \leq n$$

Num voo há 7 lugares disponíveis e um grupo de 10 pessoas pretende embarcar nesse voo. De quantas maneiras diferentes é possível lotar o avião?




Um conselho desportivo de uma escola é formado por 2 professores e 3 alunos. Candidataram-se 5 professores e 30 alunos. De quantas maneiras diferentes esse conselho pode ser eleito?





Uma urna contém 3 bolas vermelhas e 5 bolas azuis. De quantas maneiras diferentes podemos retirar 3 bolas de modo que não saiam somente bolas vermelhas?



Joinmyquiz.com
2196 4245

Disponível até dia 19 de abril

