

## LISTA DE EXERCÍCIOS nº3 – LÓGICA PROPOSICIONAL (método da refutação)

1. As fórmulas da lógica proposicional possuem propriedades semânticas. Sendo assim:

- O que significa dizer que uma fórmula é tautológica (ou uma tautologia, ou válida)?
- O que significa dizer que uma fórmula é contraditória (ou insatisfatível)?
- O que significa dizer que uma fórmula é satisfatível (ou contingente, ou factível)?

2. Considere a tabela verdade das fórmulas abaixo. Para quais fórmulas é possível afirmar: é tautológica, é contraditória, é satisfatível? Justifique sua resposta.

a)

$\neg$	P	$\rightarrow$	true
F	V	V	V
V	F	V	V

b)

$\neg$	((P	$\vee$	Q))	$\rightarrow$	(P	$\rightarrow$	Q))
F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	V	F	V	F
V	V	V	F	F	V	F	F

c)

(P	$\wedge$	Q)	$\leftrightarrow$	(P	$\rightarrow$	$\neg$	(Q	$\vee$	$\neg$	P))
V	V	V	F	V	F	F	V	V	F	V
F	F	F	F	F	V	F	F	V	V	F

3. Demonstre, utilizando o método da refutação ou absurdo, que as fórmulas a seguir são tautologias.

- $(P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$
- $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \rightarrow \neg Q) \rightarrow \neg P)$
- $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$
- $\neg((P \rightarrow (Q \wedge \neg Q)) \wedge P)$
- $((P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \wedge (P \wedge \neg R)) \rightarrow \neg Q$
- $((P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S)) \rightarrow ((P \wedge R) \rightarrow (Q \wedge S))$
- $(P \vee Q) \leftrightarrow (Q \vee P)$
- $(P \wedge Q) \leftrightarrow (Q \wedge P)$
- $(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$
- $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow R)$

4. Demonstre, utilizando o método da refutação ou absurdo, que as fórmulas a seguir são contraditórias.

- $\neg((P \wedge Q) \rightarrow Q)$
- $P \wedge (Q \wedge \neg P)$
- $(P \wedge Q) \wedge \neg P$
- $(P \wedge Q) \wedge (\neg P \wedge \neg Q)$
- $\neg((P \rightarrow R) \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow R)))$
- $\neg(((P \wedge Q) \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \vee (Q \rightarrow R)))$
- $\neg(((P \rightarrow (Q \vee R)) \wedge (\neg R \wedge \neg Q)) \rightarrow \neg P)$
- $\neg(P \wedge (Q \wedge \neg P)) \rightarrow ((P \wedge Q) \wedge \neg P)$
- $\neg(\neg(P \vee Q) \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q))$
- $\neg((P \rightarrow Q) \rightarrow (((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q)))$

5. Determine, utilizando o método da refutação ou absurdo, se as fórmulas a seguir são tautologias, contraditórias ou satisfatíveis.

- $(\neg P \vee \neg Q) \leftrightarrow \neg P$
- $\neg((P \wedge Q) \wedge (\neg P \wedge \neg Q))$
- $\neg(\neg((P \wedge Q) \wedge \neg P))$
- $((P \vee Q) \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow P$
- $\neg(((P \wedge \neg(\neg Q \leftrightarrow R)) \wedge (\neg R \wedge (\neg S \rightarrow Q))) \rightarrow (S \wedge P))$
- $((P \rightarrow Q) \wedge (\neg(\neg Q \leftrightarrow R) \wedge ((\neg S \rightarrow \neg R) \wedge ((S \rightarrow (Q \wedge T)) \wedge \neg T)))) \rightarrow \neg P$
- $((P \vee (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow Q) \wedge \neg R$
- $((P \rightarrow \neg P) \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow \neg \neg P)$
- $((\neg P \vee \neg R) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \leftrightarrow \neg Q)$