

LISTA DE EXERCÍCIOS nº2 – LÓGICA PROPOSICIONAL (linguagem – sintaxe e semântica)

1. O alfabeto da lógica proposicional é constituído por: símbolos de pontuação, símbolos verdade, símbolos proposicionais e conectivos proposicionais. Dito isto, associe a segunda coluna de acordo com a primeira, observando que itens da segunda coluna podem não possuir associação com a primeira e vice-versa.

(1) símbolo de pontuação	() P, Q, R, S, ...
(2) símbolo verdade	() <i>true</i>
(3) símbolo proposicional	() \neg
(4) conectivo proposicional	() ? * +
	() <i>false</i>
	() P ₁ , P ₂ , P ₃ , P ₄ , ...
	() a, b, c
	() $\wedge \vee \rightarrow \leftrightarrow$

2. Qual a ordem de precedência dos conectivos proposicionais (da maior para a menor)?

3. Quais são princípios (condições fundamentais) da lógica proposicional?

4. Determine a interpretação (I) das fórmulas abaixo:

a) I[<i>true</i>]	
b) I[<i>false</i>]	
c) I[P]	
d) I[Q]	
e) I[P ₁]	
f) I[$\neg P$]	
g) I[$P \wedge Q$], quando I[P] = V e I[Q] = V	
h) I[$P \vee Q$], quando I[P] = F e I[Q] = F	
i) I[$P \rightarrow Q$], quando I[P] = F	
j) I[$P \leftrightarrow Q$], quando I[P] \neq I[Q]	

5. Determine a tabela verdade associada a cada fórmula a seguir.

a) <i>true</i> \rightarrow Q	f) $(P \rightarrow \neg Q) \leftrightarrow \neg P$
b) $Q \rightarrow \neg P$	g) $(R \wedge \neg P) \leftrightarrow (P \wedge R)$
c) $(\textit{false} \rightarrow Q) \leftrightarrow R$	h) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow R)$
d) $(P \rightarrow \textit{false}) \leftrightarrow R$	i) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q))$
e) $(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$	j) $((P \vee (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow Q) \wedge \neg R$

6. Sejam α e β as fórmulas abaixo. Identifique os casos em que α é equivalente a β ($\alpha \equiv \beta$). Justifique a sua resposta.

α	β
a) $P \vee Q$	$\neg P$
b) $P \wedge Q$	$\neg(\neg P \vee \neg Q)$
c) $P \leftrightarrow Q$	$(P \wedge Q) \wedge \neg(P \vee Q)$
d) $\neg(P \leftrightarrow Q)$	$(P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)$
e) $P \wedge (Q \vee R)$	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
f) $(P \rightarrow Q) \wedge P$	Q

LISTA DE EXERCÍCIOS nº2 – RESOLUÇÃO

1. O alfabeto da lógica proposicional é constituído por: símbolos de pontuação, símbolos verdade, símbolos proposicionais e conectivos proposicionais. Dito isto, associe a segunda coluna de acordo com a primeira, observando que itens da segunda coluna podem não possuir associação com a primeira e vice-versa.

(1) símbolo de pontuação
(2) símbolo verdade
(3) símbolo proposicional
(4) conectivo proposicional

(3) P, Q, R, S, ...
(2) *true*
(4) \neg
(--) | ? * +
(2) *false*
(3) P₁, P₂, P₃, P₄, ...
(--) a, b, c
(4) $\wedge \vee \rightarrow \leftrightarrow$

1. Qual a ordem de precedência dos conectivos proposicionais (da maior para a menor)?

R.: (1º) \neg , (2º) $\rightarrow \leftrightarrow$, (3º) $\wedge \vee$

2. Quais são princípios (condições fundamentais) da lógica proposicional?

R.: *princípio do terceiro excluído*: qualquer fórmula tem como possíveis significados ou o valor V ou o valor F;
princípio da não contradição: nenhuma fórmula tem simultaneamente os significados V e F.

3. Determine a interpretação (I) das fórmulas abaixo:

a) $I[true] : V$

b) $I[false] : F$

c) $I[P] : \text{pode ser V ou F, depende a que P se refere}$

d) $I[Q] : \text{pode ser V ou F, depende a que Q se refere}$

e) $I[P_1] : \text{pode ser V ou F, depende a que } P_1 \text{ se refere}$

f) $I[\neg P] : \text{se } I[P] = V, \text{ então } I[\neg P] = F; \text{ se } I[P] = F, \text{ então } I[\neg P] = V$

g) $I[P \wedge Q], \text{ quando } I[P] = V \text{ e } I[Q] = V : V$

h) $I[P \vee Q], \text{ quando } I[P] = F \text{ e } I[Q] = F : F$

i) $I[P \rightarrow Q], \text{ quando } I[P] = F : V$

j) $I[P \leftrightarrow Q], \text{ quando } I[P] \neq I[Q] : F$

4. Determine a tabela verdade associada a cada fórmula a seguir.

a) $true \rightarrow Q$

<i>true</i>	\rightarrow	Q
V	V	V
V	F	F

b) $Q \rightarrow \neg P$

Q	\rightarrow	\neg	P
V	F	F	V
V	V	V	F
F	V	F	V
F	V	V	F

c) $(false \rightarrow Q) \leftrightarrow R$

<i>false</i>	\rightarrow	Q	\leftrightarrow	R
F	V	V	V	V
F	V	V	F	F
F	V	F	V	V
F	V	F	F	F

d) $(P \rightarrow false) \leftrightarrow R$

P	\rightarrow	<i>false</i>	\leftrightarrow	R
V	F	F	F	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	V
F	V	F	F	F

e) $(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$

\neg	P	\vee	Q	\leftrightarrow	(P \rightarrow Q)
F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	F
V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F

f) $(P \rightarrow \neg Q) \leftrightarrow \neg P$

P	\rightarrow	\neg	Q	\leftrightarrow	\neg	P
V	F	F	V	V	F	V
V	V	V	F	F	F	V
F	V	F	V	V	V	F
F	V	V	F	V	V	F

g) $(R \wedge \neg P) \leftrightarrow (P \wedge R)$

R	\wedge	\neg	P	\leftrightarrow	(P \wedge R)
V	F	F	V	F	V
V	V	V	F	F	F
F	F	F	V	V	F
F	F	V	F	V	F

h) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow R)$

(P	→	(Q	→	R))	↔	((P	∧	Q)	→	R)
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	V	V	V	V	F	F
V	V	F	V	V	V	V	F	F	V	V
V	V	F	V	F	V	V	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V	F	F	V	V	F
F	V	F	V	V	V	F	F	F	V	V
F	V	F	V	F	V	F	F	F	V	F

i) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q))$

(P	→	Q)	→	((P	∧	Q)	↔	P)	∧	((P	∨	Q)	↔	Q))
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	F	F	V	F	V	V	F	F	F
F	V	V	V	F	F	V	V	F	V	F	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V	F	V	F	F	F	V	F

j) $((P \vee (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow Q) \wedge \neg R$

((P	∨	(Q	→	R))	↔	Q)	∧	¬	R
V	V	V	V	V	V	V	F	F	V
V	V	V	F	F	V	V	V	V	F
V	V	F	V	V	F	F	F	F	V
V	V	F	V	F	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V	V	F	F	V
F	F	V	F	F	F	V	F	V	F
F	V	F	V	V	F	F	F	F	V
F	V	F	V	F	F	F	F	V	F

5. Sejam α e β as fórmulas abaixo. Identifique os casos em que α é equivalente a β ($\alpha \equiv \beta$). Justifique a sua resposta.

α	β
a) $P \vee Q$	$\neg P$
b) $P \wedge Q$	$\neg(\neg P \vee \neg Q)$
c) $P \leftrightarrow Q$	$(P \wedge Q) \wedge \neg(P \vee Q)$
d) $\neg(P \leftrightarrow Q)$	$(P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)$
e) $P \wedge (Q \vee R)$	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
f) $(P \rightarrow Q) \wedge P$	Q

a)

P	∨	Q	¬	P
V	V	V	F	V
V	V	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	F	V	F

d)

¬	(P	↔	Q)	(P	∨	Q)	∧	¬	(P	∧	Q)
F	V	V	V	V	V	V	F	F	V	V	V
V	V	F	F	V	V	F	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	V	V	V	V	F	F	V
F	F	V	F	F	F	F	F	V	F	F	F

b)

P	∧	Q	¬	(¬	P	∨	¬	Q)
V	V	V	V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	F	V	V	V	F
F	F	V	F	V	F	V	F	V
F	F	F	F	V	F	V	V	F

e)

P	∧	(Q	∨	R)	(P	∧	Q)	∨	(P	∧	R)
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	V	V	F	V	V	V	V	F	F	F
V	V	F	V	V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F	V	F	F	F
F	F	V	V	V	F	F	V	F	F	F	V
F	F	V	V	F	F	F	V	F	F	F	F
F	F	F	V	V	F	F	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F

c)

P	↔	Q	(P	∧	Q)	∧	¬	(P	∨	Q)
V	V	V	V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F	F	V	V	F	F
F	F	V	F	F	F	F	F	V	V	V
F	V	F	F	F	F	V	F	F	F	F

f)

(P	→	Q)	∧	P	Q
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	F	F	V
F	V	F	F	F	F

OUTRAS:

	α	β
a)	$(P \rightarrow Q)$	$(P \vee Q) \leftrightarrow Q$
b)	$(P \rightarrow Q)$	$P \rightarrow (P \wedge Q)$
c)	$(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q$	$\neg P$
d)	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$	$P \rightarrow R$
e)	$P \rightarrow Q$	$\neg P \vee Q$