Fundamentos Matemáticos Introdução

Profª Drª Janaína Poffo Possamai

Ms Leonardo Cristiano Gieseler

Barbeiro de Sevilha

Na cidade de Sevilha há uma lei rígida quanto ao uso da barba, a regra é que todo homem adulto é obrigado a se barbear diariamente.

O homem pode fazer a barba sozinho, em casa, ou pode ir no barbeiro – o único da cidade. A lei diz que “o barbeiro deverá fazer a barba daqueles que optarem por não fazer a barba sozinhos”.

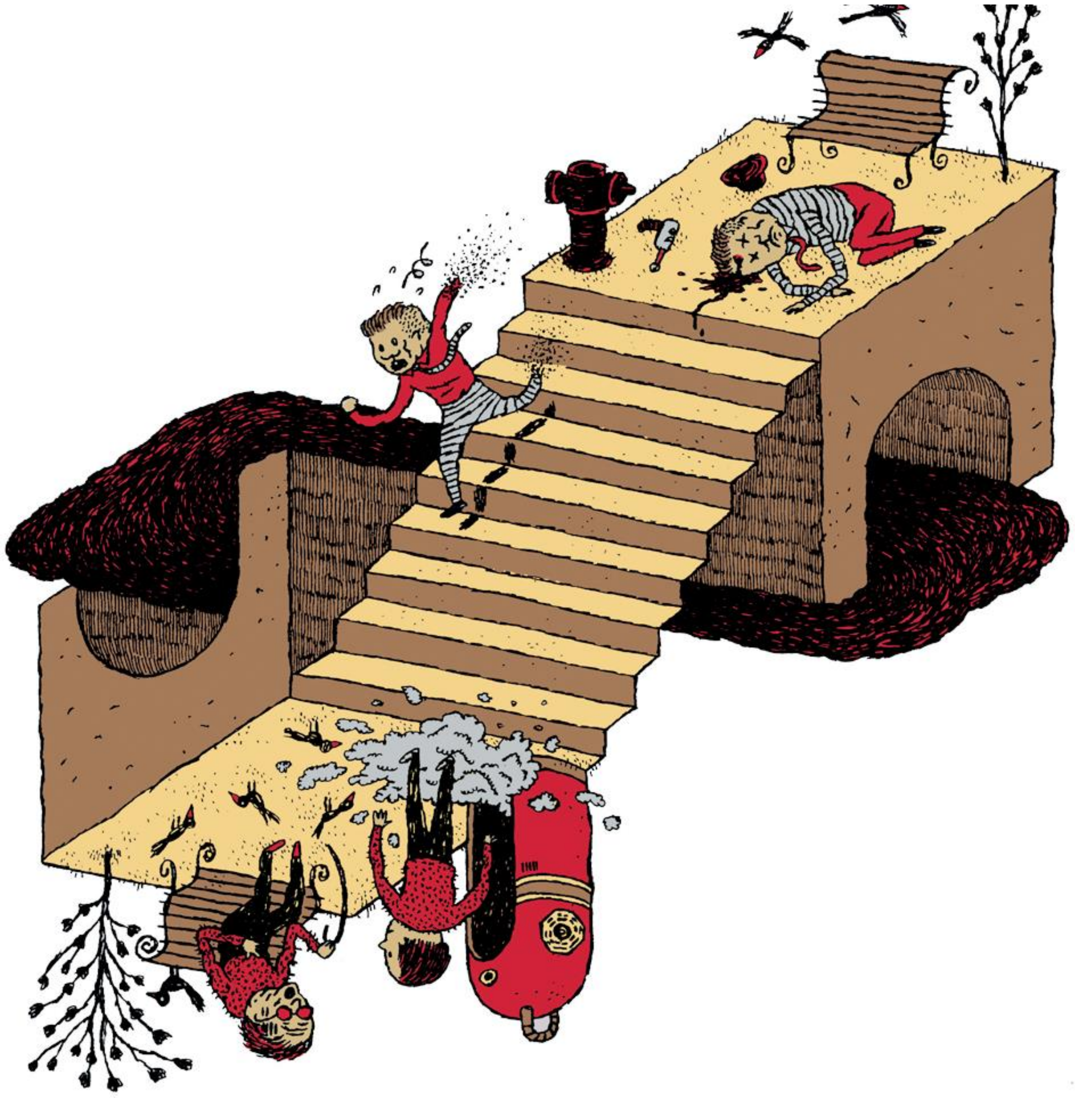
Quem faz a barba do barbeiro em Sevilha?

O problema da linguagem

- O problema do barbeiro de Sevilha é um paradoxo.

- Um paradoxo é uma declaração aparentemente verdadeira que leva a uma contradição lógica, ou a uma situação que contradiz a intuição comum.

- Crie ou pesquise um paradoxo e o explique



A linguagem matemática

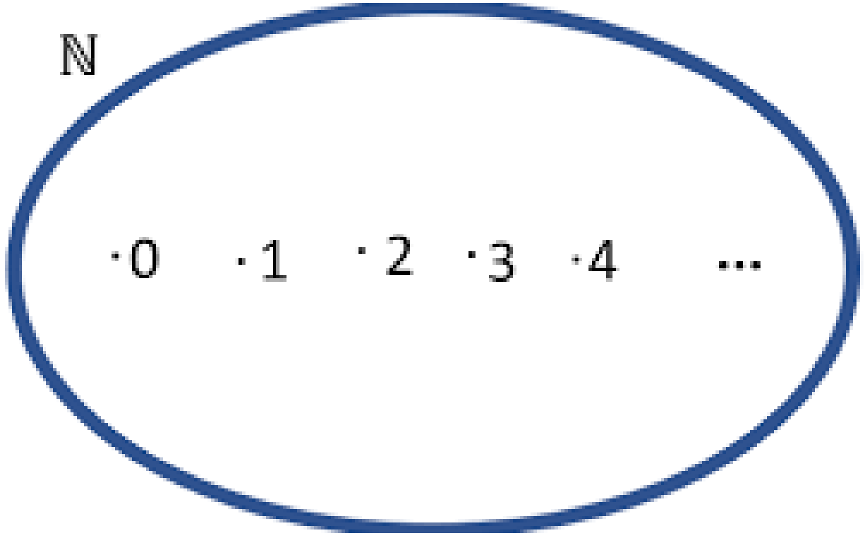
- A linguagem, por mais correta que seja, contém imprecisões e ambiguidades.
- **A diretoria pediu que o professor comunicasse aos alunos sua alegria pelo progresso que eles vinham fazendo nos estudos.**
- Alegria da diretoria ou alegria do professor?
- A linguagem corrente não atende às exigências do rigor lógico.

Teoria dos conjuntos

- O que é um conjunto?
- Podemos pensar em conjunto como um agrupamento de objetos que compartilham uma propriedade comum.

Conjunto de objetos concretos

Conjunto de objetos abstratos



Conjuntos infinitos

- Galilei mostrou que o conjunto dos números naturais tem o mesmo tamanho" que o conjunto dos números pares.
- Na época, isso parecia contradizer o axioma de Euclides que dizia que “o todo é sempre maior que a parte".
- O conjunto dos números pares é apenas uma parte do conjunto de todos os números naturais,
  e, ainda assim, ambos os conjuntos têm o mesmo tamanho.
- Notem que isso só acontece com conjuntos infinitos. Em um conjunto finito, se tirarmos um único elemento já não conseguimos associar biunivocamente os elementos do conjunto reduzido com os do conjunto todo.

$$
\begin{array}{ccc}
0 & \longleftrightarrow & 0 \\
1 & \longleftrightarrow & 2 \\
2 & \longleftrightarrow & 4 \\
3 & \longleftrightarrow & 6 \\
 & \cdots &
\end{array}
$$

O hotel de Hilbert

- Se chegamos em um hotel e todos os quartos estão ocupados, então sabemos que não há vaga nesse hotel, a menos que uma família saia.
- Agora imaginemos um hotel com infinitos quartos um para cada número natural, sendo que todos estão ocupados. Chega uma nova família querendo se hospedar e o dono não quer despejar nenhum hóspede, mas também não quer recusar quarto para os recém-chegados.

Teoria dos conjuntos

Notação

Notação

- Conjunto – letras maiúsculas
- Elementos – letras minúsculas

- Os objetos que constituem um conjunto denominam-se elementos do conjunto

- Conjunto de livros da biblioteca da FURB – finito
- Conjuntos dos números ímpares – infinito
- Conjunto dos dinossauros vivos – vazio

Lei de formação de um conjunto

Exemplo

- $E = \{x \mid x$ é um número ímpar maior que 6 e menor que 17$\}$

lê-se: tal que

Quando um objeto é elemento de um conjunto, dizemos que ele **pertence** ao conjunto. De maneira semelhante, quando ele não é elemento do conjunto, dizemos que **não pertence** ao conjunto. Em relação ao conjunto *E*, por exemplo, temos que:

Igualdade de conjuntos

Dois conjuntos **A** e **B** são iguais se todo elemento de **A** pertence a **B** e, reciprocamente, todo elemento de **B** pertence a **A**.

Assim, por exemplo:

- se $A = \{a, b, c\}$ e $B = \{b, c, a\}$, temos que $A = B$;
- se $A = \{x \mid x - 2 = 5\}$ e $B = \{7\}$, temos que $A = B$;
- se **A** é o conjunto das letras da palavra "garra" e **B** é conjunto das letras da palavra "agarrar", temos $A = B$. Note que, dentro de um mesmo conjunto, não precisamos repetir elementos. Apesar de a palavra "garra" ter cinco letras e a palavra "agarrar" ter sete, temos $\{g, a, r, r, a\} = \{a, g, a, r, r, a, r\} = \{a, g, r\}$.

- Há conjuntos que possuem um único elemento, chamados **conjuntos unitários**, e há um conjunto que não possui elementos, chamado **conjunto vazio** e indicado por { } ou $\varnothing$. Por exemplo:

  a) São conjuntos unitários:

$$A = \{5\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ é capital da França}\} = \{\text{Paris}\}$$

  b) São conjuntos vazios:

$$C = \text{conjunto das cidades de Goiás banhadas pelo oceano Atlântico} = \varnothing$$

$$D = \{x \mid x \neq x\} = \varnothing$$

- Há conjuntos cujos elementos são conjuntos, como, por exemplo:

$$F = \{\varnothing, \{a\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, b, c\}\}$$

  Assim, temos: $\varnothing \in F$; $\{a\} \in F$; $\{c\} \in F$; $\{a, b\} \in F$; $\{a, c\} \in F$ e $\{a, b, c\} \in F$.

  Observe que $a \notin F$ e $c \notin F$, pois **a** e **c** não são elementos do conjunto **F**.
  Logo, $a \neq \{a\}$ e $c \neq \{c\}$.

PENSE NISTO:

Os conjuntos $\{a\}$ e $\{\{a\}\}$ são iguais?

Não, pois apesar de ambos serem unitários, temos:
$a \in \{a\}$ e $a \notin \{\{a\}\}$; $\{a\} \in \{\{a\}\}$ e $\{a\} \notin \{a\}$.

EXERCÍCIOS

1 Indique se cada um dos elementos -4; $\frac{1}{3}$; 3 e 0,25 pertence ou não a cada um destes conjuntos:

$A = \{x \mid x \text{ é um número inteiro}\}$

$B = \{x \mid x < 1\}$

$C = \{x \mid 15x - 5 = 0\}$

$D = \left\{x \,\middle|\, -2 \leqslant x \leqslant \frac{1}{4}\right\}$

2 Classifique em verdadeira (**V**) ou falsa (**F**) cada uma das sentenças seguintes:

a) $0 \in \varnothing$

b) $\{a, b\} \in \{a, b, c, d\}$

c) $\{x \mid 2x + 9 = 13\} = \{2\}$

d) $a \in \{a, \{a\}\}$

e) $\{x \mid x < 0 \text{ e } x \geqslant 0\} = \varnothing$

f) $\varnothing \in \{\varnothing, \{a\}\}$

EXERCÍCIOS

3 Em cada caso, identifique os conjuntos unitários e os vazios.

$A = \{x \mid x = 1 \text{ e } x = 3\}$

$B = \{x \mid x \text{ é um número primo positivo e par}\}$

$C = \left\{x \;\middle|\; 0 < x < 5 \text{ e } \frac{3x + 5}{2} = 4\right\}$

$D = \{x \mid x \text{ é capital da Bahia}\}$

$E = \{x \mid x \text{ é um mês cuja letra inicial do nome é p}\}$

$F = \left\{x \;\middle|\; \frac{2}{x} = 0\right\}$

Subconjuntos – relação de inclusão

Consideremos os conjuntos A = {x | x é letra da palavra "ralar"} e B = {x | x é letra da palavra "algazarra"}; ou seja:

$$A = \{r, a, l\} \text{ e } B = \{a, l, g, z, r\}$$

Note que todo elemento de **A** é também elemento de **B**. Nesse caso, dizemos que **A** é um **subconjunto** ou uma **parte** de **B**, o que é indicado por:

$A \subset B$ (lê-se: **A** está contido em **B**, ou **A** é um subconjunto de **B**, ou **A** é uma parte de **B**),

ou, ainda:

$B \supset A$ (lê-se: **B** contém **A**)

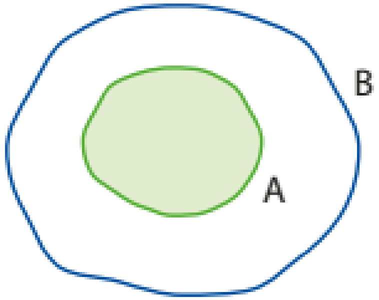
De modo geral, temos:

$A \subset B$ se todo elemento de **A** também é elemento de **B**.

OBSERVAÇÕES

- O símbolo $\subset$ é chamado **sinal de inclusão** e estabelece uma relação entre dois conjuntos.

  A relação de inclusão entre dois conjuntos, **A** e **B**, pode ser ilustrada por meio de um diagrama de Venn, como na figura ao lado.



$A \subset B$

- Os símbolos $\not\subset$ e $\not\supset$ são as negações de $\subset$ e $\supset$, respectivamente.

  Assim sendo, temos:

  $A \not\subset B$ se pelo menos um elemento de **A** não pertence a **B**.

Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ e $C = \{0, 2, 5\}$, temos:

Dados os conjuntos F = $\varnothing$, G = {a}, H = {a, b} e J = {a, b, c}:

- o único subconjunto de **F** é o conjunto $\varnothing$;
- são subconjuntos de **G** os conjuntos $\varnothing$ e {a};
- são subconjuntos de **H** os conjuntos $\varnothing$, {a}, {b} e {a, b};
- são subconjuntos de **J** os conjuntos $\varnothing$, {a}, {b}, {c}, {a, b}, {a, c}, {b, c} e {a, b, c}.

Observe que:

- **F** tem 0 elemento e 1 subconjunto;
- **G** tem 1 elemento e 2 subconjuntos;
- **H** tem 2 elementos e 4 subconjuntos;
- **J** tem 3 elementos e 8 subconjuntos.

Sendo $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 3, 4\}$ e $D = \{1, 2, 3, 4\}$, classifique em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**) as sentenças abaixo:

a) $B \subset D$

b) $A \subset B$

c) $A \not\subset C$

d) $D \supset A$

e) $C \not\supset B$

f) $C = D$

Se **A**, **B**, **C** e **D** são conjuntos não vazios, para cada uma das situações seguintes faça um diagrama de Venn que as represente.

a) $D \subset A \subset C \subset B$

b) $D \subset A \subset B$, $C \subset B$ e $C \not\subset A$

Sendo $M = \{0, 3, 5\}$, classifique as sentenças seguintes em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

a) $5 \in M$

b) $3 \subset M$

c) $\varnothing \in M$

d) $0 \in M$

e) $\varnothing \subset M$

f) $0 = \varnothing$

g) $0 \in \varnothing$

h) $0 \subset M$

EXERCÍCIOS

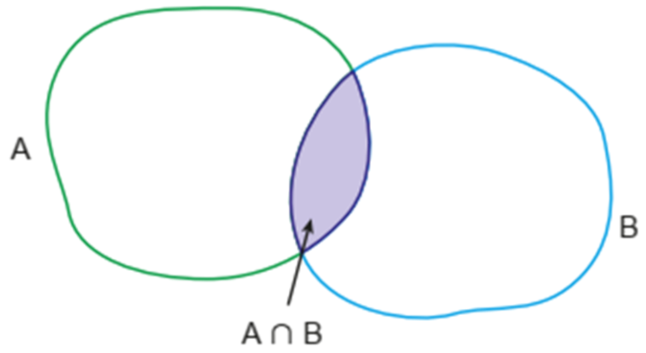
Se **A**, **B**, **C** e **D** são conjuntos não vazios, para cada uma das situações seguintes faça um diagrama de Venn que as represente.

a) $D \subset A \subset C \subset B$

b) $D \subset A \subset B$, $C \subset B$ e $C \not\subset A$

Interseção e reunião

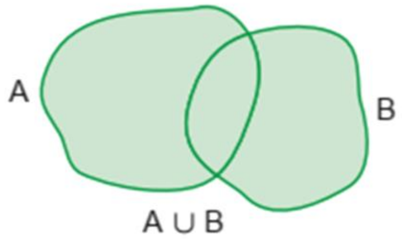
$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$



OBSERVAÇÃO

O conectivo **e**, que na definição é colocado entre as duas sentenças ($x \in A$ e $x \in B$), indica que as condições que ambas apresentam devem ser obedecidas. Ele pode ser substituído pelo símbolo $\wedge$.

$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$



O conectivo **ou**, que na definição é colocado entre as duas sentenças ($x \in A$ ou $x \in B$), indica que pelo menos uma delas deve ser obedecida. Ele pode ser substituído pelo símbolo $\vee$.

Dados os conjuntos $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ e $C = \{1, 3, 5, 7\}$, temos:

- $A \cap B =$
- $A \cap C =$
- $B \cap C =$

Os diagramas de Venn que representam os conjuntos $A \cap B$, $A \cap C$ e $B \cap C$ são:

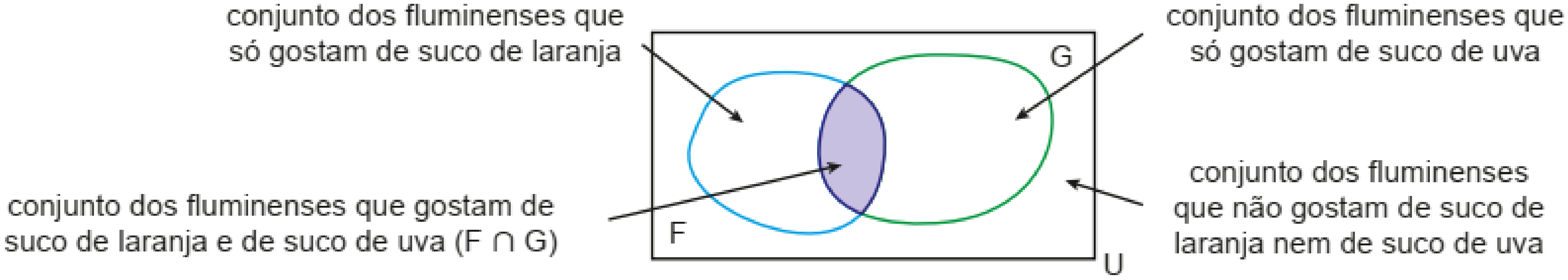
Sendo **F** o conjunto das pessoas que gostam de suco de laranja e **G** o conjunto das pessoas que gostam de suco de uva, podemos considerar que **F** e **G** são subconjuntos de um mesmo conjunto **U**, ou seja, todos os elementos de **F** e **G** pertencem a **U**.

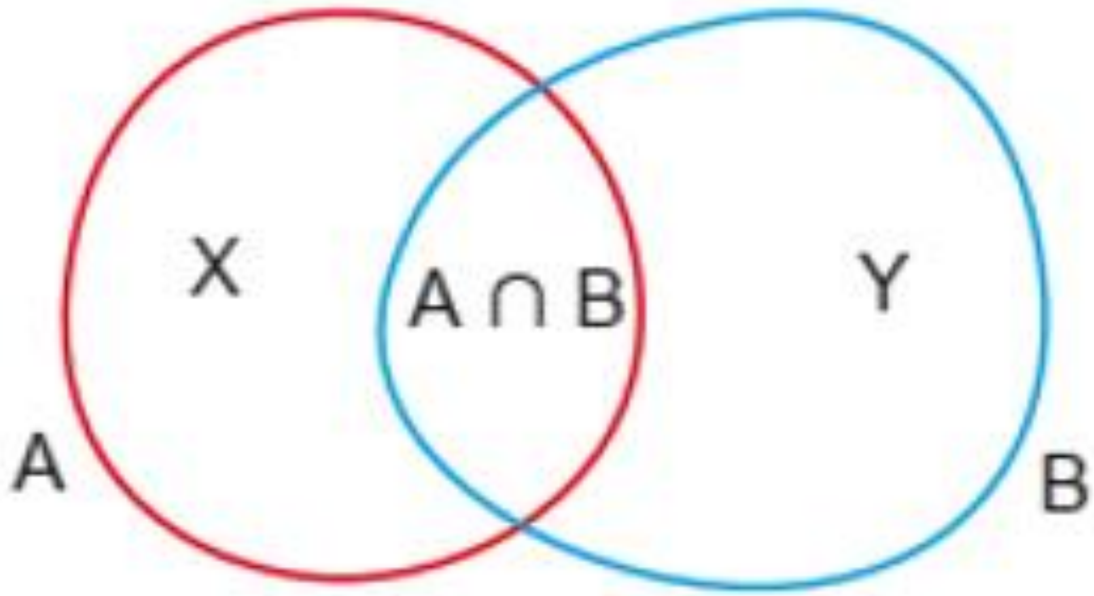
Esse conjunto **U** é chamado **conjunto universo**.

Assim, no caso dos conjuntos **F** e **G** considerados, **U** poderia ser, entre outros, o conjunto das pessoas que moram no estado do Rio de Janeiro (fluminenses). Então, temos:

$$F = \{x \in U \mid x \text{ gosta de suco de laranja}\} \text{ e } G = \{x \in U \mid x \text{ gosta de suco de uva}\}$$

Uma interpretação do diagrama representativo dos conjuntos considerados é:





$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Dos 650 alunos matriculados em uma escola de idiomas, sabe-se que 420 cursam inglês, 134 cursam espanhol e 150 não cursam inglês nem espanhol. Determine o número de alunos que:

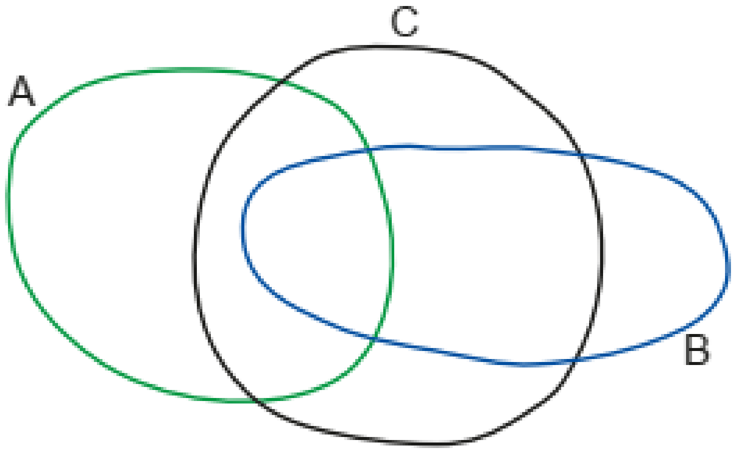
a) cursam inglês ou espanhol;

b) cursam inglês e espanhol;

c) cursam espanhol e não cursam inglês;

d) cursam apenas inglês ou apenas espanhol.

Na figura abaixo tem-se a representação dos conjuntos **A**, **B** e **C**, não vazios.



Relativamente a esses conjuntos, quais das afirmações seguintes são verdadeiras?

a) $(B \cup C) \subset A$ **b)** $(B \cap C) \subset (A \cup C)$ **c)** $(A \cap B) \subset (B \cap C)$ **d)** $(A \cap B) \cup B = \varnothing$

São dados os conjuntos $A = \{a, b, c\}$, $B = \{c, d, f\}$ e $C = \{a, f, g\}$. Determine um conjunto **X**, sabendo que:

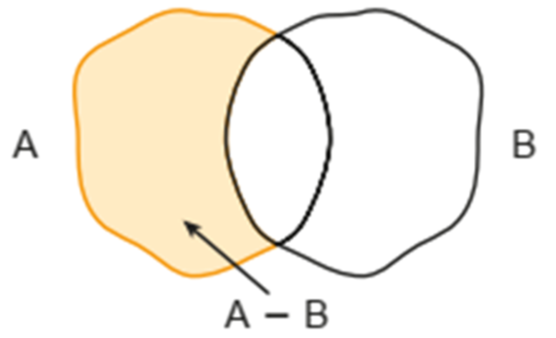
- **X** tem três elementos e $X \subset \{a, b, c, d, f, g\}$;
- $A \cap X = \{c\}$, $B \cap X = \{c, f\}$ e $C \cap X = \{f, g\}$.

Dados os conjuntos $A = \{p, q, r\}$, $B = \{r, s\}$ e $C = \{p, s, t\}$, determine os conjuntos:

a) $(A \cap B) \cup C$ **b)** $A \cap B \cap C$ **c)** $(A \cap C) \cup (B \cap C)$

Diferença

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$



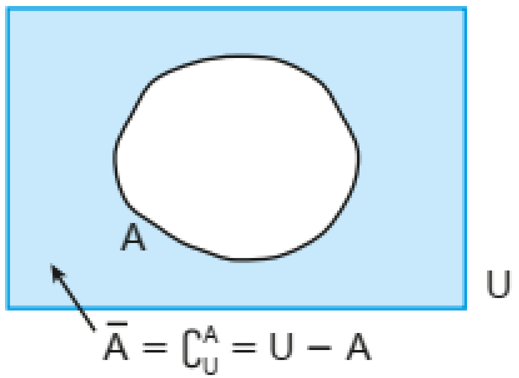
OBSERVAÇÕES

- No terceiro caso, em que $B \subset A$, o conjunto $A - B$ é chamado **complementar de B em relação a A**.

  Indica-se: $\complement_A^B = A - B$, se $B \subset A$.

- Sendo **A** um subconjunto de um conjunto universo **U**, então $\complement_U^A = U - A$ pode ser representado pelo símbolo $\overline{A}$, que se lê "**A** barra". Assim, $\overline{A} = \complement_U^A = U - A$.

  Note que para todo elemento **x** do conjunto universo **U**, se $x \in \overline{A}$, então $x \notin A$ e, por contraposição, se $x \in A$, então $x \notin \overline{A}$.



Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, $C = \{2, 3\}$ e $D = \{0, 7, 8\}$, temos:

- $A - B =$
- $A - C =$
- $B - A =$
- $C - D =$
- $C - A =$
- $D - D =$
- $\complement_B^C$:

Considerando o conjunto universo $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ e dados $A = \{x \in U \mid x \leqslant 3\}$, $B = \{x \in U \mid x \text{ é ímpar}\}$ e $C = \{x \in U \mid -2 \leqslant x < 1\}$, determine:

a) $A \cap B$

b) $A \cup C$

c) $A - C$

d) $C - B$

e) $\complement_A^C$

f) $\complement_B^A$

g) $\overline{B}$

h) $(A \cap C) - B$

i) $C \cup (A - B)$

j) $(A - B) \cup (B - A)$

k) $\overline{C} \cap \overline{A}$

l) $\overline{B} \cap (C - B)$

Considerando o conjunto universo $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ e dados $A = \{x \in U \mid x \leqslant 3\}$, $B = \{x \in U \mid x \text{ é ímpar}\}$ e $C = \{x \in U \mid -2 \leqslant x < 1\}$, determine:

a) $A \cap B$

b) $A \cup C$

c) $A - C$

d) $C - B$

e) $\complement_A^C$

f) $\complement_B^A$

g) $\overline{B}$

h) $(A \cap C) - B$

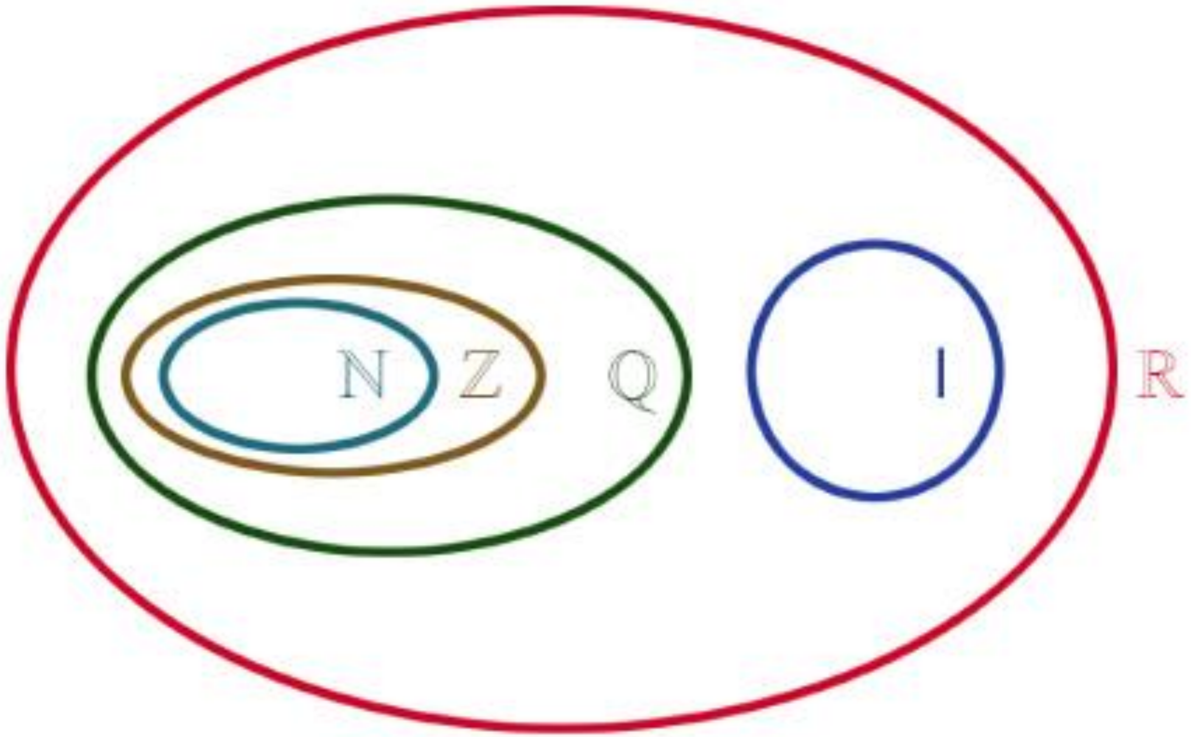
i) $C \cup (A - B)$

j) $(A - B) \cup (B - A)$

k) $\overline{C} \cap \overline{A}$

l) $\overline{B} \cap (C - B)$

Conjuntos numéricos

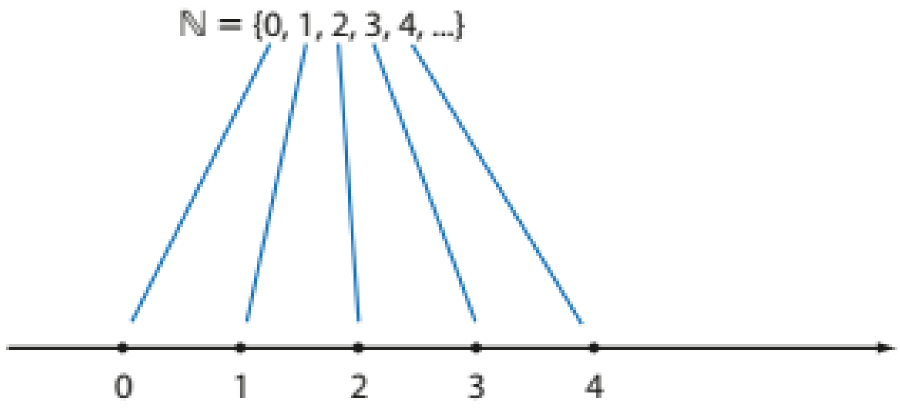


O conjunto ℕ

O conjunto dos **números naturais** é:

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, ..., n, ...\}$, em que **n** representa o elemento genérico do conjunto.

O conjunto ℕ possui infinitos elementos e pode ser representado na reta numerada.



O conjunto dos números naturais possui alguns subconjuntos importantes:

- o conjunto dos números naturais não nulos:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, ..., n, ...\}; \mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\}$$

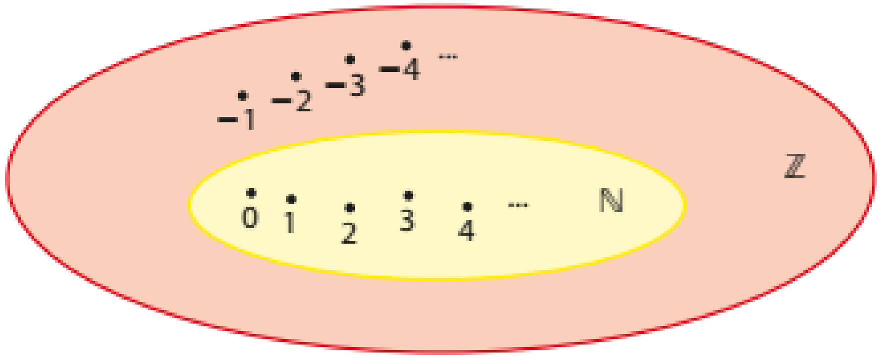
Observe que o símbolo * (asterisco) à direita do nome do conjunto indica que foi retirado dele o

O conjunto $\mathbb{Z}$

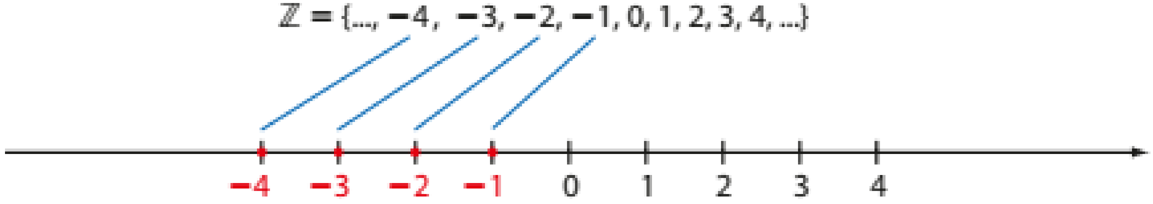
O conjunto dos números **inteiros** é:

$$\mathbb{Z} = \{..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$$

Observe que todo número natural é também um número inteiro, isto é, $\mathbb{N}$ é subconjunto de $\mathbb{Z}$ (ou $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ ou $\mathbb{Z} \supset \mathbb{N}$).



A representação geométrica do conjunto dos números inteiros é feita a partir da representação de $\mathbb{N}$ na reta numerada; basta acrescentar os pontos correspondentes aos números negativos:



O conjunto dos números inteiros possui alguns subconjuntos notáveis:

- o conjunto dos números inteiros não nulos:

$$\mathbb{Z}^* = \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \ldots\} = \mathbb{Z} - \{0\}$$

- o conjunto dos números inteiros não negativos: $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$
- o conjunto dos números inteiros (estritamente) positivos: $\mathbb{Z}_+^* = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$
- o conjunto dos números inteiros não positivos: $\mathbb{Z}_- = \{\ldots, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$
- o conjunto dos números inteiros (estritamente) negativos: $\mathbb{Z}_-^* = \{\ldots, -5, -4, -3, -2, -1\}$

Sejam os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 2\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\}$.

Determine $A \cup B$ e $A \cap B$.

Determine $A \cap B$ e $A \cup B$, sendo:

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 7\}$

b) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 1\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq 3\}$

c) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 10\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 6\}$

d) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x \leq 5\}$ e
$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq x < 4\}$

Determine $A \cap B$ e $A \cup B$, sendo:

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geqslant 5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 7\}$

b) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 1\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geqslant 3\}$

c) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 10\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 6\}$

d) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x \leqslant 5\}$ e
$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 \leqslant x < 4\}$

O conjunto $\mathbb{Q}$

O conjunto $\mathbb{Z}$ é fechado em relação às operações de adição, multiplicação e subtração, mas o mesmo não acontece em relação à divisão. Note que, embora $(-12) : (+4) = -3 \in \mathbb{Z}$, **não existe número inteiro x** para o qual se tenha $x = (+4) : (-12)$. Por esse motivo, fez-se necessária uma ampliação do conjunto $\mathbb{Z}$, da qual surgiu o conjunto dos números racionais.

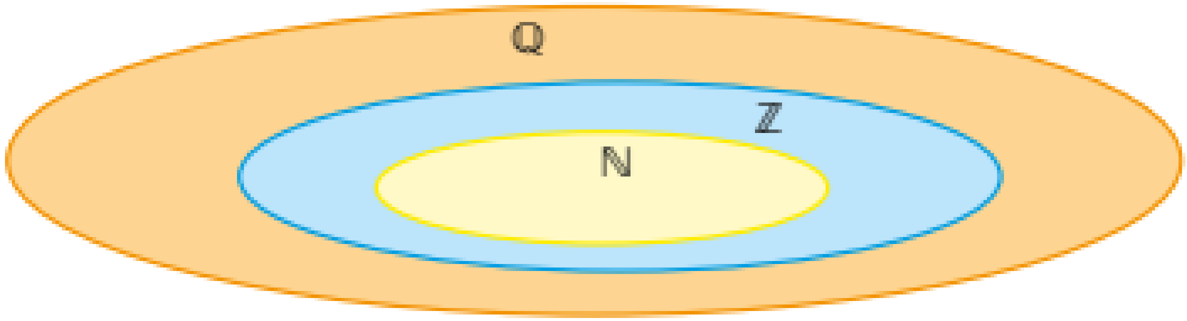
O **conjunto dos números racionais**, identificado por $\mathbb{Q}$, é inicialmente descrito como o conjunto dos quocientes entre dois números inteiros, em que o divisor é diferente de zero. Por exemplo, são números racionais:

$$0, \pm 1, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{3}, \pm 2, \pm\frac{2}{3}, \pm\frac{2}{5} \text{ etc}$$

Podemos escrever, de modo mais simplificado:

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \text{ e } q \in \mathbb{Z}^*\right\}$$

Dessa forma, podemos definir o conjunto $\mathbb{Q}$ como o conjunto das frações $\frac{p}{q}$; assim, um número é racional quando pode ser escrito como uma fração $\frac{p}{q}$, com **p** e **q** inteiros e $q \neq 0$.



$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

No conjunto $\mathbb{Q}$ destacamos os seguintes subconjuntos:

- $\mathbb{Q}^*$: conjunto dos números racionais não nulos;
- $\mathbb{Q}_+$: conjunto dos números racionais não negativos;
- $\mathbb{Q}_+^*$: conjunto dos números racionais positivos;
- $\mathbb{Q}_-$: conjunto dos números racionais não positivos; e
- $\mathbb{Q}_-^*$: conjunto dos números racionais negativos.

Classifique cada item como verdadeiro (**V**) ou falso (**F**):

a) $10 \in \mathbb{Q}$

b) $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ e $3 \in \mathbb{Q}$

c) $x \in \mathbb{Q} \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$ ou $x \in \mathbb{N}$

d) $0{,}851 \in \mathbb{Q}$

e) $-2{,}\overline{3} \notin \mathbb{Q}$

f) $-2 \in \mathbb{Q} - \mathbb{N}$

g) $-\frac{17}{9} \notin \mathbb{Q}$

h) $-5{,}16666... \notin \mathbb{Z}$

i) $\mathbb{Q}_+ \cap \mathbb{Q}_- = \{\ \}$

j) Todo número racional é inteiro.

O conjunto $\mathbb{I}$

Assim como existem números decimais que podem ser escritos como frações com numerador e denominador inteiros — os números racionais que acabamos de estudar —, há os que não admitem tal representação. Trata-se dos números decimais que possuem representação infinita não periódica.

Vejamos alguns exemplos:

- O número 0,212112111... não é dízima periódica, pois os algarismos após a vírgula não se repetem periodicamente.
- O número 1,203040... também não comporta representação fracionária, pois não é dízima periódica.
- Os números $\sqrt{2} = 1,4142135...$, $\sqrt{3} = 1,7320508...$ e $\pi = 3,141592...$, por não apresentarem representação infinita periódica, também não são números racionais. Lembre-se de que o número π representa o quociente entre a medida do comprimento de uma circunferência e a medida do seu diâmetro.

O conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais

O conjunto formado pela reunião do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais é chamado **conjunto dos números reais** e é representado por $\mathbb{R}$.

Assim, temos:

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}, \text{ sendo } \underbrace{\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \varnothing}_{\downarrow}$$

Se um número real é racional, então não é irracional, e vice-versa.

Temos: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ e $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$

Observe: $\mathbb{I} = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$

Além desses ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{I}$), o conjunto dos números reais apresenta outros subconjuntos importantes:

- o conjunto dos números reais não nulos:

$$\mathbb{R}^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$$

- o conjunto dos números reais não negativos: $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 0\}$
- o conjunto dos números reais positivos: $\mathbb{R}_+^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$
- o conjunto dos números reais não positivos: $\mathbb{R}_- = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 0\}$
- o conjunto dos números reais negativos: $\mathbb{R}_-^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$

Observe que cada um desses cinco conjuntos contém números racionais e números irracionais.

Intervalos reais

O conjunto dos números reais possui também subconjuntos denominados **intervalos**, nos quais os elementos são determinados por meio de desigualdades. Sejam os números reais **a** e **b**, com $a < b$.

- Intervalo aberto de extremos **a** e **b** é o conjunto $]a, b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$.

$$]3, 5[= \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x < 5\}$$

Note as "bolinhas vazias"; elas excluem os valores 3 e 5.

- Intervalo fechado de extremos **a** e **b** é o conjunto $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leqslant x \leqslant b\}$.

$$[3, 5] = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leqslant x \leqslant 5\}$$

Note as "bolinhas cheias"; elas incluem os valores 3 e 5.

- Intervalo aberto à direita e fechado à esquerda de extremos **a** e **b** é o conjunto $[a, b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a \leqslant x < b\}$.

$$[3, 5[= \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leqslant x < 5\}$$

- Intervalo aberto à esquerda e fechado à direita de extremos **a** e **b** é o conjunto $]a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leqslant b\}$.

$$]3, 5] = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x \leqslant 5\}$$

Existem ainda os seguintes intervalos:

- $]-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant a\}$

$$]-\infty, 3] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 3\}$$

Observe que o intervalo determina uma semirreta (à esquerda) com origem em 3.

- $]-\infty, a[= \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$

$$]-\infty, 3[= \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$$

- $[a, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant a\}$

$$[3, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 3\}$$

Observe que o intervalo determina uma semirreta (à direita) com origem em 3.

- $]a, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$

$$]3, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$$

Dados os intervalos:

$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leqslant x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$ e

$C =]-\infty, 2]$.

Vamos determinar $A \cap B$, $B \cap C$, $A \cup B$ e $A \cup B \cup C$.


SEJA SOLIDÁRIO, DOE SANGUE.
DOAR
UM ATO DE AMOR

https://portalarquivos.saude.gov.br/campanhas/doesangue/

Receptor	Doador							
	O-	O+	A-	A+	B-	B+	AB-	AB+
O-	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
O+	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✗
A-	✓	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✗
A+	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✗	✗
B-	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✗
B+	✓	✓	✗	✗	✓	✓	✗	✗
AB-	✓	✗	✓	✗	✓	✗	✓	✗
AB+	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Trabalho – banco de dados – doação de sangue

- Vocês criar um banco de dados para um centro de coleta e distribuição de sangue
- Dados que precisam ser incluídos:

- nome do doador, sexo, idade e outros dados importante da triagem (dados fictícios de 30 pessoas)

- tipo sanguíneo (A+, A-, ...)
- quantidade de sangue coletado

- O banco de dados deve permitir análise de dados automatizada

- quantidade de sangue disponível por tipo de sangue
- quantidade de sangue que pode ser recebido
- esquema ilustrativo com doadores ou receptores (Diagrama de Venn – sem números)