

Exercícios: Vetores \mathbb{R}^2

1. Dados os vetores $u = (3, 2)$ e $v = (7, 5)$, calcular:
a) $u + v$; b) $5u$; c) $-2v$; d) $2u + 3v$.
2. Dados $u = (-3, -1)$ e $v = (4, 0)$, calcular:
a) $5u + 4v$; b) $7u - 3v$
3. Dados $u = (-1, 4)$, $v = (-3, -2)$ e $w = (0, 5)$, calcular:
a) $u + v + w$; b) $2u + v - w$; c) $3u - 2v + w$;
4. Dados $u = (3, 7)$, $v = (-1, 2)$ e $w = (11, 4)$, determine os números x e y que tornam verdadeira a igualdade: $xu + yv = w$.
5. Calcular x e y para que seja verdadeira a igualdade $x(1, 0) + y(0, 1) = (4, 7)$
6. Dados $u = (4, 9)$, $v = (2, -1)$ e $w = (5, 10)$, calcular:
a) $u \cdot v$; b) $v \cdot w$; c) $w \cdot u$; d) $v \cdot v$;
7. Dados $u = (6, -2)$, $v = (-3, 4)$ e $w = (1, 5)$, calcular:
a) $u \cdot (v + w)$; b) $(u - v) \cdot w$; c) $(u + v) \cdot (u - v)$;
8. Calcular o módulo dos seguintes vetores:
a) $u = (3, 4)$; b) $v = (-2, 1)$; c) $w = (-5, 0)$;
9. Dados $u = (1, -1)$, $v = (-3, 4)$ e $w = (-2, 0)$, calcular:
a) $|u|$; b) $|v|$; c) $|u + v|$;
10. Dados $u = (3, 7)$ e $v = (1, -4)$, calcular: $|u + v|$;
11. Dado $u = (a, -2)$, calcular os valores de a para que se tenha $|u| = 3$
12. Determinar o versor de v nos casos:
a) $v = (10, 0)$; b) $v = (0, -6)$;
13. Calcular a distância entre u e v nos seguintes casos:
a) $u = (0, 4)$ e $v = (12, 9)$;
b) $u = (-1, -5)$ e $v = (0, -6)$;
c) $u = (4, -1)$ e $v = (2, 3)$;
d) $u = (3, 1)$ e $v = (7, 1)$;
14. Verifique se u e v são paralelos em cada caso:
a) $u = (4, 2)$ e $v = (12, 6)$;
b) $u = (-6, -12)$ e $v = (1, 2)$;
c) $u = (6, 9)$ e $v = (12, 15)$;
d) $u = (8, 14)$ e $v = (12, 21)$;
e) $u = (-3, 4)$ e $v = (4, -3)$;
f) $u = (2, 0)$ e $v = (-6, 0)$;
15. Verificar se u e v são ortogonais nos casos:
a) $u = (3, 2)$ e $v = (-4, 6)$;
b) $u = (-1, -3)$ e $v = (3, -1)$;

- c) $u = (5, 4)$ e $v = (-2, 3)$;
- d) $u = (7, 0)$ e $v = (0, 2)$;
- e) $u = (-1, 1)$ e $v = (8, 0)$;
- f) $u = (a, b)$ e $v = (b, -a)$

16. Para que valor de m os vetores $u = (1, m)$ e $v = (-2, 2)$ são ortogonais?

17. Para que valor de m os vetores $u = (2, 5)$ e $v = (8, m)$ são paralelos?

18. Determinar o ângulo entre u e v nos casos:

- a) $u = (1, 2)$ e $v = (-1, 3)$
- b) $u = (3, 0)$ e $v = (1, \sqrt{3})$.

Respostas

1. a) $(10, 7)$; b) $(15, 10)$; c) $(-14, -10)$; d) $(27, 19)$.
2. a) $(1, -5)$; b) $(-33, -7)$;
3. a) $(-4, 7)$; b) $(-5, 1)$; c) $(3, 21)$;
4. $x = 2$ e $y = -5$
5. $x = 4$ e $y = 7$
6. a) -1 ; b) 0 ; c) 110 ; d) 5 ;
7. a) -30 ; b) -21 ; c) 15 ;
8. a) 5 ; b) $\sqrt{5}$; c) 5 ;
9. a) $\sqrt{2}$; b) 5 ; c) $\sqrt{13}$;
10. 5
11. ± 5
12. a) $(1, 0)$; b) $(0, -1)$;
13. a) 13 ; b) $\sqrt{2}$; c) $2\sqrt{5}$; d) 4
14. a) sim; b) sim; c) não; d) sim; e) não; f) sim
15. a) sim; b) sim; c) não; d) sim; e) não; f) sim
16. 1
17. 20
18. a) 45° ; b) 60°

Exercícios: Vetores no \mathbb{R}^3 e \mathbb{R}^n

1. Represente no \mathbb{R}^3 , os seguintes pontos:

$$P = (2, 4, 3)$$

$$A = (2, 4, 0)$$

$$B = (2, 0, 3)$$

$$C = (0, 4, 3)$$

$$P_1 = (2, 0, 0)$$

$$P_2 = (0, 4, 0)$$

$$P_3 = (0, 0, 3)$$

2. Dados $u = (1, 2, 3)$, $v = (1, 0, 1)$ e $w = (-1, 2, -3)$, calcular:

a) $u + v$

b) $2v - w$

c) $2u - v + 3w$

3. Dados $u = (1, 2, 4)$, $v = (2, 1, 0)$ e $w = (1, 0, 0)$, calcular os números a , b , e c tais que: $a \cdot u + b \cdot v + c \cdot w = (4, 6, 8)$.

4. Dados $u = (4, 7, 3)$, $v = (2, 2, 1)$ e $w = (0, -5, 2)$, calcular:

a) $u \cdot v$

b) $v \cdot w$

c) $(u + v) \cdot w$

d) $u \cdot (v - 2w)$

5. Determinar o modulo dos vetores:

a) $u = (3, 2, -6)$

b) $v = (7, 1, -1)$

c) $w = (13, \sqrt{2}, -5)$

6. Dados $u = (4, 0, 3)$ e $v = (0, 1, -1)$, calcular:

a) $|u + v|$

b) $|3v - u|$

7. Calcular a distancia entre os pontos A e B nos casos:

a) A $(-1, -1, 2)$ e B $(3, 7, 1)$

b) A $(2, 2, 4)$ e B $(-2, 6, 6)$

8. Calcular o ângulo formado pelos vetores $u = (4, 1, 1)$ e $V = (2, -1, 2)$

9. Determinar a e b de modo que os vetores $u = (4, 2, -8)$ e $v = (10, a, b)$ sejam paralelos.
10. Determinar k de modo que os vetores $u = (3, k, -2)$ e $v = (6, -4, -3)$ sejam ortogonais.
11. Sejam $u = (1, -3, 2, 4)$ e $v = (3, 5, -1, -2)$, calcular:
- $u + v$
 - $2u - 3v$
12. Sejam os vetores $u = (1, -2, 4, 1)$ e $v = (3, 1, -5, 0)$, calcular:
- $d(u, v)$
 - $|v|$
13. Determinar k de modo que os vetores u e v sejam ortogonais, onde $u = (1, k, -3)$ e $v = (2, -4, 5)$
14. Encontre k tal que $|u| = \sqrt{39}$, onde $u = (1, k, -2, 5)$.
15. Calcular $d(u, v)$, onde $u = (2, 0, -1, 3)$ e $v = (-\frac{1}{2}, 1, 2, 5)$
16. Dados os vetores $u = (1, 3, 1)$, $v = (2, -4, 1)$ e $w = (-1, 5, 1)$, calcular os números x, y e z tais que: $x.u + y.v + z.w = (0, 10, 1)$
17. Encontre k tal que $d(u, v) = 7$, onde $u = (k, -1, 0)$ e $v = (4, 1, -6)$.
18. Sabe-se que os vetores $u = (k, -1, 0)$ e $v = (2, -1, 2)$ formam um ângulo de 45° . Qual é o valor de k?
19. Determinar o versor de $u = (-5, 10, -10)$.

Respostas

- $(2, 2, 4)$
 - $(3, -2, 5)$
 - $(-2, 10, -1)$
- $a = 2; b = 2; c = -2$
- 25
 - 8
 - 37
 - 83
- 7
 - $\sqrt{51}$
 - 14
- $\sqrt{21}$

b) $\sqrt{61}$

7. a) 9

b) 6

8. 45°

9. $a = 5$ e $b = -20$

10. 6

11. a) (4, 2, 1, 2)

b) (- 7, - 21, 7, 14)

12. a) $\sqrt{95}$

b) $\sqrt{35}$

13. $k = -\frac{13}{4}$

14. $k = \pm 3$

15. $9/2$

16. $x = 2$; $y = - 1$; $z = 0$

17. $k = 4$ ou $k = - 2$

18. $k = 1$ ou $k = 7$

19. $(- 1/3, 2/3, - 2/3)$