

# 1 Thermodynamik

$$\begin{array}{llll}
 \text{isotherm:} & \Delta u = 0 & \Delta T = 0 & \Delta w = +R T \ln \left( \frac{v_1}{v_2} \right) = -R T \ln \left( \frac{p_1}{p_2} \right) \\
 \text{isobar:} & \Delta w = R \Delta T & \Delta p = 0 \Rightarrow \int v \mathrm{d}p = 0 & \Delta h = \Delta q_a \text{ wenn } \Delta q_R = 0 \\
 \text{isochor:} & & \Delta v = 0 \Rightarrow \int p \mathrm{d}v = 0 & \Delta u = \Delta q_a \text{ wenn } \Delta q_R = 0 \\
 \text{Enthalpie:} & h = u + pv & & 
 \end{array}$$

$$1. \text{ HS:} \quad \Delta h = \Delta q_a + \Delta q_R + \int v \mathrm{d}p \quad \Delta u = \Delta q_a + \Delta q_R - \int p \mathrm{d}v \quad \Delta Q + \Delta W = \Delta U + \Delta E_a$$

$$2. \text{ HS:} \quad \Delta q_{rev} = \Delta q_a + \Delta q_R = \int T \mathrm{d}s$$

## 1.1 Ideales Gas

$$\begin{array}{llll}
 v_{mn} = 22,414 \frac{\text{Nm}^3}{\text{kmol}} & V_n = n v_{mn} & R = \frac{R_m}{M} & \kappa = \frac{c_p}{c_v} \\
 R_m = 8314,47 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}} & p v = R T & p V = m R T & p V = n R_m T \\
 c_p = \frac{c_{pm}}{M} = R + c_v = R \frac{\kappa}{\kappa - 1} & c_p = c_p|_{t_1}^{t_2} = \frac{c_p|_0^{t_2} \cdot t_2 - c_p|_0^{t_1} \cdot t_1}{t_2 - t_1} & \Delta u = c_v \Delta T & \Delta h = c_p \Delta T
 \end{array}$$

$$\Delta s = c_v \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) + R \ln \left( \frac{v_2}{v_1} \right) = c_p \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right) = c_p \ln \left( \frac{v_2}{v_1} \right) + c_v \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right)$$

$$\text{Isentrope:} \quad \frac{T_{2s}}{T_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad p v^\kappa = p_1 v_1^\kappa = \text{konst.}$$

$$\begin{array}{ll}
 \int p \mathrm{d}v = \frac{1}{\kappa - 1} R T_1 \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1} \right] & \int v \mathrm{d}p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R T_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] \\
 \text{Polytrope analog mit: } n = \frac{\ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right)}{\ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right) - \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right)} & = 1 - \frac{\ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right)}{\ln \left( \frac{v_1}{v_2} \right)} \text{ statt } \kappa
 \end{array}$$

## 1.2 Gemische idealer Gase – Species $i$

$$\begin{array}{llll}
 y_i = \frac{n_i}{n} = \frac{V_i}{V} = \frac{\dot{V}_i}{\dot{V}} = \frac{p_i}{p} & w_i = \frac{m_i}{m} = \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}} = y_i \frac{M_i}{M} & M = \sum y_i M_i & M_i = \frac{m_i}{n_i} \\
 c_p = \sum c_{pi} w_i & \text{analog für: } c_v, \Delta u, \Delta h, \Delta s & c_{mp} = \sum y_i c_{mpi} & \dot{V} = A c
 \end{array}$$

## 1.3 Inkompressible Flüssigkeiten

$$\begin{array}{lll}
 c_v = c_p & v = \frac{1}{\rho} = \text{konst.} & \dot{m} = \dot{V} \rho \\
 \Delta u = c_p \Delta T & \Delta h = c_p \Delta T + v \Delta p & \Delta s = c_p \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right)
 \end{array}$$

## 1.4 Gemische mischbarer, inkompressibler Flüssigkeiten – Species $i$

$$\begin{array}{llll}
 m_i = \frac{V_i}{v_i} & v = \sum v_i w_i & m = \sum m_i & w_i = \frac{m_i}{m} \\
 c_p = \sum c_{pi} w_i & \text{analog für } \Delta u, \Delta h, \Delta s & \Delta s_i = c_{pi} \ln \left( \frac{T_{2i}}{T_{1i}} \right) + R_i \ln \left( \frac{v_{2i}}{v_{1i}} \right) \\
 x_i = w_i \frac{M}{M_i} = \varphi_i \frac{v_i}{v} \frac{M_i}{M} & w_i = x_i \frac{M_i}{M} = \varphi_i \frac{v}{v_i} & \varphi_i = x_i \frac{v}{v_i} \frac{M}{M_i} = w_i \frac{v_i}{v}
 \end{array}$$

## 1.5 Nassdampf: $u'$ = Wasser, $u''$ = Dampf

$$\begin{array}{lll}
 x = \frac{m''}{m' + m''} = \frac{u - u'}{u'' - u'} & & \\
 u = (1 - x) u' + x u'' & u = u' + x (u'' - u') & \text{analog für: } v, h, s
 \end{array}$$

## 1.6 Geschlossene Systeme

$$\Delta w_v = - \int p \, dv$$

## 1.7 Offene Systeme

$$\Delta U + \Delta E_a = \Delta Q_a + \Delta W_i + \sum \Delta m_j (h_j + e_{aj})$$

## 1.8 Einseitig offene Systeme

$$\text{Einströmung – ideales Gas:} \quad T_2 = T_1 \frac{\kappa}{1 + \frac{p_1}{p_u}(\kappa - 1)} \quad \Delta m = \frac{m_1 (T_2 - T_1)}{\kappa T_1 - T_2}$$

$$\text{Einsaugen, Ausstoßen:} \quad \Delta W_v = -p \, \Delta V$$

## 1.9 Ruhende, stationäre, 2-seitig offene Systeme

$$\Delta h + \Delta e_a = \Delta q_a + \Delta w_i \quad \Delta h = \Delta q_a + \Delta q_R + \int v \, dp \quad \int v \, dp + \Delta q_R + \Delta e_a = \Delta w_i$$

## 1.10 Wirkungsgrade

$$\text{Verdichtung:} \quad \eta_{is} = \frac{\Delta w_{s=\text{konst.}}}{\Delta w_i} \quad \eta_{it} = \frac{\Delta w_{T=\text{konst.}}}{\Delta w_i} \quad \eta_a = \frac{\Delta w_i}{\Delta w_{eff}} \quad \eta_{eff} = \eta_i \, \eta_a$$

$$\text{Entspannung:} \quad \eta_{is} = \frac{\Delta w_i}{\Delta w_{s=\text{konst.}}} \quad \eta_{it} = \frac{\Delta w_i}{\Delta w_{T=\text{konst.}}} \quad \eta_a = \frac{\Delta w_{eff}}{\Delta w_i} \quad \eta_{eff} = \eta_i \, \eta_a$$

$$\text{Wärmeübertragung:} \quad \eta_{wue} = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}}$$

## 1.11 Ruhende, stationäre, 3-seitig offene Systeme

$$\text{Mischung der Ströme i:} \quad \sum m_i \, \Delta h_i = 0$$

## 1.12 Ruhende, stationäre, 4-seitig offene Systeme

$$\text{Wärmeübertrager:} \quad \sum m_i \, \Delta h_i = 0$$

$$\text{Verdichter + Turbine:} \quad P_{vi} + P_{T,eff} = 0 \quad \text{montiert auf einer Welle}$$

## 1.13 Kreisprozesse

$$\text{Allgemein:} \quad \eta_{therm} = \frac{|\Delta w_{ab}|}{\Delta q_{zu}} \quad \text{EER} = \frac{\Delta q_{zu}}{\Delta w_{zu}} \quad \text{COP} = \frac{|\Delta w_{ab}|}{\Delta w_{zu}}$$

$$\text{Carnot:} \quad \eta_{therm} = 1 - \frac{T_{ab}}{T_{zu}} \quad \text{EER} = \frac{T_{zu}}{T_{ab} - T_{zu}} \quad \text{COP} = \frac{T_{ab}}{T_{ab} - T_{zu}}$$

$$\text{Joule:} \quad \eta_{therm,max} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$$\text{Gütegrad:} \quad \eta_G = \frac{\text{EER}}{\text{EER}_{Carnot}} \quad \eta_G = \frac{\text{COP}}{\text{COP}_{Carnot}}$$

## 1.14 Exergie

$$\text{Arbeit:} \quad e = \Delta w_{eff}$$

$$\text{Geschlossenes System:} \quad e = u - u_u - T_u (s - s_u) - p_u (v_u - v)$$

$$\text{Fluid Strom :} \quad e = h - h_u - T_u (s - s_u)$$

$$\text{Wärme:} \quad e = \int \left(1 - \frac{T_u}{T}\right) dq_a \cong \left(1 - \frac{T_u}{T_m}\right) \Delta q_a$$

$$\text{Exergetischer Wirkungsgrad:} \quad \zeta = \frac{e_{ab}}{e_{zu}}$$

## 2 Strömungslehre

Dazu gehört auch die THD Formelsammlung. Notiz:  $\rho \neq p = \text{Druck}$ ,  $\nu \neq v$

### 2.1 Hydrostatik

$i$  kennzeichnet eine beliebige Richtung z.B.  $x, y, z$  oder die Richtung einer schrägen Wand  $s$

$S$  kennzeichnet den Schwerpunkt

Druckgradient:  $\frac{\partial p}{\partial x_i} = \rho f_i$  Für  $f_z = g$  ist der Überdruck  $p_{\ddot{u}(z)} = \rho g z$   $g, z \downarrow$

Exzentrizität:  $e_{Si} = \frac{I_{Si}}{s_{Si} A}$  Vertikale Wandkraft:  $F_{wi} = p_{\ddot{u},S} A_i$

$s_{Si}$  Lage des Flächenschwerpunkts  $S$  von Oberfläche in Richtung  $i$

$I_{Si}$  Flächenträgheitsmoment in Richtung  $i$  um horizontale Achse durch Schwerpunkt  $S$

Horizontale Wandkraft  $F_{wz} = \text{Gewicht des darüberliegenden Fluids}$

Rechteckiger Deckel mit Breite  $a$ , Höhe  $b$ :  $I_{Ss} = \frac{a b^3}{12}$   $A = a b$   $e_{Ss} = \frac{b^2}{12 s_{Ss}}$

Kreisförmiger Deckel mit Radius  $r$ :  $I_{Ss} = \frac{r^4 \pi}{4}$   $A = r^2 \pi$   $e_{Ss} = \frac{r^2}{4 s_{Ss}}$

Gleichschenkeliges Dreieck, Basis  $a$ , Höhe  $b$ :  $I_{Ss} = \frac{a b^3}{36}$   $A = \frac{a b}{2}$   $e_{Ss} = \frac{b^2}{18 s_{Ss}}$

Statische Auftriebskraft an der Unterseite eines eingetauchten Körpers:  $F_A = \rho_{Fl} g V_{K, \text{eingetaucht}}$

Horizontal beschleunigte Flüssigkeiten:  $p_{\ddot{u}(x,z)} = -\rho a x - \rho g (z - z_0)$   $z_0 = h_0 + \frac{a}{g} x_S$

Spiegeloberfläche Neigung  $\alpha = \arctan \frac{a}{g}$   $z_{(x)} = z_0 - \frac{a}{g} x$

Rotierend beschleunigte Flüssigkeiten:  $p_{\ddot{u}(r,z)} = \frac{\rho}{2} r^2 \omega - \rho g (z - z_0)$   $z_0 = h_0 - \frac{I_p \omega^2}{2 g A}$

Spiegeloberfläche  $I_p = I_{pS} + r_S^2 A$   $z_{(r)} = z_0 + \frac{r^2 \omega^2}{2 g}$

$I_{pS}$  polare Trägheitsmoment um Schwerpunkt  $S$   $r_S$  ist der Abstand vom Schwerpunkt zur Drehachse

### 2.2 Aerostatik

Standardatmosphäre  $n = 1,235$   $p_0 = 1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa}$   $T_0 = 15^\circ \text{C} = 288,15 \text{ K}$   $H_0 = 8430 \text{ m}$

$$\frac{p(z)}{p_0} = \left(1 - \frac{n-1}{n} \frac{z}{H_0}\right)^{\frac{n}{n-1}} \quad \frac{T(z)}{T_0} = \left(1 - \frac{n-1}{n} \frac{z}{H_0}\right) \quad \frac{\rho(z)}{\rho_0} = \left(1 - \frac{n-1}{n} \frac{z}{H_0}\right)^{\frac{1}{n-1}}$$

### 2.3 Massenbilanz MB

$$\sum \dot{m}_{\text{ein}} - \sum \dot{m}_{\text{aus}} = 0 \quad \dot{m} = \rho \dot{V} \quad \dot{V} = A c \quad c \perp A$$

### 2.4 Energiebilanz EB, siehe auch THD

$$\Delta h + \Delta \frac{c^2}{2} + g \Delta z = \Delta q_a + \Delta w_i \quad \Delta h = \Delta q_a + \Delta q_R + \int v \, dp$$

$$\int v \, dp + \Delta q_R + \Delta \frac{c^2}{2} + g \Delta z = \Delta w_i \quad \text{Inkompressibel: } \frac{\Delta p}{\rho} + \Delta q_R + \Delta \frac{c^2}{2} + g \Delta z = \Delta w_i$$

## 2.5 Impulsmomentenbilanz um Achse $i$ IB<sub>i</sub>

$c_i$  ist die Geschwindigkeitskomponente in Richtung  $i$  (relativ zum bewegten Kontrollvolumen)

$$\sum \dot{I}_{ein} - \sum \dot{I}_{ein} + \sum F_{p,i} + \sum F_{R,i} + \sum F_{g,i} = 0 \quad \dot{I} = \dot{m} c_i \quad F_{p,i} = p_{\bar{u}} A_i \quad F_{R,i} = \tau_W A_{Wi} \quad F_{g,i} = m g_i$$

## 2.6 Impulsbilanz in Richtung $i$ IB<sub>i</sub>

$c_n$  ist die Geschwindigkeit projiziert auf die Normalebene der Achse  $i$

$r_i$  ist der Hebelarm zur Achse  $i$  in der Normalebene der Achse  $i$

$$\sum \dot{L}_{ein} - \sum \dot{L}_{ein} + \sum M_{p,i} + \sum M_{R,i} + \sum M_{g,i} = 0 \quad \dot{L} = \dot{m} c_n r_i \quad M_{p,i} = F_p r_i \quad M_{R,i} = F_R r_i \quad M_{g,i} = F_g r_i$$

## 2.7 Isentrope kompressible Strömungen

Isentrope, ideales Gas, Isentropen-Koeffizient  $\kappa$ : Siehe THD Formelsammlung

Index  $T$  kennzeichnet totale Bedingungen bzw. Ruhebedingungen bei  $c = 0$

Index  $k$  kennzeichnet kritische Bedingungen bei Schallgeschwindigkeit  $c = a$

Index  $u$  kennzeichnet Umgebungsbedingungen

Geschwindigkeitsfunktion  $\nu$

$$\nu\left(\frac{p}{p_T}, \kappa\right) = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1} \left[ 1 - \left(\frac{p}{p_T}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}$$

$$\text{EB: } c = \sqrt{2 R T_T} \cdot \nu(p/p_T, \kappa)$$

Durchflussfunktion  $\psi$

$$\psi\left(\frac{p}{p_T}, \kappa\right) = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1} \left[ \left(\frac{p}{p_T}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p}{p_T}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}$$

$$\text{MB: } \dot{m} = A \varrho_T \sqrt{2 R T_T} \cdot \psi(p/p_T, \kappa)$$

$$\frac{p_k}{p_T} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad \nu_k = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}} \quad \psi_k = \psi_{max} = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}} \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \quad \frac{T_k}{T_T} = \frac{2}{\kappa+1} \quad \frac{\varrho_k}{\varrho_T} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$$

$$c_k = a_k = \sqrt{\kappa R T_k} \quad \text{Schallgeschwindigkeit: } a = \sqrt{\frac{dp}{d\varrho}} = \sqrt{\kappa R T} \quad \text{Machzahl: } Ma = \frac{c}{a}$$

Der Druck am Auslass einer einfachen konvergenten Düse  $p_a = \max(p_u, p_k)$

Für gegebene Ruhebedingungen ist der Druck am Auslass einer korrekt ausgelegten Laval Düse  $p_a = p_u$

$$Ma = \sqrt{\frac{2}{\kappa-1} \left[ \left(\frac{p}{p_T}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]}$$

$$\frac{\varrho}{\varrho_T} = \left(\frac{p}{p_T}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} Ma^2\right)^{-\frac{1}{\kappa-1}}$$

$$\frac{p}{p_T} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} Ma^2\right)^{\frac{-\kappa}{\kappa-1}}$$

$$\frac{T}{T_T} = \left(\frac{p}{p_T}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} Ma^2\right)^{-1}$$

## 2.8 Viskosität – Wandschubspannung

Dynamische Viskosität  $\mu$  in  $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m s}}\right]$  bzw. [Pa s]

Newton'sches Schubspannungsgesetz  $\tau_w = \mu \frac{dc}{dy}$

Kinematische Viskosität  $\nu = \frac{\mu}{\varrho}$  in  $\left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right]$

$\gamma$  zeigt weg von der Wand.

## 2.9 Durchströmung

$$NPSH = \frac{p - p_d}{\varrho g}$$

$$\dot{V} = c_{(y \text{ oder } r)} dA$$

$$\text{Kanal: } dA = b dy$$

$$\text{Rohr: } dA = r dr d\varphi$$

$$\text{Reynolds Zahl: } Re = \frac{\bar{c} L_{char} \varrho}{\mu} = \frac{\bar{c} L_{char}}{\nu}$$

$$L_{char} = d_h = \frac{4 A}{U}$$

$$\text{Reibung: } \Delta q_R = \frac{\Delta p_v}{\varrho} = g \Delta h$$

$$= \left(\zeta_F + \lambda \frac{L}{d_h}\right) \frac{\bar{c}^2}{2} \quad \Delta p_v = R_{ges} \dot{V}^2$$

$$\text{Widerstand: } R_i = \frac{\varrho}{2} \left(\zeta_{Fi} + \lambda_i \frac{L_i}{d_{hi}}\right)$$

$$\text{Seriell: } R_{ges} = \sum R_i \quad \text{Parallel: } \frac{1}{R_{ges}} = \left[\sum \sqrt{\frac{1}{R_j}}\right]^2$$

## 2.10 Laminare Durchströmung

$$Re_{dh} < 2300 \quad \text{Rohrreibungsbeiwert } \lambda = \frac{64}{Re_{dh}} \quad \text{Hydrodynamische Einlaufstrecke } \frac{L_e}{d_h} = 0,06 Re_{dh}$$

$$\begin{array}{llll} \text{Couette Strömung:} & \frac{c(y)}{c_{max}} = \frac{y}{h} & c_{max} = \text{konst.} & A = b \cdot h \quad \bar{c} = \frac{1}{2} c_{max} \\ \text{Kanal Strömung:} & \frac{c(y)}{c_{max}} = 4 \left[ \left( \frac{y}{h} \right) - \left( \frac{y}{h} \right)^2 \right] & c_{max} = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta p_v}{\Delta L} \frac{h^2}{8} & A = b \cdot h \quad \bar{c} = \frac{2}{3} c_{max} \\ \text{Rohr Strömung:} & \frac{c(r)}{c_{max}} = 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 & c_{max} = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta p_v}{\Delta L} \frac{R^2}{4} & A = R^2 \cdot \pi \quad \bar{c} = \frac{1}{2} c_{max} \end{array}$$

## 2.11 Turbulente Durchströmung

$$Re_{dh} > 4000 \quad \text{Rohrreibungsbeiwert } \lambda \text{ aus Moody Diag.} \quad \text{Hydrodynamische Einlaufstrecke } \frac{L_e}{d_h} = \frac{8}{\sqrt{\lambda}}$$

$$1/7 \text{ Potenzgesetz: } \frac{c(r)}{c_{max}} = 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{1/7}$$

## 2.12 Strömungsmaschinen

$$\begin{array}{ll} \text{Drehzahl } \dot{n} & \text{Winkelgeschwindigkeit } \omega = 2 \pi \dot{n} \\ \text{Umfangsgeschwindigkeit } u = r \cdot \omega & \text{Relativgeschwindigkeit } w \quad \text{Absolutgeschwindigkeit } c \\ \text{Index } r \text{ steht für Radialkomponente} & \text{Index } u \text{ steht für Umfangskomponente} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{MB: } \dot{m} = \rho \cdot A_1 \cdot c_{1r} = \rho \cdot A_2 \cdot c_{2r} & \text{EB: } \Delta p = \rho \left[ \Delta w - \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) - \Delta q_R \right] \\ \text{Euler'sche Momentengleichung aus IMB um Drehachse: } M_{Antrieb} = \dot{m} (c_{2u} \cdot r_2 - c_{1u} \cdot r_1) & \\ \text{Leistung: } P = M_{Antrieb} \cdot \omega = \dot{m} \cdot \Delta w & \text{Spez. Stutzenarbeit: } \Delta w = c_{2u} \cdot u_2 - c_{1u} \cdot u_1 (= Y) \\ \text{Serienschaltung: } \dot{V} = \dot{V}_i \quad \Delta p = \sum \Delta p_i & \text{Parallelschaltung: } \dot{V} = \sum \dot{V}_i \quad \Delta p = \Delta p_i \end{array}$$

## 2.13 Umströmung

$$\begin{array}{l} \text{Umschlag von laminar auf turbulent bei } 5 \cdot 10^5 < Re_{Lchar} < 1 \cdot 10^6 \\ \text{Widerstandskraft } F_W = c_W \frac{\rho_{fl}}{2} c_{rel}^2 A \quad c_{rel} = c_\infty - c_{Körper} \end{array}$$

## 2.14 Umströmung einer Platte

Char. Länge  $L_{char}$  = Umströmte Plattenlänge  $L$  bzw. an der Stelle  $x$   
 Bezugsfläche  $A = b \cdot L$  = Plattenoberfläche  
 Einfluss der Rauigkeit: siehe Widerstandsdiagramm der Platte

		Laminare Grenzschicht	Turbulente Grenzschicht (glatt)
Grenzschichtdicke	$\frac{\delta}{x} =$	$\frac{5}{\sqrt{Re_x}}$	$\frac{0,37}{\sqrt[5]{Re_x}}$
Verdrängungsdicke	$\frac{\delta_1}{x} =$	$\frac{1,72}{\sqrt{Re_x}}$	$\frac{0,046}{\sqrt[5]{Re_x}}$
Impulsverlustdicke	$\frac{\delta_2}{x} =$	$\frac{0,665}{\sqrt{Re_x}}$	$\frac{0,036}{\sqrt[5]{Re_x}}$
Wandschubspannung	$\frac{\tau_w}{\rho \cdot u_\infty^2} =$	$\frac{0,332}{\sqrt{Re_x}}$	$\frac{0,0296}{\sqrt[5]{Re_x}}$
Widerstandsbeiwert	$c_w =$	$\frac{1,328}{\sqrt{Re_l}}$	$\frac{0,074}{\sqrt[5]{Re_l}}$

## 2.15 Umströmung stumpfer Körper

Char. Länge  $L_{char}$  = Hydraulischer Durchmesser der Schattenfläche in Strömungsrichtung

Bezugsfläche  $A$  = Schattenfläche in Anströmrichtung

Umströmungsgeschwindigkeit an dickster Stelle (Apex): Zylinder:  $c_{Apex} = 2 c_{rel}$  Kugel:  $c_{Apex} = 1,5 c_{rel}$

## 2.16 Dynamischer Auftrieb

Char. Länge  $L_{char}$  = Sehnenlänge des Profils  $L$

Bezugsfläche  $A$  = Grundfläche des Profils bei Anstellwinkel  $\alpha = 0^\circ$

Dyn. Auftriebskraft	Kraft am Profilende	Nickmoment um Nase	Gleitzahl $\epsilon$ und Gleitwinkel $\gamma$
$F_A = c_A \frac{\rho f l}{2} c_{rel}^2 A$	$F_M = c_M \frac{\rho f l}{2} c_{rel}^2 A$	$M_N = F_M L$	$\epsilon = \tan \gamma = \frac{F_W}{F_A} = \frac{c_W}{c_A}$

## 2.17 Kompressible Flüssigkeiten

Schallgeschwindigkeit:	$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	Flüssigkeit in elastischen Rohren:	$a = \frac{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{d E}{s E_R}}}$
Joukowski Stoß:	$\Delta p = \rho a c$	Empfohlene Schließzeit:	$\Delta t > 3 \frac{2 L}{A}$

## 2.18 Gas-Flüssig Strömung

Überdruck in Tröpfchen:	$\Delta p = \frac{4 \sigma}{d}$	Spez. Zerstäubungsarbeit:	$\Delta w = \frac{6 \sigma}{\rho d}$
Steighöhe in Kapillaren:	$h = \frac{4 \sigma \cos \gamma}{\rho g d}$	Weber Zahl:	$We = \frac{\rho c^2 d}{\sigma}$
Schallgeschwindigkeit:	$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{p_0 \kappa \rho_{g0}}{w_g \rho^2} \left[ \frac{\rho_{g0}}{w_g} \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1 - w_g}{\rho_l} \right) \right]^{-\kappa-1}}$		

## 2.19 Senkrechter Verdichtungsstoß

EB: $\frac{c_2}{c_1} = \frac{1}{\kappa + 1} \left[ \kappa - 1 + \frac{2}{Ma_1^2} \right]$	$< 1$	IB: $\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2 \kappa}{\kappa + 1} (Ma_1^2 - 1)$	$> 1$
---	-------	--	-------

MB: $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\kappa + 1) Ma_1^2}{(\kappa - 1) Ma_1^2 + 2}$	$> 1$
---	-------

Mit:  $T = \frac{p}{R \rho}$  und  $a = \sqrt{\kappa R T}$  folgt:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{a_2^2}{a_1^2} = 1 + \frac{2 (\kappa - 1) \kappa Ma_1^2 + 1}{(\kappa + 1)^2 Ma_1^2} (Ma_1^2 - 1) > 1$$

$$Ma_2 = \frac{c_2}{a_2} = \sqrt{\frac{(\kappa - 1) Ma_1^2 + 2}{2 \kappa Ma_1^2 - (\kappa - 1)}}$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} > 0$$

Neue Ruhebedingungen nach dem Stoß:

$$\frac{p_2}{p_{T2}} = \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma_1^2 \right)^{\frac{\kappa}{1 - \kappa}}$$

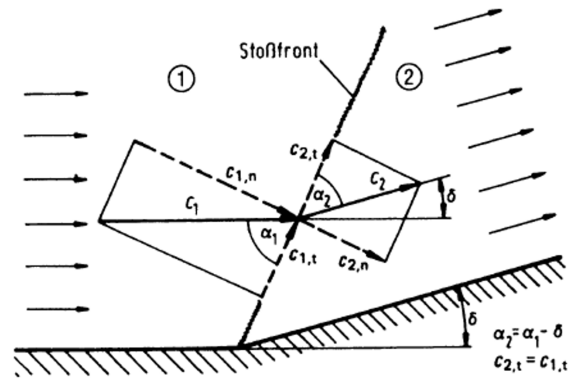
## 2.20 Schräger Verdichtungsstoß - Verdünnungswellen

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{\cos \alpha_1}{\cos(\alpha_1 - \delta)}$$

$$\frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \frac{\tan \alpha_1}{\tan(\alpha_1 - \delta)}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2 \kappa}{\kappa + 1} \left[ (Ma_1 \sin \alpha_1)^2 - 1 \right]$$

$$\cot \delta = \tan \alpha_1 \left[ \frac{\kappa + 1}{2} \frac{Ma_1^2}{(Ma_1 \sin \alpha_1)^2 - 1} - 1 \right]$$



### 3 Erweiterungen zu Laval-Düse

Index  $a \dots$  Auslass;  $k \dots$  kritischer/engster Querschnitt;  $\alpha$  Winkel der Düse, bezogen auf Strömungsrichtung

$$\frac{A_a}{A_k} = \frac{1}{Ma} \left[ 1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} (Ma^2 - 1) \right]^{\frac{\kappa + 1}{2(\kappa - 1)}} \quad L = \frac{D_a - D_k}{2 \tan \alpha} \quad \Psi$$

### 3 Wärmeübertragung

#### 3.1 Wärmestrom und Wärmewiderstände

$$\begin{aligned}
 \Delta T &= R_{ges} \dot{Q} & R_{ges} &= \frac{1}{k A_{wa}} \\
 R &= \frac{1}{k} & &= R_{ges} A_{wa} &= \sum R_{einzel} &= R_i + R_w + R_a & R_w &= \sum_{N_w}^{j=1} R_{w,j} \\
 \dot{Q} &= \frac{1}{R} A_{wa} \Delta T & &= k A_{wa} \Delta T & \Delta T &= T_a - T_i \\
 \dot{Q} &= \frac{1}{R_i} A_{wa} \Delta T_i & &= \alpha_i A_{wa} \Delta T & \Delta T_i &= T_{wi} - T_i \\
 \dot{Q} &= \frac{1}{R_a} A_{wa} \Delta T_a & &= \alpha_a A_{wa} \Delta T & \Delta T_a &= T_a - T_{wa} \\
 \dot{Q} &= \frac{1}{R_{w,j}} A_{wa} \Delta T_{w,j} & \Delta T_{w,j} &= T_{w,j} - T_{w,j-1} \\
 \dot{Q} &= \dot{m}_H |\Delta h_H| &= \dot{m}_H c_{p,H} |\Delta T_H| &= \dot{W}_H |\Delta T_H| & \Delta T_H &= T_{H2} - T_{H1} \\
 \dot{Q} &= \dot{m}_K \Delta h_K &= \dot{m}_K c_{p,K} \Delta T_H &= \dot{W}_K \Delta T_K & \Delta T_K &= T_{K2} - T_{K1}
 \end{aligned}$$

#### 3.2 Ebene Wände – Platten

$$A_{wa} = A_{wi} = A_{wj} = A_w = \text{konst.}, \text{ Seitenflächen vernachlässigt} \quad R_i = \frac{1}{\alpha_i} \quad R_{w,j} = \frac{\Delta x_j}{\lambda_j} \quad R_a = \frac{1}{\alpha_a}$$

#### 3.3 Rohr – Zylinderwände

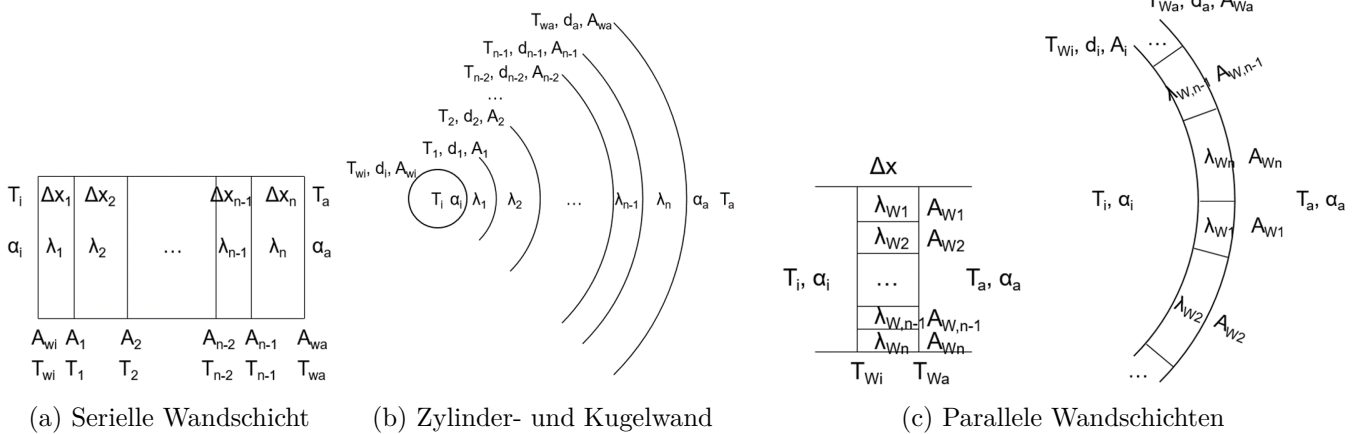
$$A_{wa} = d_a \pi L, \text{ Deckflächen vernachlässigt} \quad R_i = \frac{d_a}{d_i} \frac{1}{\alpha_i} \quad R_{w,j} = \frac{d_a}{a} \frac{1}{\lambda_j} \ln \left( \frac{d_j}{d_{j-1}} \right) \quad R_a = \frac{1}{\alpha_a}$$

#### 3.4 Kugelwände

$$A_{wa} = d_a^2 \pi \quad R_i = \left( \frac{d_a}{d_i} \right)^2 \frac{1}{\alpha_i} \quad R_{w,j} = \frac{d_a^2}{2 \lambda_j} \left( \frac{1}{d_{j-1}} - \frac{1}{d_j} \right) \quad R_a = \frac{1}{\alpha_a}$$

#### 3.5 Parallele Wandschichten

$$\frac{1}{R_w} = \sum_{N_w(j)}^{j=1} \frac{1}{R_{w,j}} \quad \dot{Q} = \dot{Q}_{w,j} = \sum_{N_w(j)}^{j=1} \dot{Q}_{w,j} \quad R_{w,j} = R_{w,j,seriell} \frac{A_{wa}}{A_{wa,j}}$$





### 3.6 Rippen

$$\eta_{Ri} = \frac{\dot{Q}_{Ri}}{\dot{Q}_{Ri,max}} = \frac{\tanh(m h)}{m h} \quad m = \sqrt{\frac{\alpha U}{\lambda_{Ri} A}}$$

$$\dot{Q}_{Ri} = \lambda_{Ri} A_{Ri} \Delta T_0 m \tanh(m h) \quad \Delta T_{(x)} = T_{(x)} - T_u = \Delta T_0 \frac{\cosh\left(m h \left(1 - \frac{x}{h}\right)\right)}{\cosh(m h)}$$

$$\frac{A_{w,mit}}{A_{w,ohne}} = 1 - \frac{A_{Ri}}{A_{w,ohne}} + \frac{A_{w,Ri}}{A_{w,ohne}} \quad \frac{\dot{Q}_{mit}}{\dot{Q}_{ohne}} = \frac{\alpha_{mit}}{\alpha_{ohne}} = 1 - \frac{A_{Ri}}{A_{w,ohne}} + \frac{U_{Ri}}{A_{w,ohne}} \frac{\tanh(m h)}{m}$$

### 3.7 Transiente Wärmeleitung

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad Fo = \frac{a t}{s^2} \quad Bi = \frac{\alpha s}{\lambda} \quad \text{Platten: } s = \frac{\Delta x}{2} \quad \text{Zylinder, Kugeln: } s = \frac{d_a}{a} \quad \Theta = \frac{T - T_u}{T_0 - T_u}$$

### 3.8 Konvektion

$$\text{Durchströmung: } L_{char} = d_h = \frac{4 A}{U} \quad \text{Umströmung: } L_{char} = L' = \frac{A_w}{U_{proj}}$$

$$Re = \frac{c L_{char}}{\nu} \quad Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\mu c_p}{\lambda} = \frac{\delta}{\delta_T} \quad Ra = \frac{g L_{char} \beta (T_w - T_{fl})}{\nu a} \quad Nu = \frac{\alpha L_{char}}{\lambda} = \frac{L_{char}}{\delta_T} \quad \delta_T = \frac{\lambda}{\alpha}$$

$$\beta_{ideales Gas} = \frac{1}{T_m} \quad \text{Stoffwerte der WUE bei } T_m = \frac{T_w + T_{fl}}{2}$$

### 3.9 Erzwungene Konvektion

#### 3.9.1 Durchströmung

$$\text{Laminar } Re < 2300 : \quad Nu_{lam} = \sqrt[3]{3,66^3 + 0,664^3 Pr \left(Re \frac{d_h}{L}\right)^{3/2}}$$

$$\text{Turbulent } Re > 10^4 : \quad Nu_{turb} = \frac{\zeta/8 Re Pr}{1 + 12,7 \sqrt{\zeta/8} (Pr^{2/3} - 1)} f_1 f_2$$

$$\zeta = (1,8 \log(Re) - 1,5)^{-2} \quad f_1 = 1 + \left(\frac{d_h}{L}\right)^{2/3} \quad f_{2,fl} = \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{0,11} \quad f_{2,g} = \left(\frac{T}{T_w}\right)^{0,45}$$

$$\text{Übergang: } \gamma = \frac{Re - 2300}{10000 - 2300} \quad Nu = (1 - \gamma) \cdot Nu_{lam, Re=2300} + \gamma \cdot Nu_{turb, Re=10000}$$

$$\text{Ringspaltkorrektur: } Nu_{Rs} = Nu_{0,86} \left(\frac{d_{aa}}{d_{ai}}\right)^{0,16}$$

#### 3.9.2 Umströmung

$$\text{Keine Anströmung: } Re < 0,1 : \quad Nu_0 = 0,1 \text{ (Platte)} \quad 0,3 \text{ (Zylinder)} \quad 2 \text{ (Kugel)}$$

$$\text{laminar: } 1 < Re < 10^5 : \quad Nu_{lam} = 0,664 \sqrt[3]{Pr} \sqrt{Re}$$

$$\text{Turbulent: } 5 \cdot 10^5 < Re < 10^7 : \quad Nu_{turb} = \frac{0,037 Re^{0,8} Pr}{1 + 2,443 Re^{-0,1} (Pr^{2/3} - 1)} f_3$$

$$f_{3,fl} = \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{0,25} \quad f_{2,g} = \left(\frac{T}{T_w}\right)^{0,121}$$

$$\text{Übergang: } 10 < Re < 10^7 \quad Nu = \sqrt{Nu_{lam}^2 + Nu_{turb}^2}$$

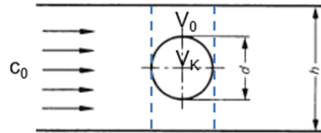
$$\text{Schräg umströmter Zylinder: } \text{Korrekturfaktor } f_5 \quad \text{Längs umströmter Zylinder:}$$

$$Nu = Nu_{Zylinder, 90^\circ} f_5 \quad f_5 = \text{siehe Diag. nach 3.9.3} \quad Nu = Nu_{Platte} \left(1 + 2,3 \frac{L}{d} Re_L^{-0,5}\right)$$

### 3.9.3 Umströmung in Durchströmung

Hohlraumanteil:

$$\varepsilon = 1 - \frac{V_K}{V_0} \quad c = \frac{c_0}{\varepsilon}$$



Rohrbündel:

$$a = \frac{s_1}{d} \quad b = \frac{s_2}{d}$$

$$Nu_{Bündel} = Nu_{einzel} f_A$$

$$f_{A,fluchtend} = 1 + \frac{0,7(b/a - 0,3)}{\varepsilon(b/a + 0,7)^2}$$

$$f_{A,versetzt} = 1 + \frac{2}{3b}$$

$$n < 10 : f_A = \frac{1 + (n-1)f_A}{n}$$

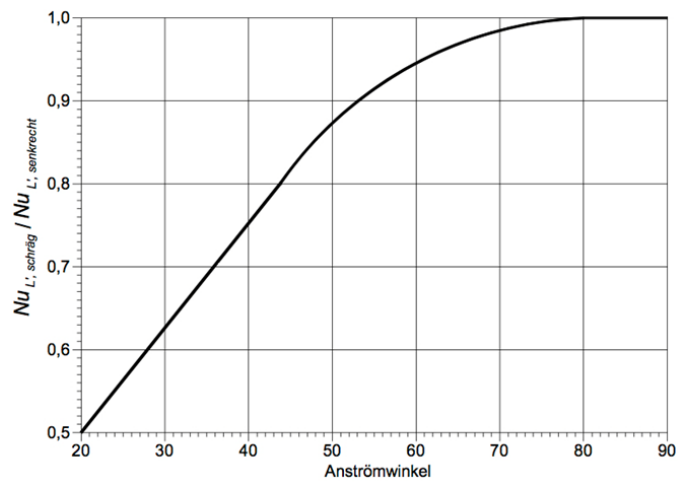
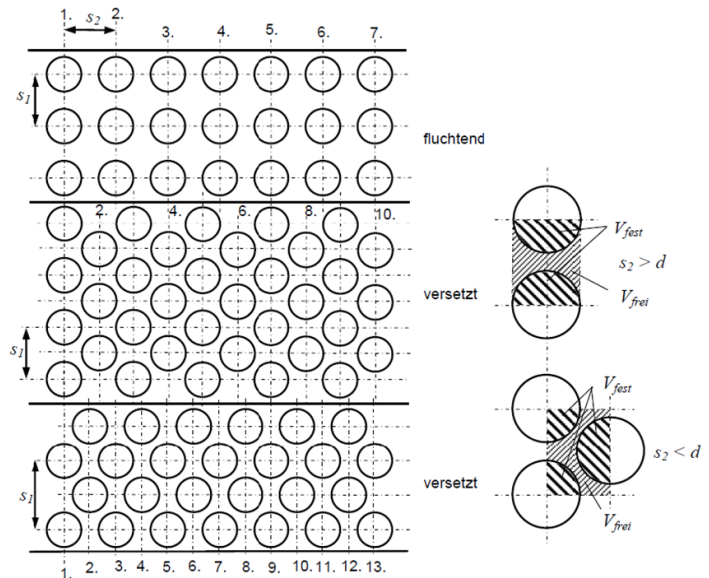
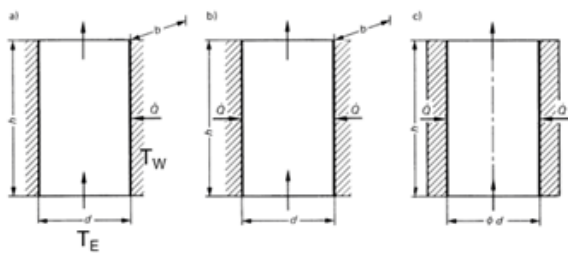


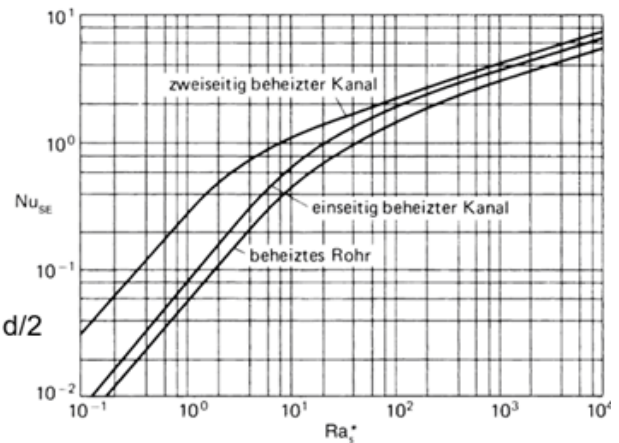
Abbildung 2: Weil die Formel für  $f_5$  noch fehlt

### 3.10 Freie Konvektion

#### 3.10.1 Durchströmung



- a) Einseitig beheizter ebener Kanal mit  $L_{\text{char}} = d$   
 b) Zweiseitig beheizter ebener Kanal mit  $L_{\text{char}} = d/2$   
 c) Beheiztes Rohr mit  $L_{\text{char}} = r = d/2$



$$\dot{Q} = \alpha_E A_W (T_W - T_E) \quad \text{mit der Fluid-Eintrittstemperatur } T_E !$$

$$Ra_S^* = \frac{g \beta L_{\text{char}}^3 (T_W - T_E)}{\nu \alpha} \frac{L_{\text{char}}}{h}$$

$$Nu_{SE} = \frac{\alpha_E L_{\text{char}}}{\lambda} = \left[ \frac{1}{(C_1 Ra_S^*)^{3/2}} + \frac{1}{[C_2 (Ra_S^*)^{1/4}]^{3/2}} \right]^{-2/3}$$

	$C_1$	$C_2$
a)	1/12	0,61
b)	1/3	0,69
c)	1/16	0,52

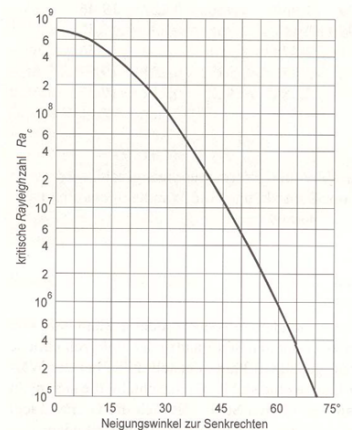
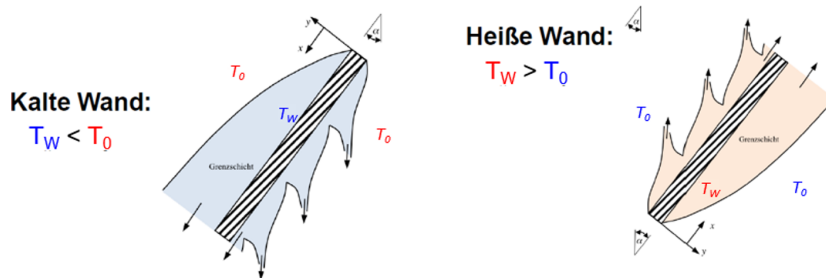
#### 3.10.2 Umströmung

Vertikale Wand:  $Nu = (0,825 + 0,387 Ra^{1/6}) f_1$   $f_1 = (1 + 0,671 Pr^{-9/16})^{-8/27}$

Geneigte Wand, Winkel  $\alpha$  zur Vertikalen: ohne Ablösung:  $Ra_\alpha = Ra \cos \alpha$

mit Ablösung:  $Nu = 0,56 \sqrt[4]{Ra_{krit} \cos \alpha} + 0,13 \left( \sqrt[3]{Ra} - \sqrt[3]{Ra_{krit}} \right)$

$$Ra_{krit} = 10^{(8,9 - 0,013 \alpha - 5,95 \cdot 10^{-4} \alpha^2)} \quad \text{mit } \alpha \text{ in } ^\circ$$



Horizontale Wand:

$$Ra f_2 \leq 7 \cdot 10^4 : \quad Nu = 0,766 \sqrt[5]{Ra f_2} \quad f_2 = \left( 1 + 0,536 Pr^{-11/20} \right)^{-20/11}$$

$$Ra f_2 > 7 \cdot 10^4 : \quad Nu = 0,15 \sqrt[3]{Ra f_2}$$

Horizontaler Zylinder:  $Nu = \left( 0,752 + 0,387 \sqrt[6]{Ra f_3} \right)^2 \quad f_3 = \left( 1 + 0,721 Pr^{-11/20} \right)^{-8/27}$

Kugel:  $Nu = 1 + 0,56 \sqrt[4]{\frac{Pr Ra}{0,846 + Pr}}$

#### 3.10.3 Überlagerung mit erzwungener Konvektion

$$Nu = \sqrt[3]{Nu_{\text{erzwungen}}^3 \pm Nu_{\text{frei}}^3} \quad + \dots \text{gleichgerichtete, } - \dots \text{entgegen-gerichtete Mischkonvektion}$$

### 3.11 Wärmestrahlung zw. Oberflächen

Strahlungsbilanz:

$$a + r + t = 1$$

Planck'sches Gesetz:

$$i_{s(\lambda, T)} = \frac{C_1}{\lambda^5 \left( \exp \left( \frac{C_2}{\lambda T} \right) - 1 \right)}$$

Mit:  $C_1 = 3,7418 \cdot 10^{-16} \text{ W m}^2$

$$C_2 = 1,438 \cdot 10^{-2} \text{ K m}^2$$

Wien'sches Gesetz:

$$\lambda_{s, \max} = \frac{2898}{T} [\mu\text{m}]$$

Stefan Boltzmann Gesetz: mit  $C_s = 5,67$

$$\dot{q}_{s(T)} = \int_{\lambda=0}^{\infty} i_{s(\lambda, T)} d\lambda = C_s \left( \frac{T}{100} \right)^4$$

Graue Bande:

$$\dot{q}_{\lambda, s(T)} = \int_{\lambda=0}^{\lambda} i_{s(\lambda, T)} d\lambda = \varepsilon_{(\lambda)} f_{(\lambda, T)} \dot{q}_{s(T)}$$

Kirchhoff'sches Gesetz:

$$a = \varepsilon$$

Wärmestrom zw. zwei Flächen:

$$\dot{Q}_{12} = C_{12} A_{w1} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

Parallele Platten 1 und 2 mit N Platten ( $\varepsilon_s$ ) dazwischen:

$$C_{12} = C_s \left[ \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 + N \left( \frac{2}{\varepsilon_s} - 1 \right) \right]^{-1}$$

Konzentrische Zylinder/Kugelschalen (1 innen, 2 außen); N Schalen ( $\varepsilon_s$ ) dazwischen:

$$C_{12} = C_s \left[ \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_{w1}}{A_{w2}} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) + \left( \frac{2}{\varepsilon_s} - 1 \right) \sum_{i=1}^N \frac{A_{w1}}{A_{wsi}} \right]^{-1}$$

Beliebig orientierte Flächen:

$$C_{12} = C_s \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varphi_{12}}{1 - (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2) \varphi_{12} \varphi_{21}}$$

mit Einstrahlzahlen:

$$\varphi_{12} = A_{w2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{r^2 \pi} = \varphi_{21} \frac{A_{w2}}{A_{w1}}$$

Umschlossener Körper 1:

$$C_{12} = C_s \left[ \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_{w1}}{A_{w2}} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \right]^{-1}$$

wenn  $A_{w2} \gg A_{w1}$ :

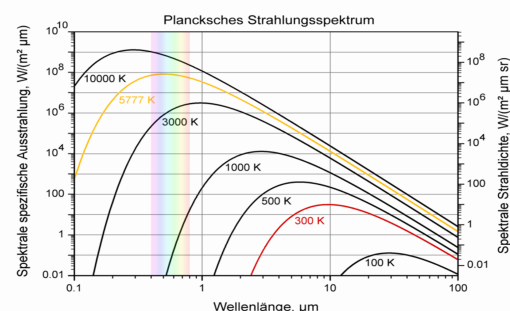
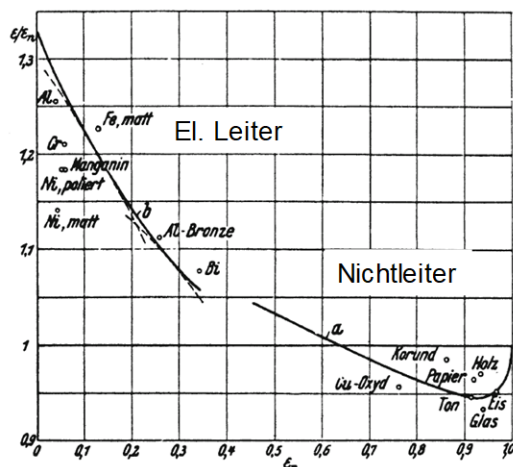
$$C_{12} = \varepsilon_1 C_s$$

Äquivalenter Wärmübergangskoeffizient:

$$\alpha_{Str} = \left| \frac{\dot{q}_{Str}}{T_w - T_{fl}} \right|$$

Emissionsgrad Umrechnung:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_n}$$



$\lambda \cdot T$ ( $\mu\text{m K}$ )	$f_{\lambda}(T)$
200	0,000000
400	0,000000
600	0,000000
800	0,000016
1000	0,000321
1200	0,002134
1400	0,007790
1600	0,019718
1800	0,039341
2000	0,066728
2200	0,100888
2400	0,140256
2600	0,183120
2800	0,227897
2898	0,250108
3000	0,273232
3200	0,318102
3400	0,361735
3600	0,403607
3800	0,443382
4000	0,480877
4200	0,516014
4400	0,548796
4600	0,579280
4800	0,607559
5000	0,633747
5200	0,658970
5400	0,680360
5600	0,701046
5800	0,720158
6000	0,737818

$\lambda \cdot T$ ( $\mu\text{m K}$ )	$f_{\lambda}(T)$
6200	0,754140
6400	0,769234
6600	0,783199
6800	0,796129
7000	0,808109
7200	0,819217
7400	0,829527
7600	0,839102
7800	0,848005
8000	0,856288
8500	0,874608
9000	0,890029
9500	0,903085
10000	0,914199
10500	0,923710
11000	0,931890
11500	0,939959
12000	0,945098
13000	0,955139
14000	0,962898
15000	0,969981
16000	0,973814
18000	0,980860
20000	0,985602
25000	0,992215
30000	0,995340
40000	0,997967
50000	0,998953
75000	0,999713
100000	0,999905

### 3.12 Einseitig konstante Temperatur, Gleichstrom und Gegenstrom

Übertragungseinheit :  $N_i = \frac{k A_{wa}}{\dot{m}_i c p_i}$

Mittlere Temperaturdifferenz:  $\Delta T = T_H - T_K = \frac{\Delta T_a - \Delta T_b}{\ln \left( \frac{\Delta T_a}{\Delta T_b} \right)} = \frac{\Delta T_b - \Delta T_a}{\ln \left( \frac{\Delta T_b}{\Delta T_a} \right)}$

Mittlere Wandtemperaturen:  $T_{wH} = T_H - \frac{k A_{wa}}{\alpha_H A_{wH}} \Delta T$   
 $T_{wK} = T_K + \frac{k A_{wa}}{\alpha_K A_{wK}} \Delta T$

### 3.13 Einseitig konstante Temperatur

Übertragungseinheit:  $N = \frac{k A_{wa}}{\dot{m} c p} = \ln \left( \frac{\Delta T_a}{\Delta T_b} \right) > 0$

### 3.14 Gleichstrom und Gegenstrom

Mittlere Temperaturen:  $T_H \cong \frac{T_{H1} + T_{H2}}{2} \quad T_K \cong \frac{T_{K1} + T_{K2}}{2}$

### 3.15 Vorgangsweise Auslegung

Gegeben: Geometrie außer Außen-Oberfläche, Einlass-Zustände beidseitig,  
**eine Ziel-Auslasstemperatur**

Gesucht: **Außenoberfläche der wärmeübertragenden Wand,**  
davon abgeleitet Länge oder Rohranzahl etc.

Berechnung:

1. Geometrie: Querschnittflächen, char. Abmessungen, etc.
2. Wärmestrom, andere Auslasstemperatur, mittlere Temperaturdifferenz
3. Annahme sinnvoller Wandtemperaturen auf beiden Seiten und zw. Wandschichten
  - a) Bei freier Konvektion, Wärmestrahlung: 1. Annahme:  $T_W \neq T_{fl}$
  - b) In Wärmeübertragern: nur erzwungene Konvektion, 1. Annahme:  $T_W = T_{fl}$
4. Stoffwerte beidseitig bei Mitteltemperatur zwischen Fluid und Wand
5. Wand-, heißer -, kalter -, Gesamt-Widerstand, Wärmedurchgangskoeffizient
6. Außenoberfläche der wärmeübertragenden Wand etc.
7. Aktualisierung der Wandtemperaturen
8. Übereinstimmung mit angenommenen Wandtemperaturen?
  - a) Ja  $\rightarrow$  OK
  - b) Nein  $\rightarrow$  zurück zu 4.

### 3.16 Vorgangsweise Betriebsnachrechnung

Gegeben: **vollständige Geometrie**, Einlass-Zustände beidseitig

Gesucht: **Auslasstemperaturen beidseitig**

Berechnung:

1. Vervollständigung geometrischer Daten (z.B. char. Abmessungen) und der Einlass-Zustände
2. Annahme von k bzw. Übernahme von k aus Auslegung, iterative Aktualisierung:

### 3.16.1 Einseitig konstante Temperatur

$$\Delta T_2 = \Delta T_1 e^{-N} \quad N \dots \text{siehe 3.13}$$

### 3.16.2 Gleichstrom

$$T_{H2} = T_{H1} - (T_{H1} - T_{K1}) \frac{\dot{W}_K}{\dot{W}_H + \dot{W}_K} \left(1 - e^{-\mu \cdot k \cdot A_{wa}}\right) \quad \mu = \frac{1}{\dot{W}_H} + \frac{1}{\dot{W}_K}$$

$$T_{K2} = T_{K1} - (T_{H1} - T_{K1}) \frac{\dot{W}_K}{\dot{W}_H + \dot{W}_K} \left(1 - e^{-\mu \cdot k \cdot A_{wa}}\right)$$

### 3.16.3 Gegenstrom

$$\mu = \left| \frac{1}{\dot{W}_H} - \frac{1}{\dot{W}_K} \right|$$

$$T_{H2} = T_{H1} - (T_{H1} - T_{K1}) \frac{1 - e^{-\mu \cdot k \cdot A_{wa}}}{1 - \frac{\dot{W}_H}{\dot{W}_K} e^{-\mu \cdot k \cdot A_{wa}}} \quad T_{K2} = T_{H1} - (T_{H1} - T_{K1}) \frac{1 - \frac{\dot{W}_H}{\dot{W}_K}}{1 - \frac{\dot{W}_H}{\dot{W}_K} e^{-\mu \cdot k \cdot A_{wa}}}$$

### 3.17 Rekuperatoren allgemein

$$P_H = \frac{T_{H1} - T_{H2}}{T_{H1} - T_{K1}} \quad P_K = \frac{T_{K2} - T_{K1}}{T_{H1} - T_{K1}} \quad \eta = \max(P_H, P_K)$$

$$R_H = \frac{\dot{W}_H}{\dot{W}_K} = \frac{1}{R_K} \quad \Theta = \frac{T_H - T_K}{T_{H1} - T_{K1}} = F \cdot \Theta_{\text{Gegenstrom}}$$

$F$  aus Betriebscharakteristik:  $f(P_H, N_H, N_K) = 0$  oder  $f(P_H, N_H, R_H) = 0$

### 3.18 Regeneratoren

$$\Delta Q = \alpha_H A_w (T_H - T_{wH}) \Delta t_H$$

$$\Delta Q = \frac{\lambda_s}{\Delta s_w} A_w (T_{wH} - T_s) \Delta t_H$$

$$\Delta Q = \alpha_K A_w (T_{wK} - T_K) \Delta t_K$$

$$\Delta Q = \frac{\lambda_s}{\Delta s_w} A_w (T_s - T_{wK}) \Delta t_K$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t_H + \Delta t_K} = \dot{Q} = f k_0 A_w (T_H - T_K)$$

$$T_H - T_K = \frac{\Delta T_a - \Delta T_b}{\ln \left( \frac{\Delta T_a}{\Delta T_b} \right)}$$

$$\Delta T_a = T_{H1} - T_{K2}$$

$$\Delta T_b = T_{H2} - T_{K1}$$

$$\frac{1}{k_0} = (\Delta t_H + \Delta t_K) \left[ \frac{1}{\alpha_H \Delta t_H} + \frac{1}{\alpha_K \Delta t_K} + \frac{\Delta s_w}{\lambda_s} \Phi \left( \frac{1}{\Delta t_H} + \frac{1}{\Delta t_K} \right) \right]$$

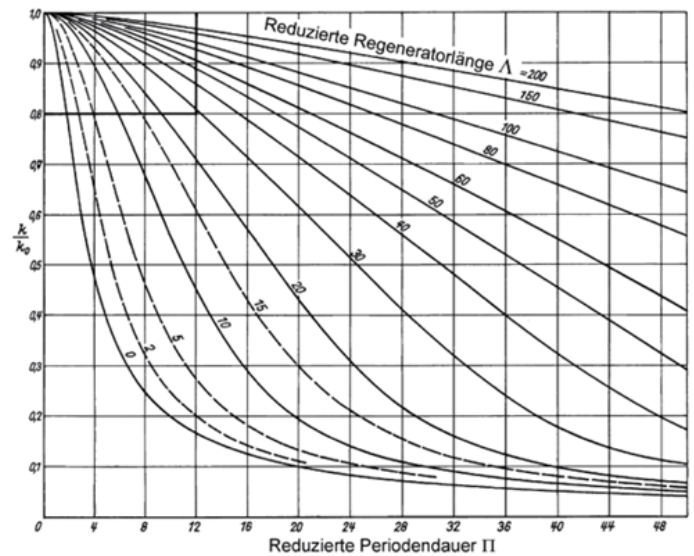
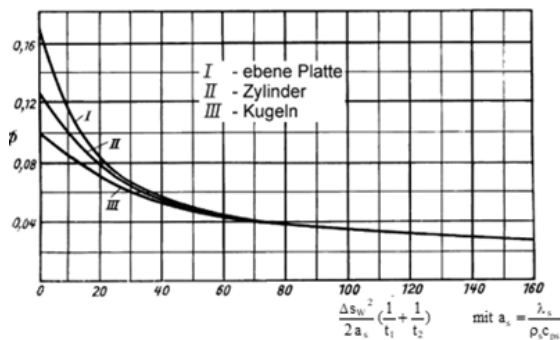
mit  $f$ ,  $\Phi$  aus:

$$C_s = V_s \rho_s c_s$$

$$C_{Per} = \frac{1}{2} (\dot{M}_1 \cdot \bar{c}_{p1} \cdot t_1 + \dot{M}_2 \cdot \bar{c}_{p2} \cdot t_2)$$

$$A = 2 \cdot \frac{k_0 \cdot (t_1 + t_2) \cdot A}{C_{Per}},$$

$$\Pi = 2 \cdot \frac{k_0 \cdot (t_1 + t_2) \cdot A}{C_s} = \frac{C_{Per}}{C_s} \cdot A$$



### 3.19 Gasstrahlung

Wärmestrom zw. heißem Gas (Flamme:  $\varepsilon_g$ ,  $T_g$ ) einerseits und Wänden ( $T_w$ ,  $\varepsilon_w$ ) und kaltem Gas an Wänden ( $T_w$ ,  $a_g$ ) andererseits:

$$\dot{Q} = \frac{\varepsilon_w C_s A_w}{1 - (1 - a_g)(1 - \varepsilon_w)} \left[ \varepsilon_g \left( \frac{T_g}{100} \right)^4 - a_g \left( \frac{T_w}{100} \right)^4 \right]$$

$$\varepsilon_g = \varepsilon_{H_2O} + \varepsilon_{CO_2} - (\Delta \varepsilon)_g$$

$$a_g = a_{H_2O} + a_{CO_2} - (\Delta \varepsilon)_g$$

$$a_{H_2O} = \varepsilon_{H_2O}(T_w, p_{H_2O}, T_g/T_w) \left( \frac{T_g}{T_w} \right)^{0,45}$$

$$a_{CO_2} = \varepsilon_{CO_2}(T_w, p_{H_2O}, T_g/T_w) \left( \frac{T_g}{T_w} \right)^{0,65}$$

Emissionsgrade = Absorptionsgrade aus Diagrammen in Abhängigkeit von Temperatur, Druck, Partialdruck von  $CO_2$  bzw.  $H_2O$ , überlappenden Banden und gleichwertiger Schichtdicke  $s$

$$s = 0,9 \frac{4 V_g}{A_w}$$