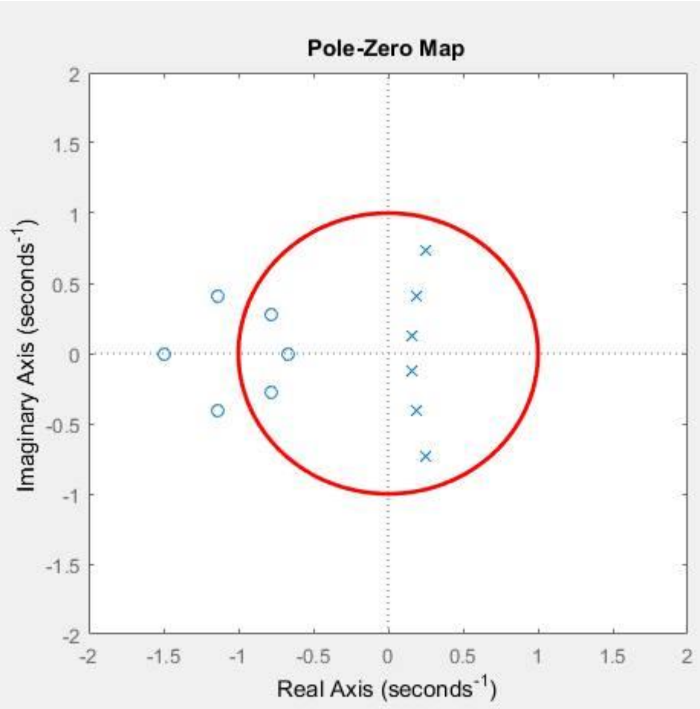
DSP portefølje 2

$$H(z) = \frac{(0.01031 + 0.06188z^{-1} + 0.1547z^{-2} + 0.2063z^{-3} + 0.1547z^{-4} + 0.06188z^{-5} + 0.01031z^{-6})}{1 - 1.188z^{-1} + 1.305z^{-2} - 0.6743z^{-3} + 0.2635z^{-4} - 0.05175z^{-5} + 0.005023z^{-6}}$$

Opgave 1) Undersøg om systemet er stabilt eller ustabilt.

Polerne er fundet ved at solve for nul:

$P_1 \rightarrow 0.160966 - 0.128368\,\mathrm{i}$
$P_2 \rightarrow 0.160966 + 0.128368\,\mathrm{i}$
$\mathrm{P}_3 \rightarrow 0.185068 - 0.402392\,\mathrm{i}$
$\mathrm{P}_4 \rightarrow 0.185068 + 0.402392\,\mathrm{i}$
$\mathrm{P}_5 \rightarrow 0.247966 - 0.736599\,\mathrm{i}$
$\mathrm{P}_6 -> 0.247966 + 0.736599\,\mathrm{i}$



Figur 1:Polerne ligger inden for enhedscirklen og derved konkluderes at systemet er stabilt.

Opgave 2) Bestem impuls- og stepresponset for filteret med overføringsfunktionen $H_{(z)}$. Tjek gerne resultatet med ***impz*** hhv. ***stepz***.

a) For at finde impulsresponset multiplicerer vi overføringsfunktionen med 1, som er Z-transformationen af δ-funktionen.

b) For at finde stepresponset multiplicerer vi overføringsfunktionen med $\frac{Z}{Z-1}$

c) Vi tager så den inverse Z-transformation af den nye overføringsfunktion for impuls - og stepresponset, ved at dele den op i en partial brøk.

```
num1 = [0.01031 0.06188 0.1547 0.2063 0.1547 0.06188 0.01031]; % Den oprindelige tæller til overføringsfunktionen

den1 = [1 -1.188 1.305 -0.6743 0.2635 -0.05175 0.005023]; % Den oprindelige nævner til overføringsfunktionen
denImp = [1 -1.188 1.305 -0.6743 0.2635 -0.05175 0.005023 0]; % Den nye nævner til at finde impulsrespons
denStep = [1 -2.188 2.493 -1.9793 0.9378 -0.3153 0.05677 -0.005023]; %Den nye nævner til at finde steprespons
```

Figur 2: H(z) defineres

Impulsresponset fundet ud fra residuefunktionen

$A = 0{,}2609 + 0{,}3067j \qquad p_1 = 0{,}2480 + 0{,}7366j$

$B = -1{,}7373 + 0{,}9097j \qquad p_2 = 0{,}1851 + 0{,}4024j$

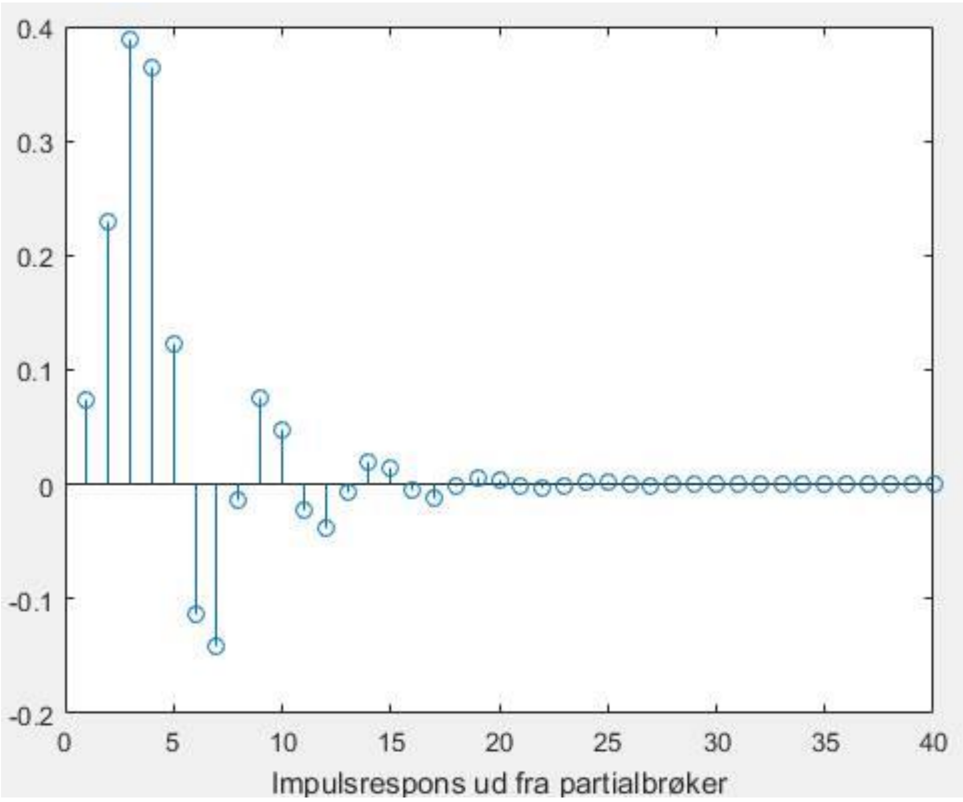
$C = 0{,}4553 - 6{,}3302j \qquad p_3 = 0{,}1610 + 0{,}1284j$

$D = 2{,}0526 \qquad p_4 = 0$

$$H(z) = \frac{Az}{z-p_1} + \frac{A^*z}{z-p_1^*} + \frac{Bz}{z-p_2} + \frac{B^*z}{z-p_2^*} + \frac{Cz}{z-p_3} + \frac{C^*z}{z-p_3^*} + D$$

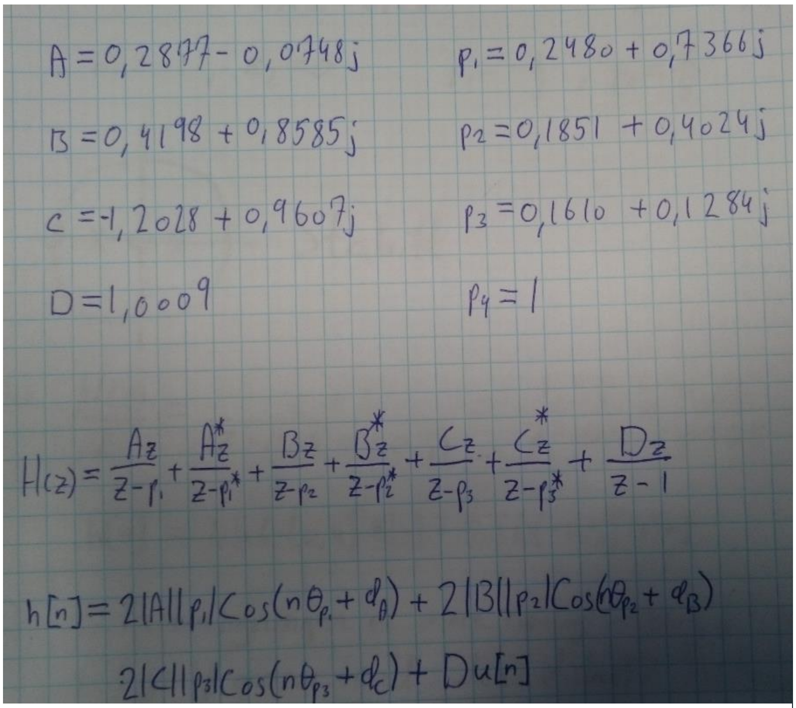
$$h[n] = 2|A||p_1|^n \cos(n\theta_{p_1} + \varphi_A)u[n] + 2|B||p_2|^n \cos(n\theta_{p_2} + \varphi_B)u[n] + 2|C||p_3|^n \cos(n\theta_{p_3} + \varphi_C)u[n] + D\delta[n]$$

Figur 3: Partial brøks opløsning



Figur 4: Impulsrespons

Stepresponset fundet ud fra residuefunktionen



$A = 0,2877 - 0,0748j$ $\quad p_1 = 0,2480 + 0,7366j$

$B = 0,4198 + 0,8585j$ $\quad p_2 = 0,1851 + 0,4024j$

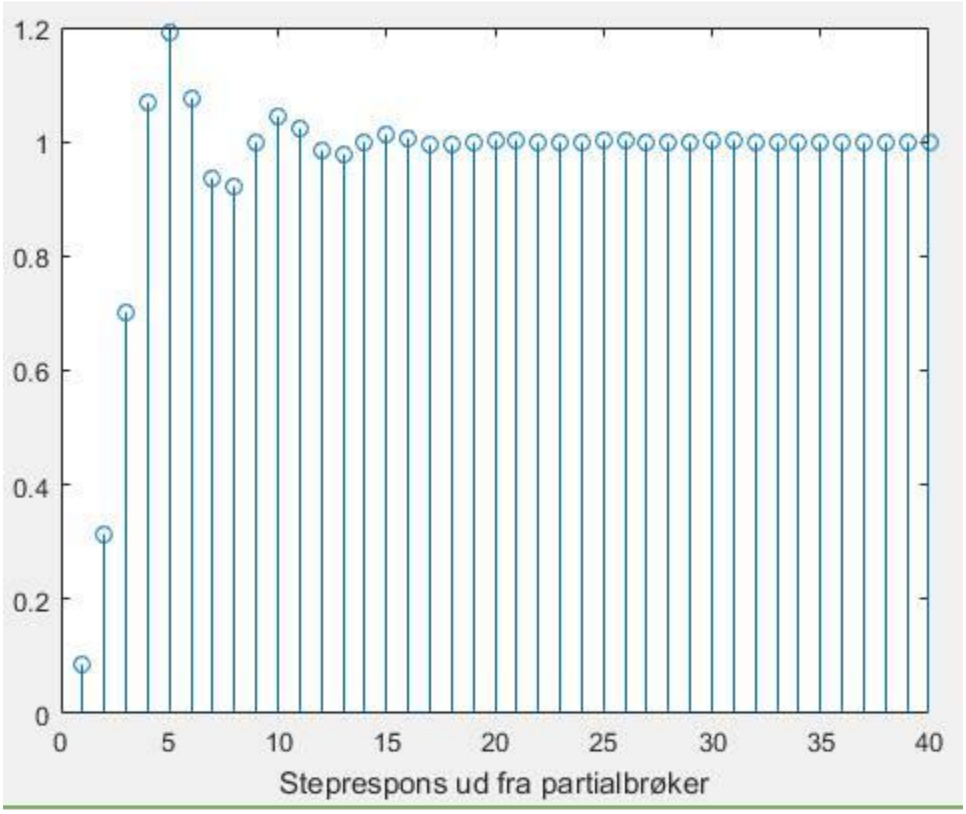
$C = -1,2028 + 0,9607j$ $\quad p_3 = 0,1610 + 0,1284j$

$D = 1,0009$ $\quad p_4 = 1$

$$H(z) = \frac{Az}{z-p_1} + \frac{A^*z}{z-p_1^*} + \frac{Bz}{z-p_2} + \frac{B^*z}{z-p_2^*} + \frac{Cz}{z-p_3} + \frac{C^*z}{z-p_3^*} + \frac{Dz}{z-1}$$

$$h[n] = 2|A||p_1|\cos(n\theta_{p_1} + \phi_A) + 2|B||p_2|\cos(n\theta_{p_2} + \phi_B)$$
$$2|C||p_3|\cos(n\theta_{p_3} + \phi_C) + Du[n]$$

Figur 5: Steprespons, Residue funktionen blev brugt til at finde partial brøkerne



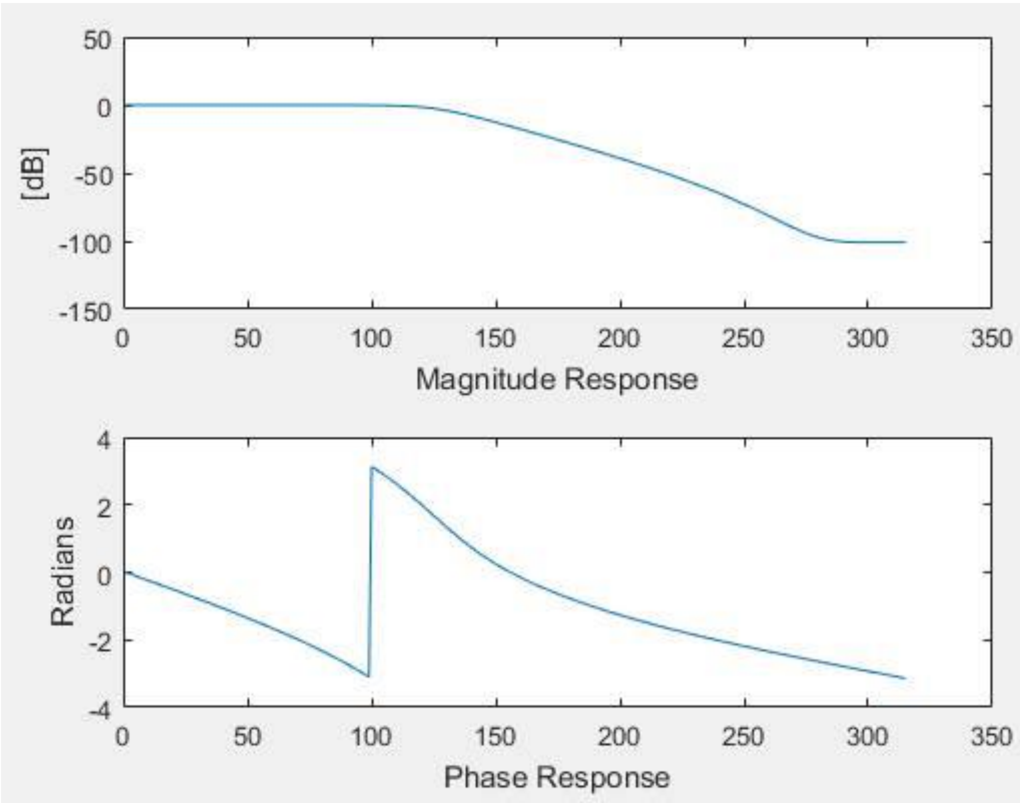
Figur 6: Steprespons

3) Plot frekvensresponset for flteret H(z). Hvilken type (lavpas, højpas, båndpass eller båndstop) er flteret?

Vi tog den oprindelige overførselsfunktion og indsatte e^{jw} ved hjælp af polyval. i stedet for (z). vi har valgt perioden til at være 1 (T).

```
%% opgave 3
w = 0:0.01:pi;
r1 = polyval(num1,exp(j*w));
r2 = polyval(den1,exp(j*w));
mag = abs(r1./r2);
pha = angle(r1./r2);
magdb = mag2db(mag);
```

Udfra den øverste graf kan det ses at vi har at gøre med et lavpas filter.



4) Filteret skal implementeres som en kaskadekobling af 2. ordenssektioner. Bestem filterkoefficienterne for hver sektion. Brug evt. Matlab kommandoen tf2sos

$$H1(z) = \frac{1 + 2{,}164 * z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0{,}3219 * z^{-1} + 0{,}04242 * z^{-2}}$$

$$H2(z) = \frac{1 + 2{,}2854 * z^{-1} + 1{,}4720 * z^{-2}}{1 - 0{,}3701 * z^{-1} + 0{,}1962 * z^{-2}}$$

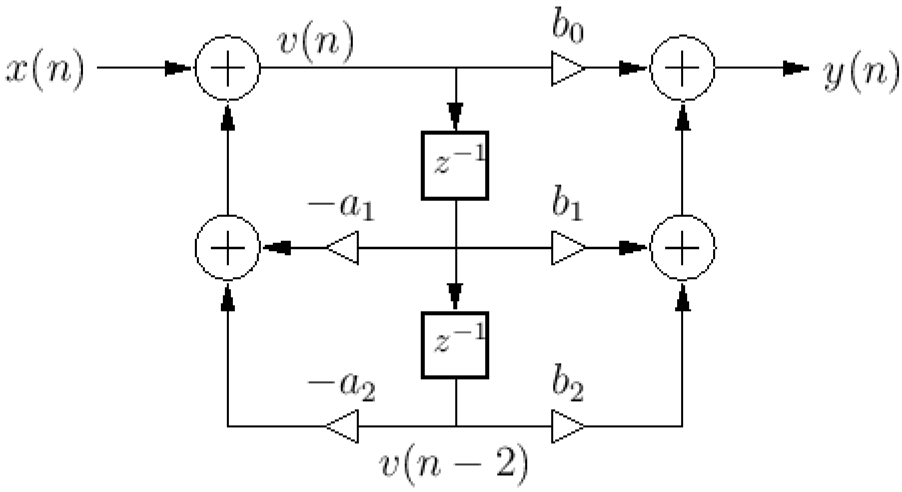
$$H3(z) = \frac{1 + 1{,}5526 * z^{-1} + 0{,}6793 * z^{-2}}{1 - 0{,}4959 * z^{-1} + 0{,}6041 * z^{-2}}$$

$$G = 0{,}0103$$

$$H(z) = H1(z) * H2(z) * H3(z) * G$$

Tf2sos blev brugt til at finde koefficienterne.

5) Skriv en C++ klasse som implementerer en direkte type 2 struktur.



6) Lav et C++ program som beregner filteroutputtet for H(z) vha. kaskadekobling af 2. ordens-sektioner.

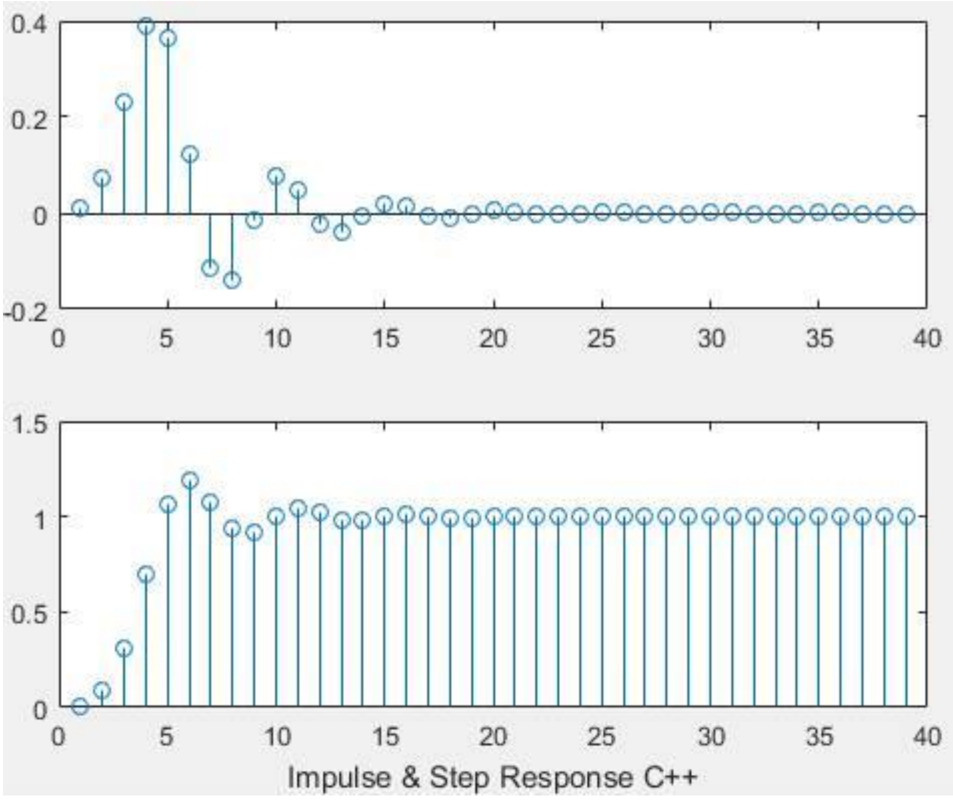
A. Bestem selv om programmet indlæser input (og tilsvarende output) fra en fil, en terminal, som argument til programmet eller noget helt tredje.

B. Redegør for designet af klassen af klassen.

Constructoren giver vi koefficienterne fra filteret's overførselsfunktion. Inden der bliver gjort andet. Vi har brugt 3 vektorer til at holde styr på henholdsvis a- og b-koefficienterne samt de forrige samples. Inden der bliver gjort andet, tilpasser vi størrelsen på vektorene så de er lige lange, ved at fylde ekstra nuller på - på den måde kan man indeksere dem ens. Vektoren med de forrige samples fyldes med nuller.

I selve funktionen regnes værdierne løbende ud i nogle for-løkker.

7) Sammenlign outputtet fra C++ programmet med Matlab for Impuls- og step-responset og kommenter resultatet.



Værdierne er eksporteret til en txt fil fra c++ og plottet i Matlab.
Impulsresponset er plottet ud fra den oprindelige overførselsfunktion, og stepresponset ud fra kaskadefunktionen.