ThOP - Thief Orienteering Problem

O *Thief Orienteering Problem* (ThOP), aqui proposto, é uma versão do *Orienteering Problem* (OP) [1] inspirada no *Travelling Thief Problem* (TTP) [2].

O nome *Orienteering Problem* tem origem num esporte ao ar livre chamado Corrida de Orientação, ou simplesmente Orientação, em que os participantes devem usar bússola e mapa para se orientar e percorrer uma série de pontos de controle, cada um deles com um valor associado previamente. Todos os participantes iniciam no mesmo ponto de origem, devem chegar a um mesmo ponto de destino, e têm um tempo limitado para fazer este percurso. Competidores que chegarem após o tempo limite são desclassificados e os demais são classificados pelo valor total acumulado durante o percurso (soma dos valores dos pontos de controle visitados).

No *Thief Orienteering Problem*, assunto deste trabalho, os participantes não ganham ponto simplesmente passando pelos pontos de controle, eles devem coletar itens nestes pontos. Cada item tem um valor associado e o total acumulado para efeito de classificação é a soma dos valores dos itens coletados. A coleta de um item, entretanto, traz também uma desvantagem: a velocidade do participante diminui de acordo com o peso acumulado dos itens coletados, já que ele precisa carregar os itens ao longo do percurso. Esta é uma característica do *Travelling Thief Problem*, aqui incorporada no *Orienteering Problem*.

O ThOP é definido formalmente a seguir, considerando um único participante.

São dados um conjunto de pontos $N = \{1, \ldots, n\}$ e a distância d_{ij} entre cada par de pontos $i, j \in N$, e um conjunto de itens $\mathcal{I} = \{1, \ldots, m\}$ e o valor p_k e o peso w_k de cada item $k \in \mathcal{I}$. Seja l_k a localização do item k, que pode ser qualquer ponto exceto o primeiro e o último (que não têm itens) ou seja, $l_k \in N \backslash \{1, n\}, \forall k \in \mathcal{I}$. O participante deve partir do ponto 1, percorrer um subconjunto de pontos à sua escolha e terminar o percurso no ponto n, com tempo total no máximo T. Qualquer item de pontos visitados pode ser coletado e colocado na mochila, desde que o peso total não exceda sua capacidade máxima W. Os valores v_{max} e v_{min} denotam respectivamente a velocidade máxima e mínima do participante. Sua velocidade será máxima quando não estiver carregando nenhum item, decresce linearmente de acordo com o peso dos itens carregados, chegando à velocidade mínima com uma mochila preenchida na capacidade máxima. O objetivo é encontrar a rota e o plano de coleta de valor total máximo.

Seja $\Pi = (x_0, \ldots, x_{s+1}), x_i \in N$ uma rota que sai de $x_0 = 1$, passa por s pontos e termina em $x_{s+1} = n$, e $\Theta = (y_1, \ldots, y_m)$ um plano de coleta com $y_k \in \{0, 1\}$ igual a 1 se o item k é coletado, e 0 senão. Considere o valor W_i como o peso total da mochila do participante quando ele sai do ponto i. A função objetivo que deve ser maximizada é dada por:

$$\max Z = \sum_{k=1}^{m} p_k y_k$$

Como restrições, temos que:

- um item só pode ser coletado se o ponto de controle onde está localizado faz parte da rota:

$$y_k = 1 \text{ somente se } l_k \in \Pi$$

- o peso total dos itens coletados não pode exceder a capacidade da mochila:

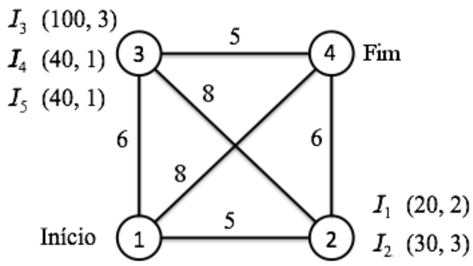
$$\sum_{k=1}^{m} w_k y_k \leq W$$

- o tempo total da rota não pode exceder o tempo limite:

$$\sum_{i=0}^{s} \frac{d_{x_i,x_{i+1}}}{v_{max} - \nu W_{x_i}} \leq T$$

sendo $\nu = (v_{max} - v_{min})/W$ uma constante: decréscimo na velocidade por unidade de peso.

A figura abaixo mostra um exemplo ilustrativo. Cada ponto, exceto o primeiro e o último, tem um conjunto de itens. Por exemplo, o ponto 2 possui os itens I_1 de valor $p_1 = 20$ e peso $w_1 = 2$, e I_2 de valor $p_2 = 30$ e peso $w_2 = 3$. Seja $W = 3$ a capacidade da mochila, $T = 75$ o tempo limite, e $v_{max} = 1$ e $v_{min} = 0.1$ as velocidades máxima e mínima respectivamente. Uma rota $\Pi = (1, 2, 3, 4)$ com plano de coleta $\Theta = (1, 0, 0, 1, 0)$ tem valor $20 + 40 = 60$. Esta solução é viável, pois o peso total dos itens coletados é 2 e tempo total 75, não ultrapassando W e T.



No cálculo do tempo total, temos:

- do ponto 1 ao ponto 2, o tempo gasto é de $5/1.0 = 5$;
- no ponto 2 ele coleta o item 1, de peso 2, fazendo sua velocidade cair para 0.4;
- do ponto 2 ao ponto 3, o tempo gasto é então $8/0.4 = 20$;
- no ponto 3 ele coleta o item 4, de peso 1, fazendo sua velocidade cair para 0.1;
- do ponto 3 ao ponto 4, o tempo gasto é $5/0.1 = 50$;
- o tempo total é então $5 + 20 + 50 = 75$.

Uma solução com o mesmo plano de coleta, mas com rota $\Pi = (1, 3, 2, 4)$, seria inviável, pois o tempo total seria aproximadamente 77.43, maior que T. A solução ótima para esse exemplo seria $\Pi = (1, 3, 4)$ e $\Theta = (0, 0, 1, 0, 0)$, de valor 100 (peso total 3 e tempo total 56). Já para um tempo limite $T = 20$, a solução ótima seria $\Pi = (1, 3, 4)$ e $\Theta = (0, 0, 0, 1, 1)$, de valor 80 (peso total 2 e tempo total 18.5).

Referências

[1] P. Vansteenwegen, W. Souffriau, D. Van Oudheusden. The orienteering problem: A survey, *European Journal of Operational Research*, v. 209 (1), pp. 1–10, 2011

[2] M. R. Bonyadi, Z. Michalewicz, L. Barone. The travelling thief problem: the first step in the transition from theoretical problems to realistic problems. *Proceedings of CEC'13*, pp. 1037–1044, 2013