ESTI020-17 – Teoria de Filas e Análise de Desempenho

Lista 2

1. Carros, caminhões e ônibus chegam em uma praça de pedágio como processos de Poisson independentes, com taxas de chegada respectivamente iguais a $\lambda_{\texttt{carro}} = 1{,}2$ carros/minuto, $\lambda_{\texttt{caminhão}} = 0{,}9$ caminhões/minuto e $\lambda_{\texttt{ônibus}} = 0{,}7$ ônibus/minuto. Supondo um intervalo de 10 minutos, determine a pmf de N, o número de veículos que chegam na praça de pedágio.

   Resp: $P_N(n) = \begin{cases} \frac{28^n e^{-28}}{n!}, & n = 0, 1, \ldots \\ 0, & \texttt{caso contrário} \end{cases}$.

2. Pode-se modelar a transmissão de pacotes de dados por um modem em um certo sistema de comunicação por um processo de Poisson com taxa 10 pacotes/segundo. Denotando o número de pacotes transmitidos na k-ésima hora por M_k, determine a pmf conjunta de M_1 e M_2.

   Resp: $P_{M_1,M_2}(m_1, m_2) = \begin{cases} \frac{\alpha^{m_1+m_2} e^{-2\alpha}}{m_1! m_2!}, & m_1, m_2 = 0, 1, \ldots \\ 0, & \texttt{caso contrário} \end{cases}$.

3. O número de chamadas recebidas em uma central telefônica pode ser ser modelado como um processo de Poisson com uma taxa média de 4 chamadas por segundo. Considerando que esta central foi monitorada num intervalo de 10 segundos, determine:

   (a) A probabilidade de nenhuma chamada ser recebida no primeiro segundo de observação;

   (b) A probabilidade de exatamente 4 chamadas chegarem no primeiro segundo de observação;

   (c) A probabilidade de exatamente 2 chamadas chegarem nos primeiros 2 segundos.

   Resp: (a) 0,0183; (b) 0,1954 (c) 0,0107

4. Suponha que em um sistema de banco de dados, o tempo de atendimento das requisições, T, pode ser modelado como uma variável aleatória exponencial com média 8 segundos. Suponha ainda que assim que uma requisição é atendida, outra é feita. Para este sistema:

   (a) Determine a probabilidade de que uma requisição demore pelo menos 4 segundos para ser atendida;

   (b) Se uma requisição já esperou 5 segundos e ainda não foi atendida, qual a probabilidade que ela tenha que esperar pelo menos mais 8 segundos?

   Resp: (a) 0,951; (b) 0,368

5. Escreva a matriz de transição de estados para a cadeia de Markov dada na Fig. 1. Após isso, determine o vetor de probabilidades em estado estacionário.

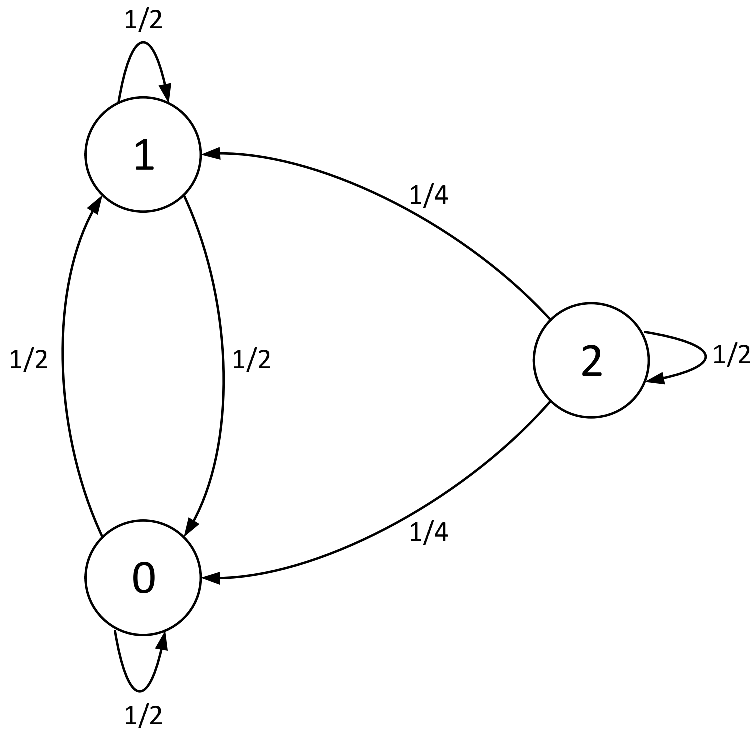

Figura 1: Cadeia de Markov para o exercício 5.

Resp: $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}5 & 0 \\ 0{,}5 & 0{,}5 & 0 \\ 0{,}25 & 0{,}25 & 0{,}5 \end{bmatrix}$ e $\boldsymbol{\pi} = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}5 & 0 \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$

6. Uma placa de rede de um laptop informa o estado do canal de rádio para um ponto de acesso uma vez a cada segundo. Os estados que o canal pode assumir são: (0) ruim, (1) razoável, (2) bom e (3) excelente. Se o canal está ruim, ele pode assumir os estados ruim ou razoável no próximo instante com iguais probabilidades. Nos estados 1, 2 e 3, a probabilidade da qualidade do canal permanecer inalterada no segundo seguinte é de 0,9, enquanto que a probabilidade do canal ficar ruim é de 0,04. Além disso, se o canal estiver razoável ou bom, existe uma probabilidade 0.06 do canal ter sua qualidade melhorada de um nível no próximo segundo. Por fim, se o canal está excelente, o próximo estado pode ser bom, com probabilidade 0,04, ou razoável, com probabilidade 0,02. A partir destas informações, desenhe a cadeia de Markov que modela este sistema e determine sua matriz de transição.

Resp: $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}04 & 0{,}9 & 0{,}06 & 0 \\ 0{,}04 & 0 & 0{,}9 & 0{,}06 \\ 0{,}04 & 0{,}02 & 0{,}04 & 0{,}9 \end{bmatrix}$

7. Em uma planta de uma indústria petroquímica, foi constatado que se certa máquina está funcionando em um dia, então a probabilidade dela funcionar normalmente no dia seguinte é de 95%. No entanto, se ela estiver sendo reparada, a chance dela funcionar adequadamente no próximo dia é de 40%. Sabendo que cada dia de reparo desta máquina custa R$300,00, qual o gasto anual esperado para a manutenção deste equipamento?

Resp: Aproximadamente R$12.167,00