

# DESAFIO FINOR CRUPII

CASE 2 - INDEX TRACKING - PARTE 2

JOÃO VICTOR LENZI CARDOSO, ISADORA MULLER, GABRIEL NOVAES, GUILHERME FREITAS E RAQUEL GUTSCHWAGER





# INDEX TRACKING:

O que é?

- Consiste em montar carteiras de investimentos que acompanhem as variações de índices de bolsas de valores;
- As carteiras devem possuir um número de ativos menor do que o índice original;
- Esta prática serve para reduzir o custo de manutenção e acompanhamento do portifólio;
- No desafio proposto, deve-se acompanhar a variação dos índices BOVESPA e S&P100 para os últimos 7 anos.



## PARTE 2 - MVP

#### Minimum Viable Product

Após feita a EDA, chegou a hora de aplicar o modelo de otimização proposto. Na etapa atual, o foco está em desenvolver uma versão preliminar do projeto que já possua o mínimo das funcionalidades essenciais implementadas.

Realizamos a preparação dos dados para serem utilizados como inputs no algoritmo, bem como obtivemos nossos primeiros resultados - muito animadores.

Para tanto, foi utilizada a linguagem python junto das bibliotecas Pandas, numpy, matplotlib e yfinance, além do solver comercial Gurobi - utilizando de uma licença acadêmica concedida pela UFRGS.



#### IMPORTAÇÃO E PREPARO DE DADOS

Novamente os dados do índice de interesse - neste caso, o S&P100 - foram importados. Também importamos os dados de todos os seus tickers em sua última composição e adicionamos alguns ativos podem ser que interessantes, como Bitcoin, ouro commodities.

```
# Baixando dados dos Indice desejados (S&P100 e IBOV)
tickers = ['^BVSP', '^SP100']

# Baixar e arrumar o DataFrame
indices = yf.download(tickers, start = '2017-01-01', end = '2024-04-30')
indices = indices.stack().reset_index(level=1)
indices.columns.name = None

# Filtrando para SP100
filtro_SP100 = indices['Ticker'] == '^SP100'
SP100 = SP100[filtro_SP100]
SP100
$\square$ 2.5s
Python
```

```
## Importando ações do S&P100 e outros ativos interessantes

# Essa lista foi definida através da Wikipedia

lista_sp100 = ['AAPL', 'ABBV', 'ABT', 'ACN', 'ADBE', 'AIG', 'AMD', 'AMGN', 'AMT', 'AMZN', 'AVGO', 'AXP', 'BA', 'BAC',

'BK', 'BKNG', 'BLK', 'BMY', 'BRK-B', 'C', 'CAT', 'CHTR', 'CL', 'CMCSA', 'COF', 'COP', 'COST', 'CRM', 'CS

'DHR', 'DIS', 'DOW', 'DUK', 'EMR', 'F', 'FDX', 'GD', 'GE', 'GILD', 'GM', 'GOOGG', 'GOOGL', 'GS', 'HD', 'F

'JNJ', 'JPM', 'KHC', 'KO', 'LIN', 'LLY', 'LMT', 'LOW', 'MAC', 'MDLZ', 'MDT', 'META', 'MMM',

MSFT', 'NEE', 'NFLX', 'NKE', 'NVDA', 'ORCL', 'PEP', 'PFE', 'PG', 'PM', 'PYPL', 'QCOM', 'RTX', 'SBUX',

'T', 'TGT', 'TMO', 'TMUS', 'TSLA', 'TXN', 'UNH', 'UNP', 'UPS', 'USB', 'V', 'VZ', 'WFC', 'WMT', 'XOM', 'S

'SI=F', 'CC=F', 'CL=F', 'KC=F', 'CT=F', 'SB=F', 'OJ=F', 'NG=F', 'HG=F']

dfsp = yf.download(lista_sp100, start = '2017-01-01', end = '2024-04-30')

dfsp = dfsp.stack().reset_index(level=1)

dfsp.columns.name = None

dfsp

e \square$ 9.1s
```

004



#### IMPORTAÇÃO E PREPARO DE DADOS

Foram calculados os retornos de todos os Tickers importados, onde os mesmos já foram organizados em um DataFrame próprio para ser inserido no solver.

Este loop calcula os seus retornos acumulados de forma individual em um DataFrame temporário e depois os anexa ao DataFrame principal.

```
# Calculando o retorno de todos os Tickers e juntando em um DataFrame
  # Inicializacao de variaveis para o loop for
  retornos = pd.DataFrame()
 temp = []
  # loop que cria um unico Data Frame com todos os retornos
  for nome in dfsp['Ticker'].unique():
     # Esta primeira parte cria um dataframe temporario apenas com o ticker da iteracao atual do loop
     filtro = dfsp['Ticker'] == nome
     temp_lag = len(temp) # armazenando o numero de linhas do ticker anterior
      temp = dfsp[filtro]
     # Condicional pra remover tickers com menos linhas que os demais (dados faltantes)
     # e indexar corretamente o número de linhas em tickers com dados demais.
     if len(temp) < temp_lag:</pre>
       continue
     elif len(temp) > temp_lag:
       filtro2 = temp.index.isin(dfsp.query('Ticker == "AAPL"').index)
       temp = temp[filtro2]
     # Esta segunda parte calcula o retorno acumulado do ticker atual e depois o anexa ao dataframe principal de retornos, test_retornos
     calculo = temp.groupby('Ticker').apply(lambda x: calculo_retorno(x['Close']), include_groups=False).T
     retornos = retornos.join(calculo, how = 'outer')
 retornos.dropna(inplace=True)
  retornos

√ 2.5s
```



Python

### 006

#### IMPORTAÇÃO E PREPARO DE DADOS

Foram calculados os retornos de todos os Tickers importados, onde os mesmos já foram organizados em um DataFrame próprio para ser inserido no solver.

Este loop calcula os seus retornos acumulados de forma individual em um DataFrame temporário e depois os anexa ao DataFrame principal.

|                | BTC-USD   | AAPL      | ABBV      | АВТ       | ACN       | ADBE      | AIG       | AMD       | AMGN      | АМТ       | <br>TXN   | UNH       | UNP       | UPS       | u       |
|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|---------|
| Date           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |         |
| 2017-<br>01-04 | 0.106233  | -0.001119 | 0.014100  | 0.007939  | 0.002404  | 0.006378  | 0.013053  | 0.000000  | 0.014198  | 0.001790  | -0.001223 | 0.002849  | 0.006048  | 0.000261  | 0.0073  |
| 2017-<br>01-05 | -0.122410 | 0.005085  | 0.007584  | 0.008638  | -0.014991 | 0.016996  | -0.005609 | -0.016623 | 0.000720  | -0.003479 | -0.007756 | 0.001668  | -0.009793 | 0.000521  | -0.0167 |
| 2017-<br>01-06 | -0.109711 | 0.011148  | 0.000314  | 0.027204  | 0.011392  | 0.022566  | 0.018445  | 0.007117  | 0.024840  | -0.006606 | 0.016868  | 0.001418  | 0.010379  | 0.001997  | 0.0064  |
| 2017-<br>01-09 | 0.000695  | 0.009159  | 0.006584  | -0.000981 | -0.011178 | 0.002493  | -0.006436 | 0.015018  | 0.013139  | -0.002375 | 0.002562  | -0.002832 | -0.007462 | -0.005459 | -0.0044 |
| 2017-<br>01-10 | 0.005373  | 0.001009  | -0.002180 | 0.013500  | 0.000522  | -0.002855 | 0.012353  | -0.004352 | -0.000504 | -0.014473 | 0.003497  | -0.002285 | 0.009764  | -0.007406 | 0.0029  |
|                |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |         |
| 2024-<br>04-23 | -0.006440 | 0.006392  | 0.009828  | 0.004857  | -0.001859 | 0.012872  | -0.000400 | 0.024421  | 0.005995  | 0.010911  | 0.012482  | -0.010280 | 0.007762  | 0.024147  | -0.0019 |
| 2024-<br>04-24 | -0.032080 | 0.012702  | -0.010263 | -0.006506 | -0.010384 | 0.008924  | 0.000534  | -0.003481 | -0.001938 | -0.004765 | 0.056445  | 0.002304  | -0.018240 | -0.015114 | 0.015€  |
| 2024-<br>04-25 | 0.003186  | 0.005147  | -0.003039 | -0.000281 | -0.014480 | -0.007713 | -0.004535 | 0.013312  | -0.013296 | -0.002596 | 0.002517  | 0.013462  | 0.049875  | 0.005252  | -0.0149 |
| 2024-<br>04-26 | -0.011265 | -0.003473 | -0.045849 | 0.006270  | -0.003204 | 0.008702  | -0.001340 | 0.023673  | 0.002227  | -0.006998 | 0.012725  | 0.003017  | -0.003121 | 0.001357  | 0.0031  |
| 2024-<br>04-29 | 0.001346  | 0.024808  | 0.011903  | -0.002418 | -0.015746 | -0.009402 | 0.016235  | 0.017789  | 0.023705  | 0.019221  | 0.010198  | -0.012759 | -0.007579 | 0.006505  | 0.0041  |

1840 rows × 110 columns



#### IMPORTAÇÃO E PREPARO DE DADOS

Para um posterior teste da eficácia de nossos portfólios, separamos os dados dos últimos 7 anos em dados de treino e dados de teste, tanto para os tickers quanto para o índice, onde 90% foram destinados ao treino do algoritmo e o restante será usado como benchmark..

```
# Checando numero de linhas do dataframe de retornos dos ativos
  len(retornos)
  # Separando dados entre teste e treino (ten-fold)
  retornos_treino = retornos.head(round(len(retornos)*0.9))
  retornos_teste = retornos.tail(len(retornos) - len(retornos_treino))
                                                                                                                                               Python
   # Teste e treino SP100
  retornos_SP100_treino = retornos_SP100.head(len(retornos_treino))
  retornos_SP100_teste = retornos_SP100.tail(len(retornos_teste))
  retornos_SP100_treino
 ✓ 0.0s
                                                                                                                                               Python
2017-01-04
             0.003268
             0.000269
2017-01-06
             0.003993
2017-01-10 -0.001154
2023-07-28
             0.012390
2023-07-31
             0.001014
2023-08-01 -0.002922
2023-08-02 -0.015540
2023-08-03 -0.001855
Name: Close, Length: 1656, dtype: float64
```



#### CRIAÇÃO DE POSSÍVEIS CESTAS DE ATIVOS

número de Como O combinações a se fazer de forma cresce computacionalmente proibitiva com o aumento de ativos ou diminuição da carteira, decidimos criar listas reduzidas do total de tickers, com 40 itens cada, onde subconjuntos de até 20 ativos seus serão selecionados pelo algoritmo de Index Tracking (pode ser revisado). A primeira lista possui uma mescla entre

```
\triangleright ^{\wedge}
        tickers_ordenados = ordem_acumulados.columns.tolist()
        lista_acumulados = tickers_ordenados[:20] + tickers_ordenados[-20:]
        lista_acumulados
     ✓ 0.0s
     ['BTC-USD',
       'NVDA',
      'TSLA',
      'AMD',
      'AAPL',
      'LLY',
      'MSFT',
      'ADBE',
      'AVGO',
      'INTU',
      'DE',
      'TMO',
      'MA',
      'AMZN',
       'COST',
      'LIN',
       'G00G',
      'NFLX',
      'DHR',
       'G00GL',
       'GILD',
      'BMY',
      'INTC',
      'BK',
      'AIG',
      'VZ',
      'MMM',
      'GE',
      'T',
      'KHC']
```

os 20 ativos com maior e menor rendimentos acumulados.





### =

### MVP

#### CRIAÇÃO DE POSSÍVEIS CESTAS DE ATIVOS

A segunda lista possui os 40 ativos com maior desvio-padrão em seus rendimentos, representando uma carteira considerada mais volátil.

```
# Ordenando pelos maiores desvios padrao
     lista_std_maiores = ordem_std[:40]
     lista_std_maiores
2] ✓ 0.0s
  ['CL=F',
    'BTC-USD',
    'NG=F',
   'TSLA',
    'AMD',
   'SWBI',
   'NVDA',
    'BA',
   'NFLX',
   'SPG',
   'COP',
    'META',
   'PYPL',
   'GE',
   'COF',
    'QCOM',
   'GM',
   'AIG',
   'SCHW',
   'CRM',
   'INTC',
   'C',
   'ADBE',
   'AVGO',
   'MET',
   'CVX',
   'USB',
   'DE',
   'LOW']
```



#### CRIAÇÃO DE POSSÍVEIS CESTAS DE ATIVOS

A terceira lista possui os 40 ativos com menor desvio-padrão em seus rendimentos - representando uma carteira mais bem-comportada, menos volátil.

```
# Ordenando pelos menores desvios padrao
  lista_std_menores = ordem_std[-40:]
  lista_std_menores
✓ 0.0s
['AMT',
 'CSCO',
 'ABBV',
 'HD',
'TMO',
'ACN',
 'MMM',
'GILD',
 'PM',
 'DHR',
'IBM',
 'LIN',
'T',
'NEE',
 'MO',
 'HON',
 'ABT',
 'MDT',
'LMT',
 'AMGN',
'PFE',
 'SO',
 'GD',
 'BMY',
 'PG',
'VZ',
'KO',
'LNL',
'GC=F']
```

010



#### CRIAÇÃO DE POSSÍVEIS CESTAS DE ATIVOS

A quarta lista possui uma mescla dos 20 ativos com maior e 20 ativos com menor desvio-padrão em seus rendimentos - representando uma carteira de volatilidade moderada.

```
# Misto entre maior e menor std
   lista_std_misto = ordem_std[:20] + ordem_std[-20:]
   lista_std_misto
✓ 0.0s
['CL=F',
 'BTC-USD',
 'NG=F',
 'TSLA',
 'AMD',
 'SWBI',
 'NVDA',
 'BA',
 'NFLX',
 'SPG',
 'COP',
 'META',
 'PYPL',
 'GE',
 'COF',
 'QCOM',
 'F',
 'GM',
 'AIG',
 'SCHW',
 'AMGN',
 'PFE',
 'SO',
 'GD',
 'BMY',
 'PG',
 'VZ',
 'KO',
 'LNL',
 'GC=F']
```





#### CRIAÇÃO DE POSSÍVEIS CESTAS DE ATIVOS

Por fim, criamos mais três ativos listas com 40 aleatórios cada. em Utilizamos seeds diferentes na geração de cada uma, e que estão disponíveis no notebook garantir para reprodutibilidade dos resultados obtidos.

```
# Realizando amostragem aleatoria de forma reprodutivel
lista_todos = pd.Series(lista_todos)
lista_aleatoria1 = lista_todos.sample(n = 40, replace = False, random_state = 1).tolist()
lista_aleatoria1

✓ 0.0s
```

```
# Realizando amostragem aleatoria de forma reprodutivel
lista_todos = pd.Series(lista_todos)
lista_aleatoria2 = lista_todos.sample(n = 40, replace = False, random_state = 12).tolist()
lista_aleatoria2
$\square$ 0.0s
```

```
# Realizando amostragem aleatoria de forma reprodutivel
lista_todos = pd.Series(lista_todos)
lista_aleatoria3 = lista_todos.sample(n = 40, replace = False, random_state = 12345).tolist()
lista_aleatoria3

✓ 0.0s
```



#### CRIAÇÃO DE POSSÍVEIS CESTAS DE ATIVOS

definirmos Para resolvermos o problema de minimização proposto, utilizamos o solver Gurobi, onde os DataFrames de passados treino foram arrays como е a minimização suas diferenças quadráticas pro índice foram calculadas. Para reprodutibilidade dos resultados. também usamos uma seed fixa, disponível no notebook.

### Definindo a função

```
# Função de otimização do portfólio
def otimizacao(x_in, y_in, K, lista, time_limit=300):
    import qurobipy as qp
    from qurobipy import GRB
    import pandas as pd
    import numpy as np
   T, N = x_in.shape
    # Criação do modelo
    model = qp.Model("portfolio_optimization")
    model.setParam(gp.GRB.Param.OutputFlag, 0) # suprimir a output usual do gurobi
    model.setParam('Seed', 0) # seed que garante reprodutibilidade de resultados
    model.Params.TimeLimit = time_limit # limite de tempo
    model.Params.MIPGap = 0.001 # precisão do gurobi
    # Variáveis de decisão
   w = model.addVars(N, lb=0.0, ub=1.0, vtype=GRB.CONTINUOUS, name="w") # Pesos
    z = model.addVars(N, vtype=GRB.BINARY, name="z") # Seleção
    # Função objetivo
    obj_expr = qp.quicksum((qp.quicksum(x_in[t, i] * w[i] for i in range(N)) - y_in[t]) ** 2 for t in range(T))
    model.setObjective(obj_expr, GRB.MINIMIZE)
    # Restrições
    model.addConstr(gp.quicksum(w[i] for i in range(N)) == 1, name="soma dos pesos")
    model.addConstr(qp.quicksum(z[i] for i in range(N)) == K, name="binario de selecao")
    # Vinculando variáveis w e z
   M = 1 # Valor grande o suficiente para garantir a restrição correta
    for i in range(N):
        model.addConstr(w[i] <= M * z[i], name=f"vinculo1_{i}")</pre>
        model addConstr/w[i] >= 7[i] * 1e-6 name=f"vinculo? (i]")
```



#### RESOLVENDO O PROBLEMA

Começamos então a parte mais interessante. Foram utilizadas como variáveis primeiro as 3 cestas aleatórias, com seus respectivos ativos escolhidos e pesos ao lado. As outputs mais detalhadas se encontram no notebook.

```
# aplicando o modelo para o primeiro portfolio aleatorio
lista = lista_aleatoria1 # lista a ser usada na otimizacao
x_in = np.array(retornos_treino[lista])
y_in = np.array(retornos_SP100_treino)
tickers = otimizacao(x_in=x_in, y_in=y_in, K=20, lista=lista)
tickers
✓ 7.5s
```

```
# Listando os indices escolhidos e seus pesos
   portfolio = pd.Series(tickers)
   filtro = portfolio != 0
   portfolio = portfolio[filtro]
   portfolio
✓ 0.0s
SB=F
        0.122047
LNL
        0.089113
KC=F
        0.055505
        0.067032
ABBV
USB
        0.005321
        0.032457
UPS
GC=F
        0.503162
MRK
        0.001417
CVS
        0.039324
        0.001562
KHC
CT=F
        0.083059
dtype: float64
```

#### RESOLVENDO O PROBLEMA

Começamos então a parte mais interessante. Foram utilizadas como variáveis primeiro as 3 cestas aleatórias, com seus respectivos ativos escolhidos e pesos ao lado. As outputs mais detalhadas se encontram no notebook.

```
# aplicando o modelo para o segundo portfolio aleatorio
   lista = lista_aleatoria2 # lista a ser usada na otimizacao
   x_in = np.array(retornos_treino[lista])
   y_in = np.array(retornos_SP100_treino)
   tickers = otimizacao(x_in=x_in, y_in=y_in, K=20, lista=lista)
   tickers

√ 6.5s

   # Listando os indices escolhidos e seus pesos
   portfolio = pd.Series(tickers)
   filtro = portfolio != 0
   portfolio = portfolio[filtro]
   portfolio
✓ 0.0s
DHR
        0.023381
ΚO
        0.228571
PFE
        0.099673
HG=F
        0.360787
KC=F
        0.133450
        0.031519
DUK
        0.037219
CL
        0.017042
MMM
CHTR
        0.027007
        0.041351
dtype: float64
```



Começamos então a parte mais interessante. Foram utilizadas como variáveis primeiro as 3 cestas aleatórias, com seus respectivos ativos escolhidos e pesos ao lado. As outputs mais detalhadas se encontram no notebook.

```
# aplicando o modelo para o terceiro portfolio aleatorio
 lista = lista_aleatoria3 # lista a ser usada na otimizacao
  x_in = np.array(retornos_treino[lista])
 y_in = np.array(retornos_SP100_treino)
  tickers = otimizacao(x_in=x_in, y_in=y_in, K=20, lista=lista)
  tickers
✓ 7.0s
```

```
016
   # Listando os indices escolhidos e seus pesos
   portfolio = pd.Series(tickers)
   filtro = portfolio != 0
   portfolio = portfolio[filtro]
   portfolio
 ✓ 0.0s
        0.025105
LMT
PFE
       0.013940
CVS
       0.005797
SWBI
       0.017354
       0.488634
GC=F
       0.125304
MO
       0.052991
KO
       0.063486
ABBV
HG=F
       0.182202
       0.025186
NG=F
dtype: float64
```



Seguem tambem os ativos escolhidos na lista de retornos acumulados...

```
# aplicando o modelo para o portfolio de maiores e menores retornos acumulados
 lista = lista_acumulados # lista a ser usada na otimizacao
 x_in = np.array(retornos_treino[lista])
 y_in = np.array(retornos_SP100_treino)
 tickers = otimizacao(x_in=x_in, y_in=y_in, K=20, lista=lista)
 tickers
√ 6.6s
  # Listando os indices escolhidos e seus pesos
```

```
portfolio = pd.Series(tickers)
   filtro = portfolio != 0
   portfolio = portfolio[filtro]
   portfolio
✓ 0.0s
BTC-USD
           0.006922
TSLA
           0.001637
TMO
           0.049171
AMZN
           0.016332
COST
           0.069340
GILD
           0.046738
BMY
           0.200234
           0.043556
SWBI
NG=F
           0.045942
           0.184201
MO
٧Z
           0.284731
MMM
           0.051197
dtype: float64
```

#### RESOLVENDO O PROBLEMA

...maiores desvios-padrão...

LOW

dtype: float64

0.030504

```
# aplicando o modelo para o portfolio de maiores desvios-padrao
   lista = lista_std_maiores # lista a ser usada na otimizacao
   x_in = np.array(retornos_treino[lista])
   y_in = np.array(retornos_SP100_treino)
   tickers = otimizacao(x_in=x_in, y_in=y_in, K=20, lista=lista)
   tickers
 √ 7.9s
  # Listando os indices escolhidos e seus pesos
  portfolio = pd.Series(tickers)
  filtro = portfolio != 0
  portfolio = portfolio[filtro]
  portfolio
 ✓ 0.0s
BTC-USD
          0.014940
NG=F
          0.067977
SWBI
          0.073116
NFLX
          0.023483
GE
          0.021615
F
          0.030949
FDX
          0.021713
BKNG
          0.038937
AMZN
          0.089687
TGT
          0.095798
KC=F
          0.321104
CVX
          0.016625
USB
          0.107263
DE
          0.046288
```



...menores desviospadrão....

```
# aplicando o modelo para o portfolio de menores std
lista = lista_std_menores # lista a ser usada na otimizacao
x_in = np.array(retornos_treino[lista])
y_in = np.array(retornos_SP100_treino)
tickers = otimizacao(x_in=x_in, y_in=y_in, K=20, lista=lista)
tickers

    7.1s
```

```
# Listando os indices escolhidos e seus pesos
   portfolio = pd.Series(tickers)
   filtro = portfolio != 0
   portfolio = portfolio[filtro]
   portfolio
 ✓ 0.0s
ABBV
        0.035535
        0.109369
MO
LMT
        0.000378
       0.010910
GD
BMY
        0.074821
HG=F
       0.180533
WMT
       0.009304
٧Z
        0.099714
        0.007811
ΚO
GC=F
       0.471625
dtype: float64
```

...e desvios-padrão. mistos

```
# aplicando o modelo para o portfolio de std mistos
  lista = lista_std_misto # lista a ser usada na otimizacao
  x_in = np.array(retornos_treino[lista])
  y_in = np.array(retornos_SP100_treino)
  tickers = otimizacao(x_in=x_in, y_in=y_in, K=20, lista=lista)
  tickers
✓ 8.7s
```

```
# Listando os indices escolhidos e seus pesos
   portfolio = pd.Series(tickers)
   filtro = portfolio != 0
   portfolio = portfolio[filtro]
   portfolio
√ 0.0s
NG=F
       0.023271
       0.017350
SWBI
GD
       0.028113
BMY
       0.092360
       0.188271
HG=F
WMT
       0.014880
٧Z
       0.121394
ΚO
       0.059184
LNL
       0.000283
GC=F
       0.454894
dtype: float64
```



020



Após realizados os cálculos para o período de testes com todas as cestas de ativos, organizamos suas séries de retornos em um dataframe único.

|            | Portfolio1 | Portfolio2 | Portfolio3 | Acumulados | Maiores std | Menores std | Misto std | SP100    |
|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-----------|----------|
| Date       |            |            |            |            |             |             |           |          |
| 2023-08-07 | 1.004775   | 1.003317   | 1.000994   | 1.005115   | 1.015958    | 0.997985    | 0.999200  | 1.009055 |
| 2023-08-08 | 0.999241   | 0.995156   | 0.995864   | 1.005110   | 1.010106    | 0.992338    | 0.993415  | 1.005643 |
| 2023-08-09 | 0.998513   | 0.997857   | 0.996868   | 1.009811   | 1.009448    | 0.992166    | 0.995567  | 0.995903 |
| 2023-08-10 | 0.999974   | 0.995046   | 0.993291   | 1.010500   | 1.001492    | 0.992554    | 0.994588  | 0.996817 |
| 2023-08-11 | 1.003723   | 0.992726   | 0.991737   | 1.013034   | 0.998070    | 0.991245    | 0.994241  | 0.995243 |
|            |            |            |            |            |             |             |           |          |
| 2024-04-23 | 1.089116   | 1.093781   | 1.133372   | 1.053129   | 1.253745    | 1.138583    | 1.141799  | 1.149446 |
| 2024-04-24 | 1.086933   | 1.098431   | 1.129138   | 1.046365   | 1.248578    | 1.135453    | 1.136521  | 1.148957 |
| 2024-04-25 | 1.084256   | 1.104797   | 1.136409   | 1.025799   | 1.249496    | 1.135347    | 1.133060  | 1.141185 |
| 2024-04-26 | 1.080517   | 1.104866   | 1.133468   | 1.030983   | 1.251204    | 1.135702    | 1.135930  | 1.157424 |
| 2024-04-29 | 1.091633   | 1.118433   | 1.150399   | 1.047796   | 1.279618    | 1.144895    | 1.150805  | 1.160114 |



#### RESULTADOS

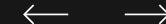
Feito isso, começamos a análise de resultados. Começamos calculando o RMSE (Raíz do erro quadrático médio) para todas as cestas difetentes O RMSE difere do MAE (Erro absoluto médio) por aumentar o peso dos outliers nos erros, penalizando mais uma previsção muito distante do valor real.

Podemos ver que a cesta com a maior volatilidade surpreendentemente obteve de longe o melhor desempenho.

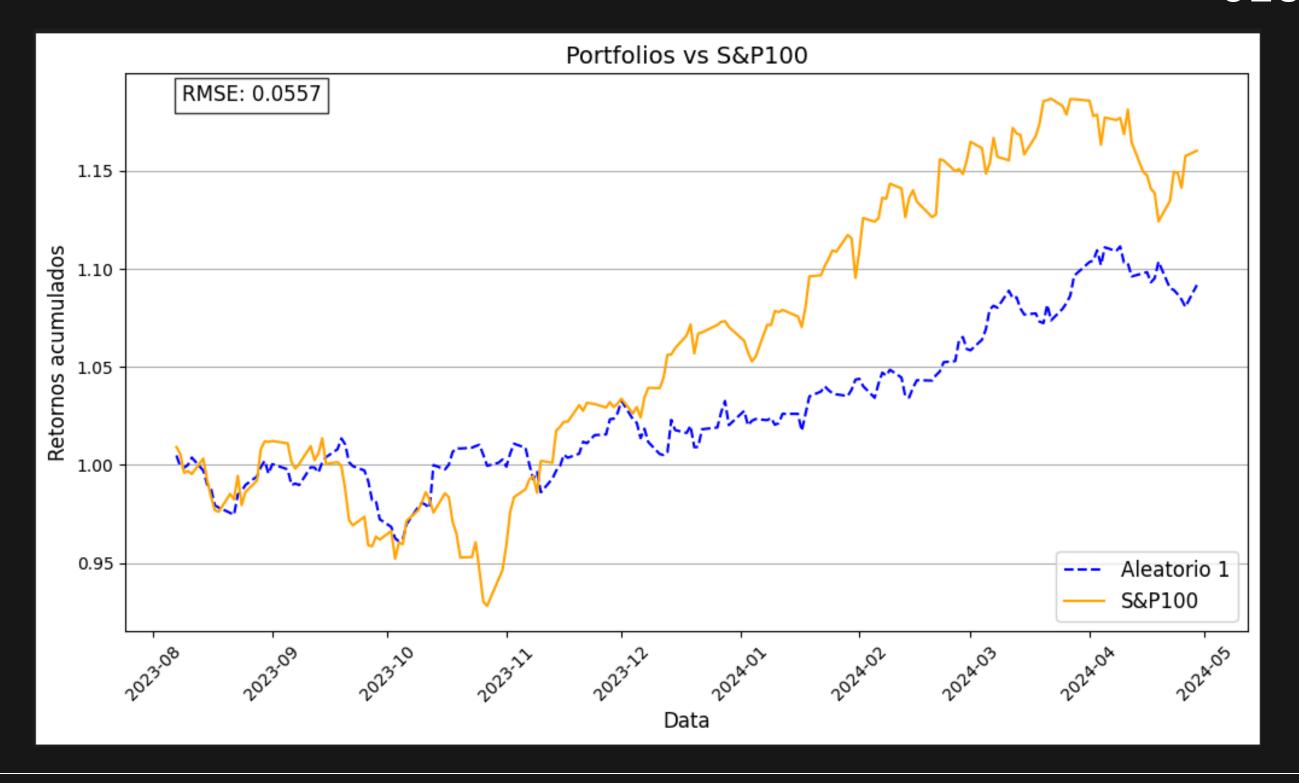
```
# Definindo funcao rmse (root-mean-squared-error)
   def rmse(x,y):
       root_mean_square_error = np.sqrt((((x-y)**2).mean()))
       return(root_mean_square_error)
   # inicializando listas para o loop
   RMSE_list = []
   pfolio_list = []
   for pfolio in acumulados.columns:
       if pfolio != 'SP100': # ignorando os valores de SP100
           RMSE_list.append(rmse(acumulados[pfolio], acumulados['SP100']))
           pfolio_list.append(pfolio)
   # transformando resultados em um dicionario e listando-os
   pfolio_RMSE = {pfolio_list[i]: RMSE_list[i] for i in range(len(pfolio_list))}
   pd.Series(pfolio_RMSE)

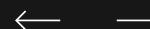
√ 0.0s

Portfolio1
               0.055676
Portfolio2
               0.080367
Portfolio3
               0.062905
Acumulados
               0.065878
Maiores std
               0.044502
Menores std
               0.054565
Misto std
               0.052683
dtype: float64
```

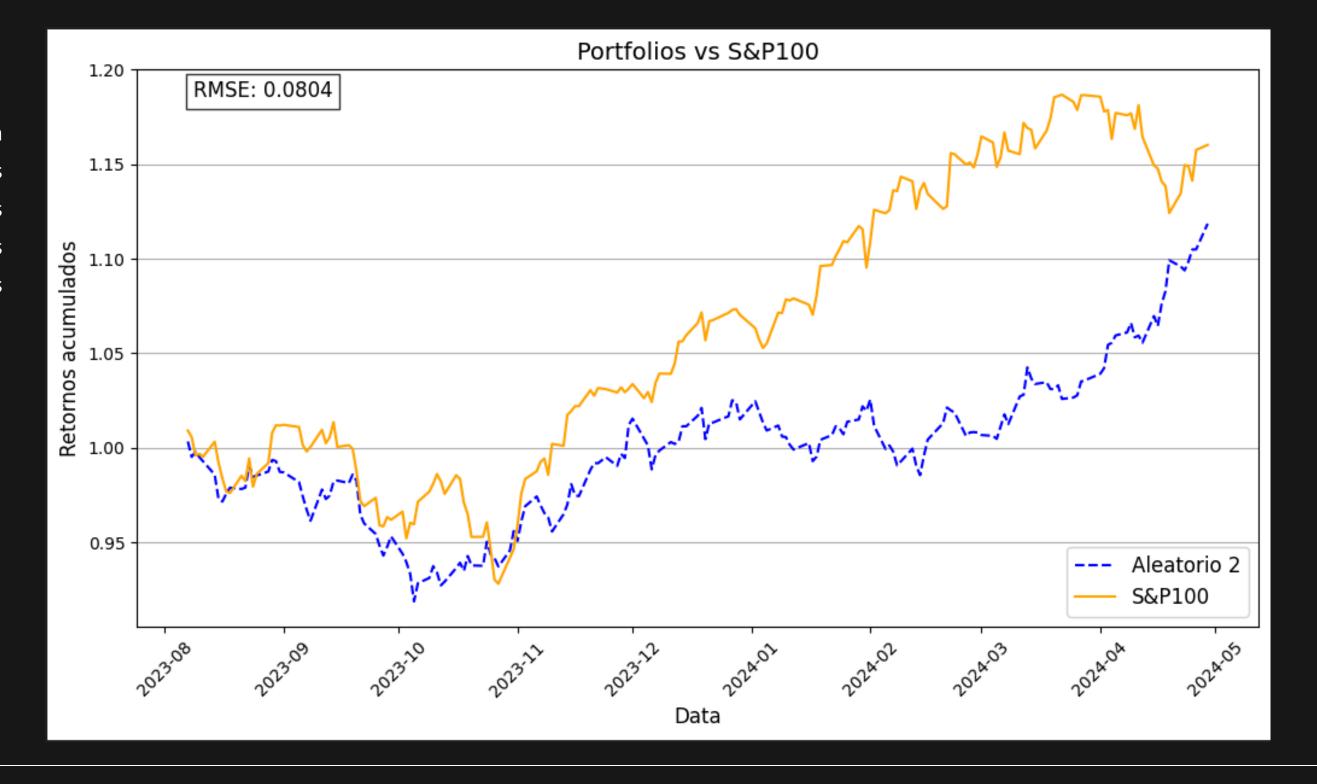


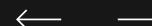
#### RESULTADOS -VISUALIZAÇÃO



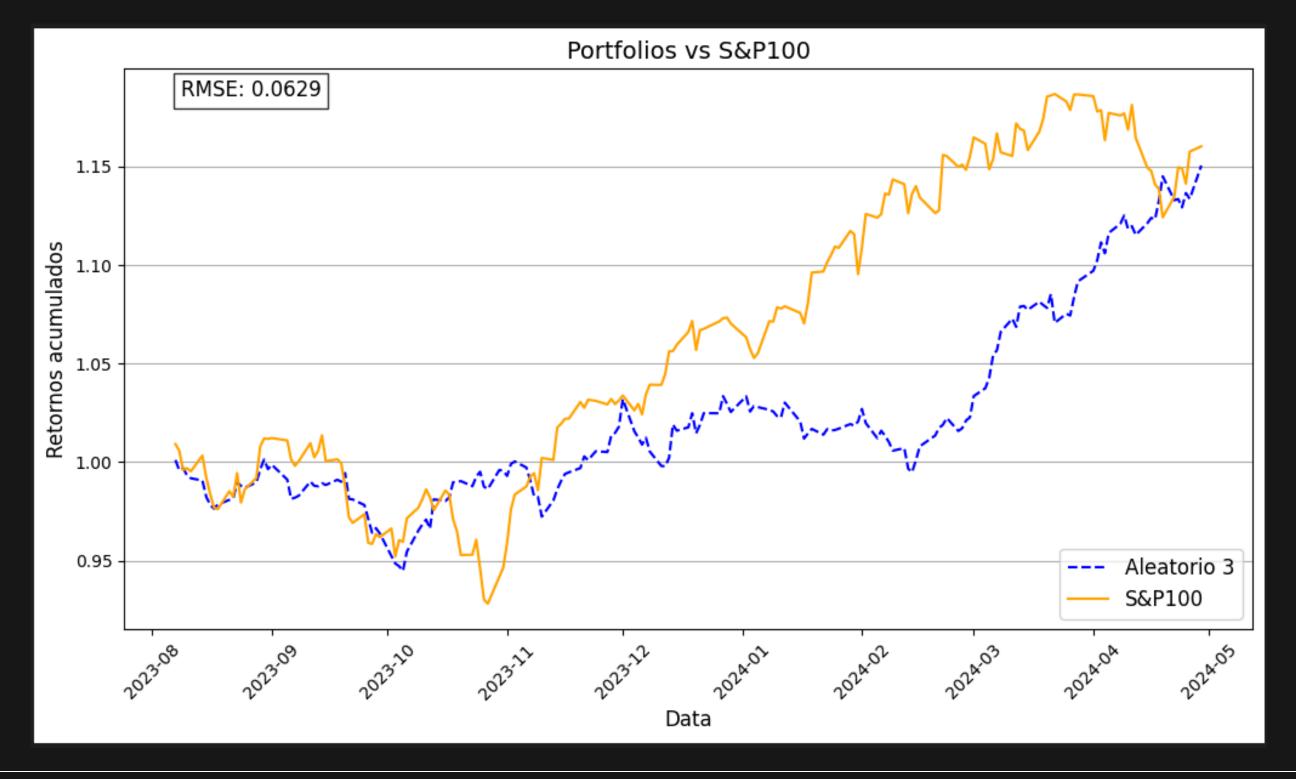


#### RESULTADOS -VISUALIZAÇÃO



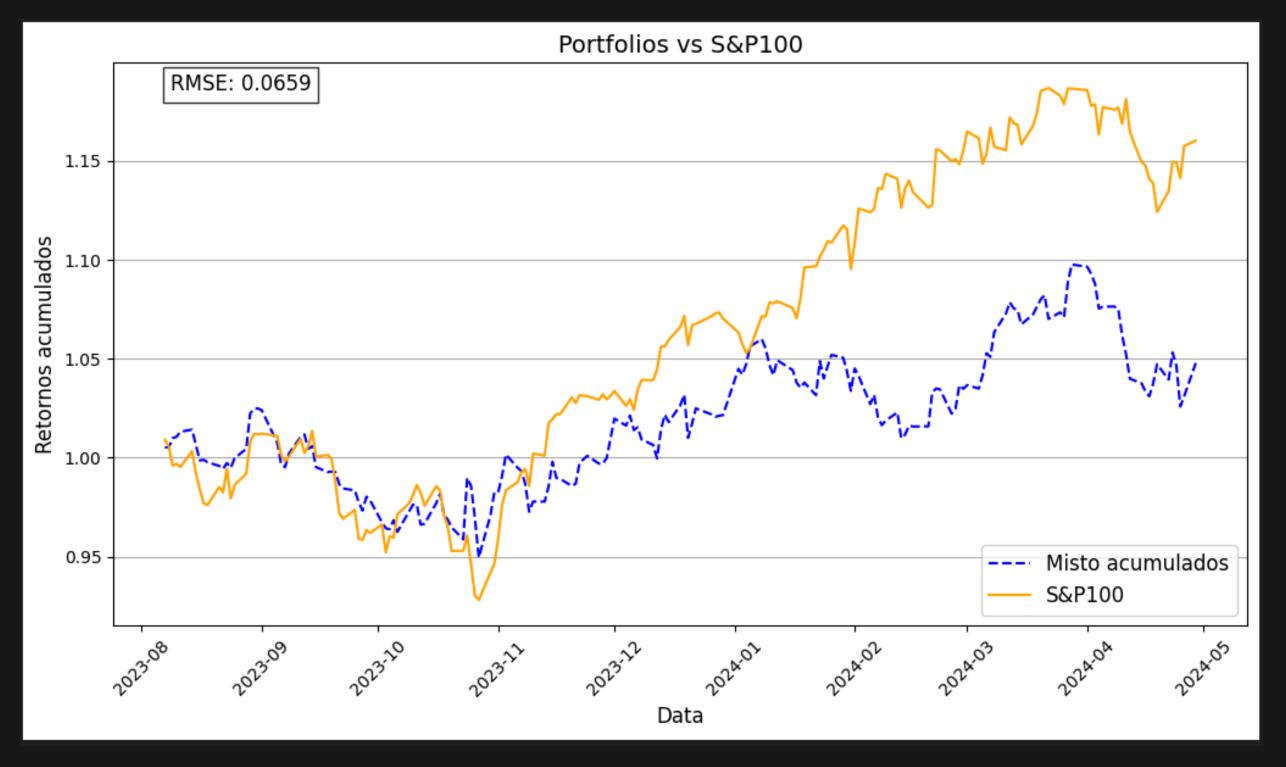


#### RESULTADOS -VISUALIZAÇÃO



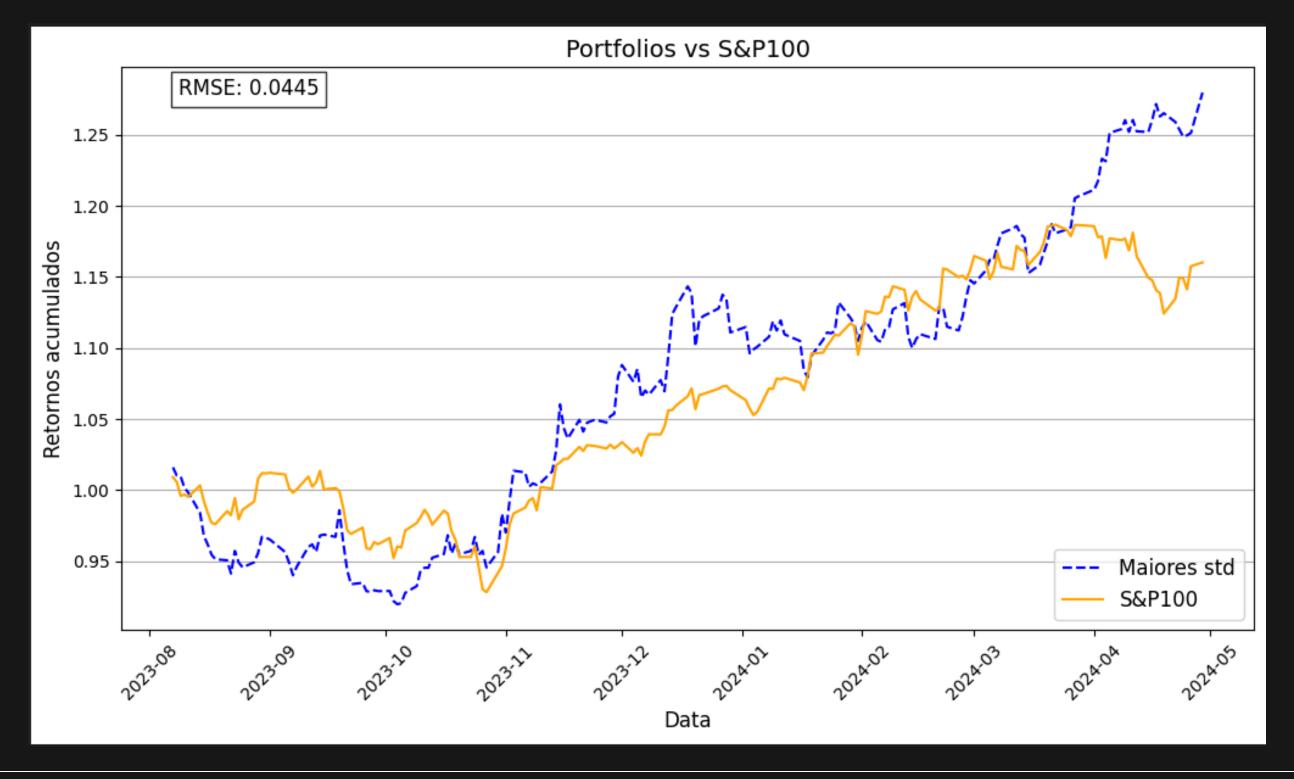


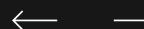
#### RESULTADOS -VISUALIZAÇÃO



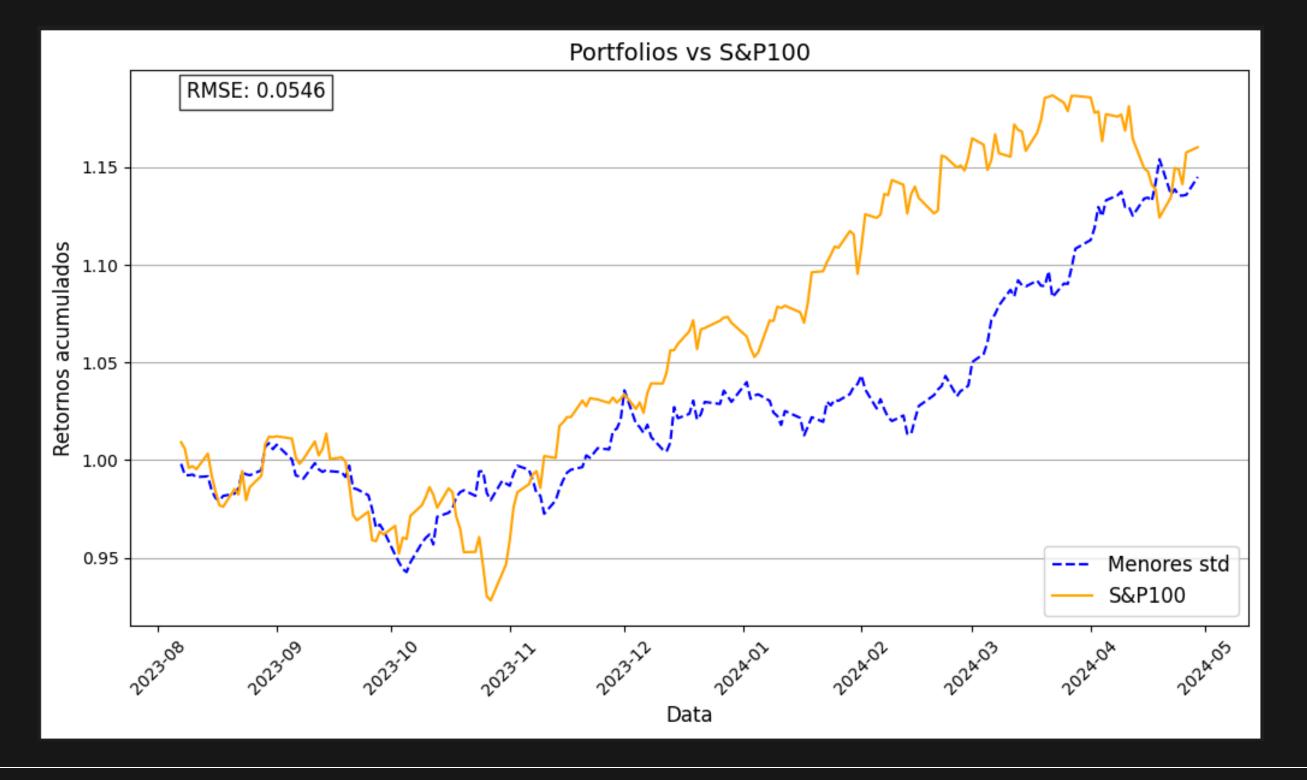


#### RESULTADOS -VISUALIZAÇÃO



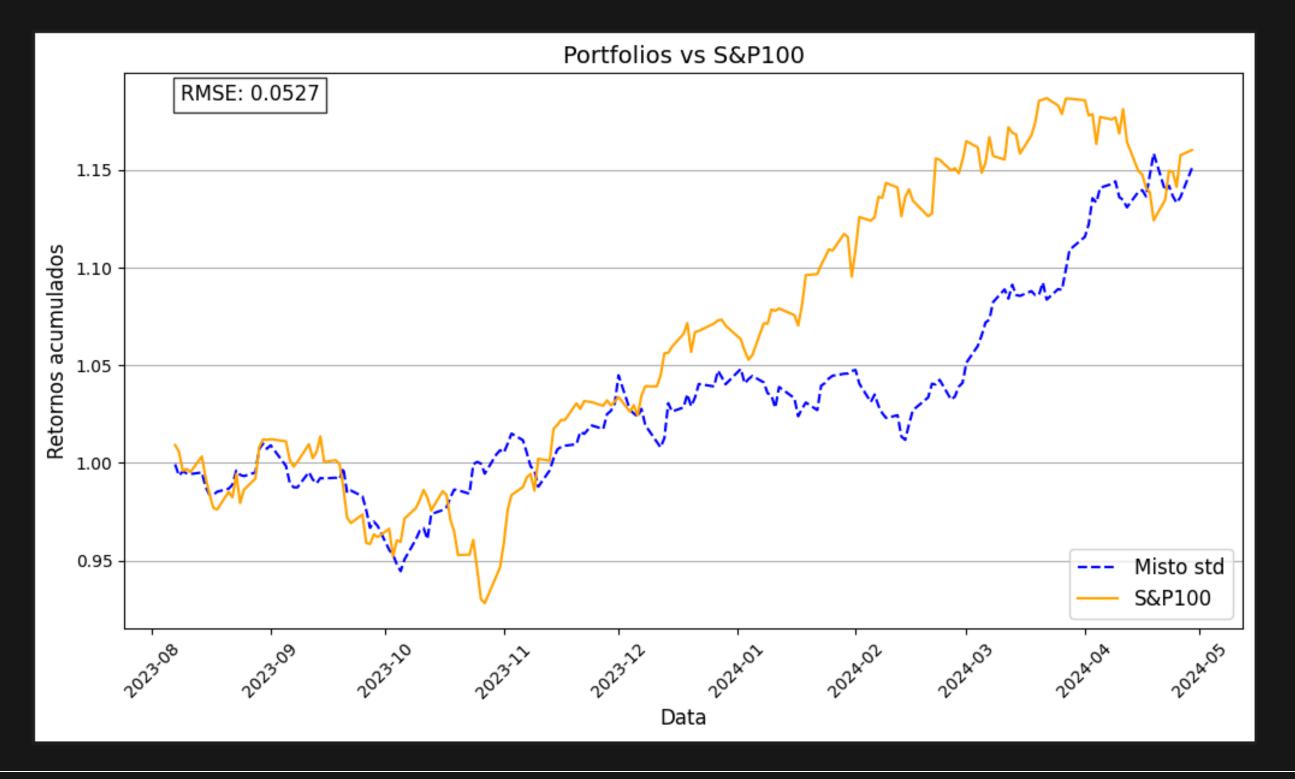


#### RESULTADOS -VISUALIZAÇÃO





#### RESULTADOS -VISUALIZAÇÃO







Perspectivas futuras:

- Resolver o problema de minimização para o IBOV;
- Adicionar mais possíveis ativos na lista de candidados ao portfolio;
- Alterar o número máximo de ativos e o tamanho das cestas aleatórias/arbitrárias;
- Implementar um rebalanceamento dos portfolios a cada X períodos, para aumentar sua performance;
- Analisar outra métricas interessantes nos resultados.



