

AEDsl – Aula 11

Recursão

Universidade Federal de Minas Gerais

Primeiro Semestre de 2017



Roteiro

1 Recursão

2 Aspectos técnicos da recursão

3 Exemplos

Recursividade

Recursividade

Um objeto é dito recursivo se pode ser definido em termos de si próprio.

Componentes da Recursão

Toda recursão é composta por

- **Um caso base**, uma instância do problema que pode ser solucionada facilmente. Por exemplo, é trivial fazer a soma de uma lista com um único elemento.
- **Uma ou mais chamadas recursivas**, onde o objeto define-se em termos de si próprio, tentando convergir para o caso base. A soma de uma lista de n elementos pode ser definida a partir da lista da soma de $n - 1$ elementos.

Recursão na matemática

Como definir recursivamente a soma abaixo?

$$\sum_{k=m}^n k = m + (m+1) + \cdots + (n-1) + n$$

Recursão na matemática

Primeira definição recursiva

$$\sum_{k=m}^n k = \begin{cases} m & \text{se } n = m \\ \sum_{k=m}^{n-1} k + n & \text{se } n > m \end{cases}$$

Recursão na matemática

Segunda definição recursiva

$$\sum_{k=m}^n k = \begin{cases} m & \text{se } n = m \\ m + \sum_{k=m+1}^n k & \text{se } n > m \end{cases}$$

Recursão na computação

```
int soma(int m, int n) {  
    if (m == n)  
        return n;  
    else  
        return m + soma(m+1, n);  
}
```

Veja o código: `soma.c`

Pilha de execução

- A cada chamada de função o sistema reserva espaço para parâmetros, variáveis locais e valor de retorno.

main	s
	ret: ??
soma	m: 5
	n: 10
soma	ret: ??
	m: 6
	n: 10
	...

Estouro de pilha de execução

“To understand recursion you must first understand recursion.”

- O que acontece se a função não tiver um caso base?
- O sistema de execução não consegue implementar infinitas chamadas. (Lembre-se, somente Chuck Norris conta até o infinito).

Veja o código `rec-infinita.c`

Fatorial

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ n.(n-1)! & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

```
int fatorial(int n) {  
    if (n == 0)  
        return 1;  
    else  
        return n * fatorial (n-1);  
}
```

Potência

$$x^n = \begin{cases} \frac{1}{x^{(-n)}} & \text{se } n < 0 \\ 1 & \text{se } n = 0 \\ x \cdot x^{(n-1)} & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

```
double pot(double x, int n) {  
    if (n == 0) return 1;  
    else if (n < 0)  
        return 1/pot(x, -n);  
    else  
        return x*pot(x, n-1);  
}
```

Questões de desempenho

- É sempre mais simples usar recursão?
- É mais eficiente?

Veja pot-iterativa.c

Torres de Hanói



- Os discos devem ser movidos da origem para o destino.
- Nenhum disco pode ser colocado sobre outro menor.

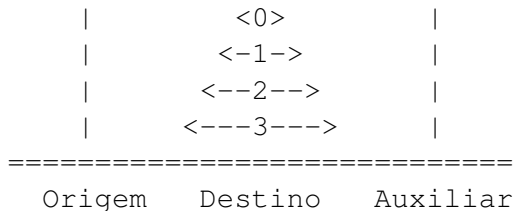


Torres de Hanói



- Podemos mover o disco maior para a torre destino

Torres de Hanói



- Podemos mover n-1 discos da torre auxiliar para a torre destino.

Torres de Hanói

```
void move_hanoi (int n, int origem, int destino,
                 int auxiliar) {
    if (n == 0) return;
    if (n == 1) {
        move_disco(origem, destino);
        return;
    }
    move_hanoi(n-1, origem, auxiliar, destino);
    move_disco(origem, destino);
    move_hanoi(n-1, auxiliar, destino, origem);
}
```